

곡선보의 모우드 해석

Modal Analysis of Curved Beam.

김 영 문* 유 기 표**
Kim, Young-Moon You, Ki-Pou

ABSTRACT

The modal analysis based on deformations is the method to driven dynamic resposned from superposition of natural frequency and mode shape. In order to free vibration analysis of the structures, Aluminum-made model is used in experiment. The dynamic characteristic of the structures are determined from acceleration measurements using impulse hammer. Experimentrnt input and output signal are derive from impact hammer and the one accerometer. This paper present three methods for calculating the natural frequencies and mode shapes of the structure with theory value and finite element analysis, experiment. The results were good approximated about natural frequency and mode shape.

1. 서 론

구조물의 동적 거동은 고유진동수와 모우드형상으로 정의되고 있으며, 이러한 특성은 구조물의 질량, 강성, 경계조건에 의해서 결정되어 진다. 이러한 매개변수는 구조물의 임의의 지점을 가진하여 얻어지는 변위 및 응력결과로부터 전달함수를 구하고, 이로부터 구조물의 동특성인 모우드매개변수(modal parameter)를 구하는 방법으로서 이론적인 해석이 어렵거나 복잡한 구조물의 경우 많이 적용되어 왔다. 모우드 해석은 크게 이론적 해석 방법인 유한요소해석과 실험적인 방법으로 나눌 수 있는데, 후자의 실험적인 방법을 모달 실험(Modal testing)이라고 한다. 구조물의 손상이나 변형의 확인과 손상정도의 평가를 위한 일종의 비파괴실험법으로 최근에 많이 모색되고 있는 방법이다. 즉 구조물의 손상이나 변형의 증가에 따른 구조물의 고유진동수의 감소에 영향을 주게 된다는 사실에 대한 바탕하에 많은 연구들이 이루어 지고 있는 실정이다. Adams et al(1978)과 Cawley and Adams(1979)는 단선보와 플레이트에 모달 파라메타를 변경따른 손상 및 변형의 위치발견에 대한 실험적인 기법들에 대해서 발전을 해오게 되었다. 즉 1979년의 Cawley와 Adams은 단선보와 변단면보의 임의의 위치에 수평으로 손상을 준 다음 이들이 사용한 장비를 이용하여 측정한 결과 수평진동에 대해서 단면적 1%의 손상에 대한 고유진동수의 변화에 대해서 측정할 수 있다는 결론을 얻게 되었다. 그 이후 Rehm et al(1987)에 의해서 실시한 단선지지되는 H형강의 중심부에 손상을 주었을때의 동적특성 변화에 대해서 연구가 되어 있었다. 본 논문은 구조물의 손상보다는 변형이 되었을 경우 이에 따른 구조물의 동적특성에 대한 연구

* 정회원 · 전북대학교 건축 · 도시공학부 · 공업기술연구소 교수

** 전북대학교 건축 · 도시공학부 박사과정

실시하고자 한다. 시험에 사용되진 모형은 알루미늄 재질로 만들어진 캔틸레버 보이다. 직선보와 곡선보에 대해서 모두드 실험을 실시하여 구조물의 동적특성인 고유진동수와 모두드 형상에 대해서 분석을 하였다.

2. 이론적 배경

2-1. 직선보 휨 진동

보의 휨 진동은 순수 휨변형을 기초로 한다. 구조물의 고유진동수는 질량과 강성에서 결정되므로 전단변형이나 그밖의 효과는 무시한다. 캔틸레버보의 고정단($x=0$)에서 처짐과 처짐각은 0이고 다른 자유단($x=L$)에서 휨모멘트와 전단력은 0이다. 일반적인 보의 자유진동에 대한 해석은 다음(1)식에서 얻을 수 있으며, 고유진동수 f_n 은 (2)식으로 주어지며 모두드 해석은 (3)식에 의해서 구할 수 있다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad \text{-----} \quad (1)$$

여기서 E= 탄성계수, I= 단면2차 모멘트, m=보의 단위길이에 대한 질량
L= 보의 길이

$$f_n = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{-----} \quad (2)$$

$$\phi_n(x) = (\cosh a_n x - \cos a_n x) - \sigma_n (\sinh a_n x - \sin a_n x) \quad \text{-----} \quad (3)$$

$$\text{여기서 } \sigma_n = - \frac{\cos aL + \cosh aL}{\sin aL + \sinh aL}$$

2-2. 곡선보의 자유진동 해석

그림1과 같은 캔틸레버 곡선보의 자유진동에 대한 지배 미분 방정식은 식(4)와 같다. 곡선보의 고유진동수 f_n 은 (5)식으로 주어지며 모두드 해석은 (6)식에 의해서 구할 수 있다.

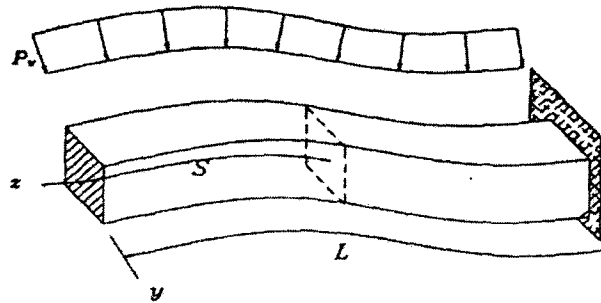


그림 1. 캔틸레버 곡선보

$$EJ_z \left(\frac{d^5 v}{ds^5} + \frac{1}{R^2} \frac{d^3 v}{ds^3} + \frac{1}{R^4} \frac{dv}{ds} \right) + \frac{d^2 v}{dt^2} = 0 \quad \text{-----} \quad (4)$$

여기서 E= 탄성계수, J= 단면계수

$$f_n = \frac{\sqrt{w\pi^2}}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EJ_z}{m}} \quad \text{-----} \quad (5)$$

$$\phi = \cosh \beta L \frac{x}{L} - \cos \alpha L \frac{x}{L} - \sigma_n \left(\sinh \beta L \frac{x}{L} - \sin \alpha L \frac{x}{L} \right) \quad \text{-----} \quad (6)$$

2-3. 구조물의 해석

이상의 식(1)-식(6)을 이용하여 다음 예제에 대한 구조물 해석을 실시해보고자 한다. 표1은 해석대상 구조물의 입력값들이다. 표2는 직선보와 곡선보에 대한 고유진동수와 해석 결과를 나타내고 있다.

표1. 해석대상구조물의 입력값

탄성계수	E = 690,000Kg/cm ²
단면2차모멘트	I = 0.009cm ⁴
단위길이당질량	m = 0.000002971kg · s ² /cm ²
단면계수	J _z = 0.008822cm ⁴
보의 단면	4 cm X 0.3cm
보의길이	L=42cm

표 2. 직선보와 곡선보의 고유진동수

직선보		곡선보		
차수	f(Hz)	차수	δ	f(Hz)
1	14.50	1	2cm	14.28
			8cm	12.65
2	90.88	2	2cm	89.98
			8cm	89.92
3	254.51	3	2cm	251.66
			8cm	251.66

3. 실험 및 유한요소해석

3-1. 실험방법

본문문의 실험에 사용된 직선보와 곡선보는 한단은 고정단이며 타단은 자유단인 캔틸레버보 형식이며, 실험모형의 재질은 알루미늄이며, 실험모형의 길이는 42cm, 폭 4cm, 두께 0.3cm 이다.

구조물의 동적특성인 고유 진동수와 모드 형상을 알아보기 위해서 임팩트해머와 가속도계를 이용하였다. 실험에 사용된 장비의 제원은 표 3과 같다. 실험방법으로는 단일가진과 다점가진이 있다. 단일 가진은 한 개의 절점에 가진을 하고 모든 절점에 대한 응답함수를 동시에 구하는 방법으로 절점수 만큼의 가속도계가 필요하므로 비용이 많이 들어간다. 단일가진의 경우 구조물의 규모가 큰 경우보다는 적은 규모에 유리하다. 다점가진은 여러지점을 가진하는 방법을 사용하는 충격가진이 경제적이지만, 자유단에서의 가진에 어려움이 있다. 본실험에선 다점가진 방법을 사용하였다.

직선보와 곡선보 전길이에 대해서 5cm의 등간격으로 분할한후 가속도계는 자유단에서 가까운 위치에 부착한후 등간격으로 임팩트 해머를 이동하면서 입력후 출력신호들을 1024개의 신호 데이터를 50 μ sec 간격으로 0.05동안 측정하였다. 곡선보의 경우는 자유단의 처짐을 2cm와 8cm 간격으로 된 시험체를 사용하였으며, 내부 중심각으로 표현하면 $\theta = 5.46^\circ$ 인 곡선을 사용하였다.

7개의 각 지점에서 임팩트 해머로 얻어진 입력신호와 가속도계의 출력신호를 압력신호에 대한 출력신호의 전달함수를 구한후 허수부의 Peak값들을 이용하여 고유진동수와 모드형상을 구하였다. 그림2는 실험에 사용된 실험장치를 도시한 것이다.

표 3, 장비제원

장비	제원	
	크기	42cm X 4cm
직선보, 곡선보	두께	0.3 cm
	재질	알루미늄
가속도계	MODEL PCB 353B17	
임팩트해머	MODEL PCB 086C03	
증폭기	MODEL PCB 480E09	
A/D 변환기	MODEL rtd 2210	

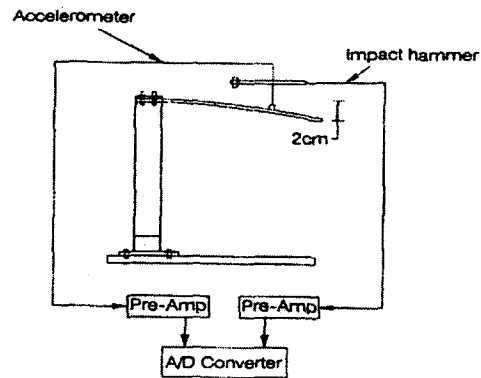
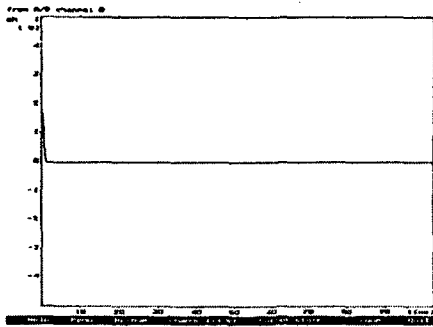


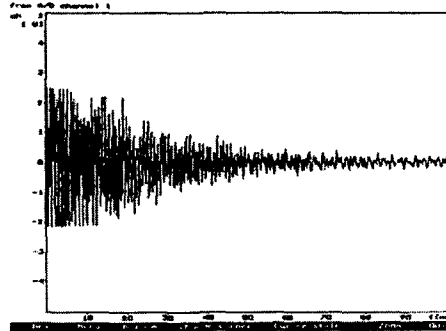
그림 2. 곡선보의 실험장치

3-2. 실험결과

그림 3은 곡선보와 직선보의 입력과 출력신호에 대한 시간이력을 보여주고 있다. 그림 4는 각지점에서 구한 입력신호에 대한 출력신호의 전달함수를 전체 주파수 영역에서 3차원으로 나타내고 있으며, 각 지점에서 얻어진 전달함수를 주파수에 변화에 따른 전달함수의 크기를 연결하면 모우드의 현상을 확인 할 수 있다. 이 모우드 현상에 따라 차수별 고유진동수를 확인해 보았다. 표4는 이런 모우드 현상에 따른 직선보와 곡선보의 고유진동수를 나타나고 있다.

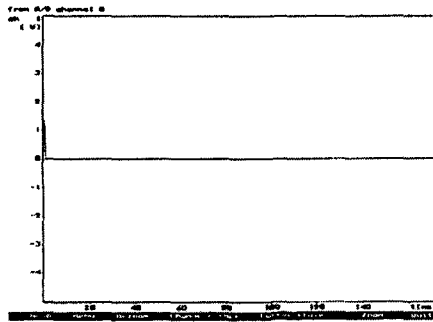


(1) 입력신호

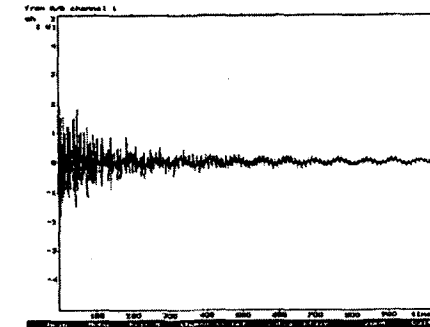


(2) 출력신호

(a) 직 선 보



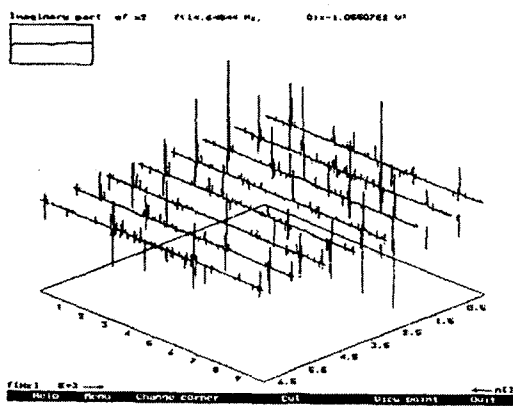
(1) 입력신호



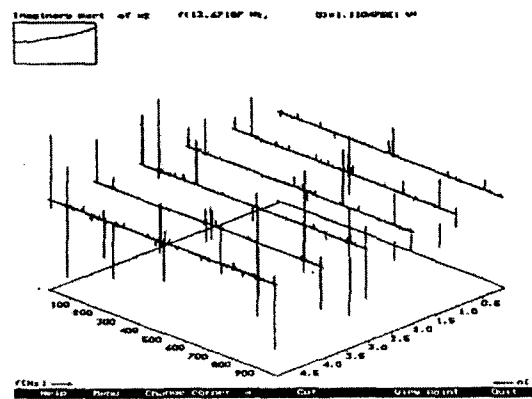
(2) 출력신호

(b) 곡 선 보

그림 3. 직선보와 곡선보의 입력과 출력신호의 시간이력



(a) 직선보



(b) 곡선보

그림 4. 직선보와 곡선보의 전달함수의 3차원 그래프

3-2. 유한요소해석

직선보와 곡선보에서 사용한 유한요소해석프로그램은 SAP90를 사용하였으며, 해석에 사용한 mesh 요소는 Shell요소를 사용하였다. 요소의 개수를 1400개로 하였다. 이러한 요소해석 결과는 아래 표 4의 실험측정결과와 유한요소결과를 함께 표시해 보았다. 실험해석 과 유한요소해석의 고유진동수 차수가 높을수록 오차의 폭이 넓어지고 있는 것을 확인 할 수 있었는데 이는 직선보의 경우 3차 고유진동수에서 최대 1.1%범위안에서 오차가 나타나고 있었으나, 곡선보에선 2%범위 까지 증가하고 있는 것을 확인할 수 있었다. 이는 곡선보의 경우 실험을 하기 위해서 만들어진 곡선보의 처짐값에 오차와 실험자체의 오차 때문이라고 생각한다.

표 4. 직선보와 곡선보의 고유진동수의 실험해석과 유한요소해석, 이론해석 비교

직선보				곡선보				
차수	고유진동수 f(Hz)			차수	고유진동수 f(Hz)			
	실험해석	유한요소해석	이론해석		δ	실험해석	유한요소해석	이론해석
1	14.64	14.62	14.50	1	2cm	14.67	14.6	14.28
					8cm	12.74	12.6	12.65
2	92.82	91.53	90.88	2	2cm	90.86	91.37	89.98
					8cm	90.89	89.72	89.92
3	257.22	256.18	254.51	3	2cm	256.95	255.91	251.66
					8cm	256.97	255.57	251.66

4. 결론

직선보와 곡선보의 이론해석, 모우드해석, 유한요소해석결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

직선보 보다는 곡선보가 고유진동수가 적게 나타나고 있었으며, 곡선보중에서도 내부중심각이 클수록 고유진동수가 감소함을 할 수 있었다.

이러한 모우드 해석방법에 의한 구조물의 동특성인 고유진동수 해석이 이론값과 유한요소해석값을 비교한 결과 거의 일치하고 있었다.

참고문헌

1. Adams, R.D., Cawley, P., Pye.C. J., and Stone. B. J. "A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures."Journal of Mechanical Eng, 1978 20(2) 93-100
2. H.L.Chen, C.C.Spyrakos, G.Venkatesh "Evaluating Structural Deterioration by Dynamic Response", Journal of Structural Engineering, August, 1995 , pp 1997-1204
3. D. J. Ewins, "Modal testing : Theory and Practice", Research Studies Press.
4. 오재용 "구조물 모우드 해석의 기초와 응용" 희성출판사,1985
5. 정진화,유기표,김영문, " 손상된 구조물의 고유진동수 추정", 대한건축학회 학술발표대논문집 17권 2호 pp 893-896, 1997
6. 황은미 " 구조물의 모우드 해석 " 석사학위 논문 ,전북대학교 대학원 , 1999