

동적감쇠를 고려한 탄성 현수선 케이블의 비선형 해석에 관한 연구

A study on the non-linear analysis of the elastic catenary cable considering kinetic damping

한 상을* 이 주선** 정 명채*** 이 진섭****
Han, Sang-Eul Lee, Ju-Sun Cheong, Myung Ghae Lee, Jin Seop

ABSTRACT

In this paper, a non-linear finite element formulation for the spatial cable-net structures is simulated and using this formulation, the characteristics of structural behaviors for the elastic catenary cable are examined. In the simulating procedure for the elastic catenary cable, nodal forces and tangential stiffness matrices are derived using catenary parameters of the exact solutions by a governing differential equation of catenary cable, cable self-weights and unstressed cable length. Dynamic Relaxation Method that considers kinetic damping is used for the structure analysis and Newton Raphson Method is used to verify the accuracy of solutions. In the analysis of two dimensional cable, the results obtain from the elastic catenary elements are shown more accurate than does of truss elements and in the case of spatial cable-net structures, Dynamic Relaxation Method is more stable to be converged than Newton Raphson Method.

1. 서 론

인장력만을 저항하는 케이블의 부재는 부재 길이에 따른 인장력의 변화가 적고, 단면에 균일한 인장응력이 발생하므로, 긴 스패를 갖는 현수교, 사장교, 케이블 넷, 스타디움등 대형 구조물에 널리 사용된다.

케이블은 재료적으로 선형거동을 하지만, 전체적인 하중-변위관계는 비선형 거동이 나타나므로, 탄성 현수선 케이블의 구조적 거동을 규명하기 위해서는 반복적인 비선형 해석이 필요하다. 특히 새그(sag)에 의한 케이블의 비선형 축력-축변형 거동 및 하중에 의해 대변위가 발생할 경우에는 이러한 케이블의 비선형에 대한 영향을 충분히 고려해야 한다.

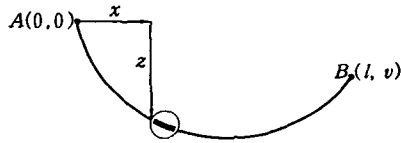
O'Brien¹⁾은 단부 절점의 위치가 주어지는 케이블의 절점력을 결정하는데 이용되는 알고리즘을 개발하였고, Argyris와 Sharp²⁾는 프리스트레스 케이블 넷의 해석을 위해서 3차원 선요소를 도입하였다. Irvin³⁾은 라그랑주 좌표를 이용하여 집중하중을 받는 케이블 부재의 자유진동해석을 수행하였고, Henghold와 Russell⁴⁾은 다절점 곡선요소를 이용하였다. Jayaraman과 Knudson⁶⁾은 탄성 현수선 케이블요소를 이용한 케이블구조의 정적 비선형 해석을 수행하고, 동적 해석시 집중질량행렬을 사용하였다. Lewis⁹⁾은 케이블넷의 초기형상을 결정하기 위하여 동적이완법(dynamic relaxation method)을 제시하였고, 한상을¹⁰⁾은 막구조의 등장력곡면의 형태해석을 위해 동적이완법을 제시하였다.

* 인하대학교 건축공학과 교수
** (주)타이가구조건설
*** 전주대학교 건축공학과 교수
**** 인하대학교 건축공학과 강사

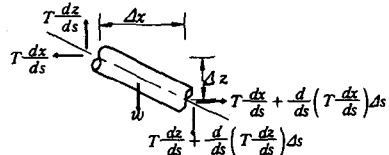
본 연구의 목적은 탄성 현수선 케이블의 접선강성행렬을 정식화 한 후 동적감쇠(kinetic damping)가 고려된 동적이완법을 이용하여 자중과 하중이 고려된 상태에서의 케이블 처짐 및 거동 특성을 파악하는데 있다. 또한 비선형 해석 기법으로 널리 알려진 뉴튼랩슨법의 해석 결과 및 기존논문의 해석 결과를 비교하여 본 연구의 정확성을 검증한다.

2. 케이블 요소의 정식화

2.1 현수선 케이블 요소의 정식화



(a) 현수선의 늘어진 형상



(b) 현수선 케이블의 미소요소의 평형

그림 1. 현수선 케이블의 형상과 미소요소

그림 1과 같이 케이블이 두 절점 사이에 매달려 있고, 부재의 길이는 늘어나지 않는다고 가정한다. 또한 케이블은 연성이고 단지 인장만을 받으며, 케이블 재료에 후크의 법칙이 적용될 수 있다고 가정한다.

현수선 케이블의 지배 미분방정식을 이용한 처짐 곡선식은 식(1)과 같으며, 식(1)은 그림 1(a)의 경계조건을 만족한다.

$$z = \frac{H}{w} \left[\cosh \varphi - \cosh \left(\frac{2\lambda x}{l} - \varphi \right) \right] \quad (1)$$

$$\varphi = \sinh^{-1} \left[\frac{\lambda(v/L)}{\sinh \lambda} \right] + \lambda \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{wl}{2H} \quad (3)$$

여기서 H 는 수평력, w 는 단위 길이당 자중, λ 는 현수선 파라미터를 나타낸다.

식(1)로부터 케이블의 늘어난 길이 L 과 수직력 V 는 식(4) 및 식(5)와 같이 유도된다.

$$L^2 = v^2 + l^2 \left(\frac{\sinh^2 \lambda}{\lambda^2} \right) \quad (4)$$

$$V = \frac{w}{2} \left[v \cdot \frac{\cosh \lambda}{\sinh \lambda} + L \right] \quad (5)$$

2.2 탄성 현수선 케이블 요소의 정식화

실제의 케이블 부재는 자중에 의해서 늘어나며, 이와 같이 케이블의 늘어난 길이와 강성을 고려한 케이블을 탄성 현수선 케이블이라 한다.

그림 2에서와 같이 탄성 현수선 케이블이 직교 좌표계에서 두 개의 절점 사이에 매달려 있다. 이 케이블은 케이블의 자중 w 에 의해 변형되어 새로운 위치 N 으로 이동하는데, 이 점의 직교 좌표계를 라그랑주 좌표로 나타낼 수 있다. 그림 2의 경계조건에 의한 케이블의 투영 길이는 식(6)과 같다.

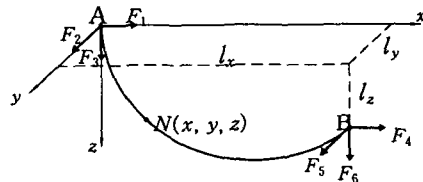


그림 2. 3차원 평면에서의 케이블 부재

경계조건: $s=0$ 에서 $x=0, y=0, z=0, p=0$
 $s=L_u$ 에서 $x=l_x, y=l_y, z=l_z, p=L$

$$\begin{aligned} l_x &= -F_1 \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w} \text{Log} \frac{F_6 + T_B}{T_A - F_3} \right] \\ l_y &= -F_2 \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w} \text{Log} \frac{F_6 + T_B}{T_A - F_3} \right] \\ l_z &= \frac{1}{2EAw} (T_B^2 - T_A^2) + \frac{T_B - T_A}{w} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 L_u 는 케이블의 변형전 길이, T_A, T_B 는 각 절점의 인장력, E, A 는 케이블의 탄성계수와 단면적을 나타낸다.

기하학적 조건에 의한 투영길이를 A절점의 절점력 F_1, F_2, F_3 의 함수로 가정하면 식(7)과 같다.

$$l_x = f(F_1, F_2, F_3), \quad l_y = g(F_1, F_2, F_3), \quad l_z = h(F_1, F_2, F_3) \quad (7)$$

절점력 F_4, F_5, F_6 은 x, y, z 방향의 평형조건에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} F_4 &= -F_1, \quad F_5 = -F_2, \quad F_6 = -F_3 - wL_u \\ T_A &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2}, \quad T_B = \sqrt{F_4^2 + F_5^2 + F_6^2} \end{aligned} \quad (8)$$

식(6)의 투영길이에 대한 미소변화량은 1차 도함수로부터 얻어진다. 또한 반복 스텝의 투영길이 l_x^i, l_y^i, l_z^i 는 F_1, F_2, F_3 로 표현할 수 있으므로, 미소변화량은 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta l_x^i &= \left(\frac{\partial f}{\partial F_1} \right)^i \delta F_1^i + \left(\frac{\partial f}{\partial F_2} \right)^i \delta F_2^i + \left(\frac{\partial f}{\partial F_3} \right)^i \delta F_3^i \\ \delta l_y^i &= \left(\frac{\partial g}{\partial F_1} \right)^i \delta F_1^i + \left(\frac{\partial g}{\partial F_2} \right)^i \delta F_2^i + \left(\frac{\partial g}{\partial F_3} \right)^i \delta F_3^i \\ \delta l_z^i &= \left(\frac{\partial h}{\partial F_1} \right)^i \delta F_1^i + \left(\frac{\partial h}{\partial F_2} \right)^i \delta F_2^i + \left(\frac{\partial h}{\partial F_3} \right)^i \delta F_3^i \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, i 는 i 번째의 반복 스텝을 나타낸다

그림 3은 i 스텝의 케이블 형상으로 F_1^i, F_2^i, F_3^i 는 반복과정 i 스텝에서의 초기 내력이고, l_x^i, l_y^i, l_z^i 는 식(6)에서 결정된 케이블의 투영 길이이며, $\delta l_x^i, \delta l_y^i, \delta l_z^i$ 는 오차벡터 $B^i B$ 의 요소를 나타낸다. 여기서 오차벡터 $B^i B$ 가 초기에 정해진 오차값을 넘으면, 이 과정은 다음 반복 스텝 $i+1$ 에서 새로운 내력을 구하기 위해 F_1^i, F_2^i, F_3^i 와 함께 반복되어진다. 반복스텝 $i+1$ 에서의 절점력은 식(10)과 같다.

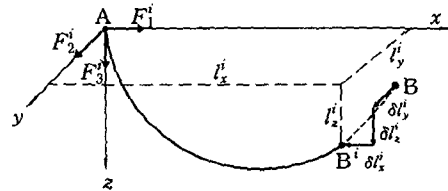


그림 3. i 스텝에서의 케이블 형상

$$\begin{aligned} F_1^{i+1} &= F_1^i + \delta F_1^i = F_1^i + \beta_1^i \delta l_x^i + \beta_2^i \delta l_y^i + \beta_3^i \delta l_z^i \\ F_2^{i+1} &= F_2^i + \delta F_2^i = F_2^i + \beta_4^i \delta l_x^i + \beta_5^i \delta l_y^i + \beta_6^i \delta l_z^i \\ F_3^{i+1} &= F_3^i + \delta F_3^i = F_3^i + \beta_7^i \delta l_x^i + \beta_8^i \delta l_y^i + \beta_9^i \delta l_z^i \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, $\beta_1^i \sim \beta_9^i$ 는 수정자(correction factors)항을 나타낸다. 즉, 식(10)에서 수정자항을 포함한 부분을 역으로 나타내면 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\delta l_x^i &= \alpha_1^i \delta F_1^i + \alpha_2^i \delta F_2^i + \alpha_3^i \delta F_3^i \\
\delta l_y^i &= \alpha_4^i \delta F_1^i + \alpha_5^i \delta F_2^i + \alpha_6^i \delta F_3^i \\
\delta l_z^i &= \alpha_7^i \delta F_1^i + \alpha_8^i \delta F_2^i + \alpha_9^i \delta F_3^i
\end{aligned} \tag{11}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
\alpha_1^i &= \left(\frac{\partial f}{\partial F_1} \right)^i = \frac{l_x^i}{F_1^i} + \frac{(F_1^2)^i}{w} \left[\frac{1}{(T_A^2)^i + T_A^i F_3^i} - \frac{1}{(T_B^2)^i - T_B^i F_6^i} \right] \\
\alpha_2^i &= \left(\frac{\partial f}{\partial F_2} \right)^i = \frac{F_1^i F_2^i}{w} \left[\frac{1}{(T_A^2)^i + T_A^i F_3^i} - \frac{1}{(T_B^2)^i - T_B^i F_6^i} \right] \\
\alpha_3^i &= \left(\frac{\partial f}{\partial F_3} \right)^i = \frac{F_1^i}{w} \left[\frac{1}{T_A^i} - \frac{1}{T_B^i} \right] \\
\alpha_4^i &= \left(\frac{\partial g}{\partial F_1} \right)^i = \frac{l_y^i}{F_1^i} + \frac{(F_2^2)^i}{w} \left[\frac{1}{(T_A^2)^i + T_A^i F_3^i} - \frac{1}{(T_B^2)^i - T_B^i F_6^i} \right] \\
\alpha_5^i &= \left(\frac{\partial g}{\partial F_2} \right)^i = -\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w} \left[\frac{F_3^i}{T_A^i} + \frac{F_6^i}{T_B^i} \right] \\
\alpha_6^i &= \left(\frac{\partial g}{\partial F_3} \right)^i = \frac{F_2^i}{F_1^i} \alpha_3^i, \quad \alpha_7^i = \left(\frac{\partial h}{\partial F_1} \right)^i = \alpha_3^i, \quad \alpha_8^i = \left(\frac{\partial h}{\partial F_2} \right)^i = \alpha_6^i
\end{aligned}$$

위 식들을 이용하여 수정자항 $\beta_1^i \sim \beta_9^i$ 과 이 수정자항으로 구성된 임의의 스텝에 대한 절점력을 구한다.

위 과정을 통한 최종스텝에서의 형상은 초기에 설정된 형상에 이른다. 따라서, 최종 형상의 상태는 불안정한 케이블 요소들이 평형상태가 되었음을 의미하며, 불안정한 요소들이 평형상태가 될 때까지 반복되고, 이 반복과정에 의해 최종적으로 구해진 매개변수를 이용하여 강성행렬을 구성한다.

위에서 정의된 반복 과정을 시작하기 위해서는, 수렴과 반복 스텝에 중요한 영향을 미치는 초기값 F_1^0, F_2^0, F_3^0 가 필요하다. 따라서, 3차원 케이블의 기하학적 관계와 식(3)의 현수선 파라미터 식(4)의 변형후 케이블의 전체 길이 그리고 식(5)의 수직력을 고려하여, 다음과 같은 표현식을 얻을 수 있다.

$$\lambda = -\frac{wl}{2F_1^0} \tag{12}$$

$$L^2 - l_z^2 = (l_x^2 + l_y^2) \left(\frac{\sinh^2 \lambda}{\lambda^2} \right) \tag{13}$$

$$F_3 = \frac{w}{2} \left[l_z \frac{\cosh \lambda}{\sinh \lambda} + L \right] \tag{14}$$

3차원으로 나타낸 F_1^0 의 최적값을 얻기 위해 식(13)에서 변형후 길이 L 을 변형전 길이 L_u 로 바꾸고, $\sinh^2 \lambda$ 를 Fourier 급수로 2차항까지 전개하여 사용하면 식(15)와 식(16)을 얻을 수 있다.

$$\lambda_0 = \left[3 \left(\frac{L_u^2 - l_z^2}{l_x^2 + l_y^2} - 1 \right) \right]^{1/2} \tag{15}$$

$$F_1^0 = -\frac{wl_x}{2\lambda_0}, \quad F_2^0 = -\frac{wl_y}{2\lambda_0} \tag{16}$$

변형전 길이 L_u 가 그림 3에서의 AB 의 길이보다 짧으면 식(15)를 사용할 수 없으므로, λ_0 는 Jayaraman과 Knudson¹⁰⁾에 의해 제안된 값을 적용한다.

$$1) L_u \leq \sqrt{l_x^2 + l_y^2 + l_z^2} \Rightarrow \lambda_0 = 0.2, \quad 2) l_x^2 + l_y^2 = 0 \Rightarrow \lambda_0 = 10^6$$

F_3^0 의 초기값을 선택하는데 있어서, 케이블은 대부분 점 A에 수평하다는 것을 알 수 있다. 이런 조건하에

서 F_3 의 값은 매우 작아지고, 이 때 수정자항의 관한식인 식(10)은 의미가 없게 된다. 그러므로, 모든 경우의 정확한 수렴을 위해서 점 A가 점 B보다 낮은 케이블일 경우 프로그램에서는 점 A를 점 B보다 높다고 가정한다. 이런 가정이 고려된 절점력 F_3^0 는 식(18)과 같다.

$$F_3^0 = \frac{w}{2} \left(-l_z \frac{\cosh \lambda_0}{\sinh \lambda_0} + L_u \right) \quad (18)$$

3. 동적이완법(Dynamic Relaxation Method)

3.1 동적감쇠(kinetic damping)

Day⁷⁾에 의해 제안된 동적이완법은 구조물의 전체 퍼텐셜 에너지를 최소화시키는 수치해석과정을 통해 구조물의 정적평형상태를 찾는 반복적 비선형 해석기법으로, 점성감쇠를 고려한 방법 외에 동적감쇠만을 고려한 동적이완법이 있다.

동적감쇠의 장점은 해석을 위한 파라미터의 수를 줄임으로서 해석과정이 더욱 간단해진다. 즉, 점성감쇠항을 제거하므로써 시간증분 Δt 와 절점질량항만으로 동적이완법에 의한 수치해석과정이 조절되며, 대변위를 일으키는 문제에서 더욱 효과적으로 적용된다.

일반적인 동적 평형방정식에서 점성감쇠를 생략하고($C=0$), 동적하중 P_i^t 를 정적 하중 P_i 로 전환하여 정리하면 식(19)와 같다.

$$P_i - K_i \cdot d_i^t = m_i^j \cdot \ddot{d}_i^t \quad (19)$$

여기서, m_i^j 는 구조물의 집중질량(lump mass)이고, \ddot{d}_i^t 는 가속도를 나타낸다.

구조물의 질량이 각 절점들에 집중하고 있다고 가정한 상태에서, 식(19)의 왼쪽항이 t 시간스텝에서의 외력과 내력에 의한 불평형력이되므로 식(20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_i^t = m_i^j \cdot \ddot{d}_i^t \quad (20)$$

절점속도가 시간증분 Δt 에 대해 선형으로 변화한다는 중앙차분(central finite difference)법을 도입하여 시간증분 Δt 에 대해 선형보간하면 가속도 벡터는 식(21)과 같다.

$$\ddot{d}_i^t = \frac{\dot{d}_i^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \dot{d}_i^{t-\frac{\Delta t}{2}}}{\Delta t} \quad (21)$$

식(21)를 식(20)에 대입하여 정리한 다음 속도에 관한 식으로 나타내면 식(22)와 같다.

$$\dot{d}_i^{t+\frac{\Delta t}{2}} = \frac{R_i^t \Delta t}{m_i} + \dot{d}_i^{t-\frac{\Delta t}{2}} \quad (22)$$

구조물의 임의의 절점 j 에서의 변위는 증분스텝의 중앙점에서 식(23)과 같이 구해진다.

$$d_i^{t+\Delta t} = d_i^t + \dot{d}_i^{t+\frac{\Delta t}{2}} \cdot \Delta t \quad (23)$$

동적이완법에서 수치해석 과정의 안정성을 결정하는데 중요한 영향을 미치는 요인은 첫 번째 시간 증분 스텝 Δt , 두 번째 집중 질량(lump mass) m_i , 세 번째 구조물의 강성 K_i 의 값이다.

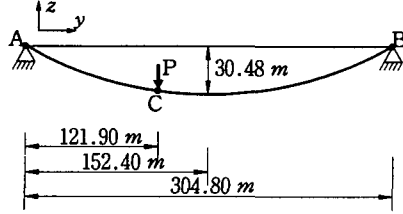
동적이완법은 시간증분단계에서 수치해석상 수렴성의 안정성을 위해서 Barnes⁸⁾가 제안한 다음의 시간증분 Δt 에 관한 관계식으로부터 임의의 질량항을 설정하면 다음과 같다.

$$\Delta t \leq \sqrt{2 \frac{[m_i]}{[K_i]}} \quad (24)$$

식(24)의 가정에 의해 결정된 질량항은 동적이완법에서 최적의 수치해석을 수행하는 가장 중요한 결정요소로 작용한다.

4. 수치해석 및 고찰

4.1 해석모델 1



탄성계수 $E = 1.34 \times 10^{12} \text{ kg/m}^2$
단면적 $A = 5.48 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

그림 4. 자중과 집중하중을 받는 평면케이블

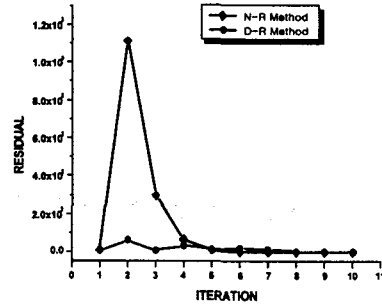


그림 5. 해석모델 1의 수렴과정

해석모델 1은 그림 4와 같이 자중 $w = 4.70 \text{ kg/m}$ 와 C점에 집중하중 $P = 3628.72 \text{ kg}$ 이 작용하는 평면케이블이다. 이때 무응력 상태에서 AC의 길이는 125.8470 m 이고, CB의 길이는 186.8553 m 이다. 자중과 집중하중이 동시에 작용했을 때 C점의 처짐을 구하여 비교 검토한다.

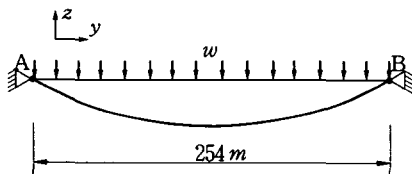
그림 5는 해석모델 1의 수렴과정으로, 트러스 요소는 절점과 절점 사이를 하나의 부재로 연결 할 경우 수렴하지 못하고 발산하였고, 동적이완법과 뉴튼랩슨법을 적용한 탄성 현수선 요소에서는 동적이완법을 적용한 탄성 현수선 요소가 더욱 안정적으로 수렴함을 알 수 있었다.

표 1은 탄성 현수선 요소와 트러스 요소의 해석결과와 기존의 논문들의 해석결과와의 비교표이다. 해석결과 트러스 요소는 가상의 초기 응력을 적용해야하고 많은 요소의 수를 사용할수록 기존의 논문 결과에 근접한 값을 얻을 수 있었으나, 반면 탄성 현수선 요소는 2개의 요소만을 가지고도 기존의 논문 결과와 비슷한 값을 얻어 이 연구의 정확성을 알 수 있었다.

표 1. 해석모델1에서 하중의 수직 및 수평 처짐 (m)

방 향	탄성현수선 요 소	트러스요소 10개 사용	Jayaraman	O'Brien	Michalos & Birnstiel
수 직	-5.625	-5.492	-5.626	-5.627	-5.472
수 평	-0.860	-0.845	-0.859	-0.860	-0.845

4.2 해석모델 2



탄성계수 $E = 1.41 \times 10^2 \text{ kg/m}^2$
단면적 $A = 4.19 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

그림 6. 수평방향으로 초기 인장력을 받는 평면케이블

표 2. 자중에 의한 중앙점에서의 수직 처짐 (m)

자 중 (kg/m)	탄성현수선 요 소	트러스 요 소	Jayaraman	O'Brien	Michalos & Birnstiel
0.357	-3.3369	-3.3350	-3.3434	-3.3386	-3.3426
1.071	-5.9448	-5.9314	-5.9484	-5.9477	-5.8674
1.786	-7.4339	-7.4134	-7.4369	-7.4359	-7.3152
2.500	-8.5317	-8.4943	-8.5352	-8.5347	-8.4074
3.214	-9.4226	-9.3755	-9.4267	-9.4262	-9.3472

해석모델 2는 여러가지 자중을 받는 평면케이블이며, 무응력 상태에서 AB 길이는 253.7465 m 이다. 평면케이블에 각각의 자중이 주어질 경우 케이블 중앙점 처짐을 구하여 기존의 연구결과와 비교한다.

표 2는 이 연구에서 해석된 중앙점의 처짐 결과를 기존 연구들의 처짐과 비교한 표이다. 트러스에서 적용된 초기응력은 해석 결과의 내력을 기준으로 하여, 현수선 요소의 내력과 비슷하게 계산 될 때의 초기응력으로 가정한다.

그림 7은 뉴턴랩슨법과 동적이완법의 수치해석법을 적용한 트러스 요소와 탄성 현수선 요소의 수렴과정의 한 예를 나타낸 것이다. 그림 7과 같이 자중이 작을 경우에는 동적이완법을 적용한 탄성 현수선 요소와 뉴턴랩슨법을 적용한 탄성 현수선 요소 및 트러스 요소 모두에서 수렴과정이 비슷했으나, 자중이 큰 경우는 동적이완법을 적용한 탄성 현수선 요소가 훨씬 안정적으로 수렴함을 알 수 있었다.

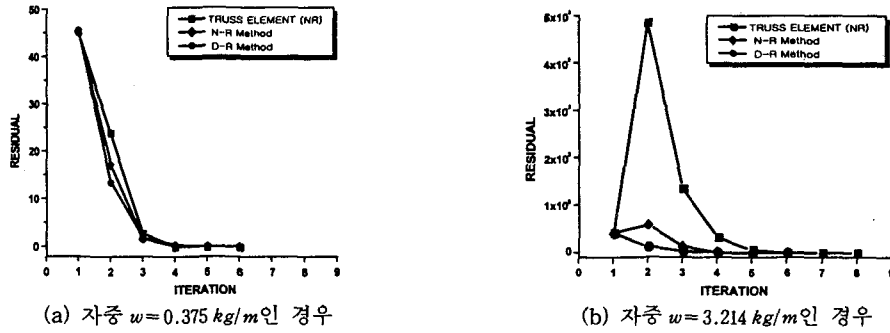


그림 7. 자중에 의한 해석모델 2의 수렴과정

4.3 해석모델 3

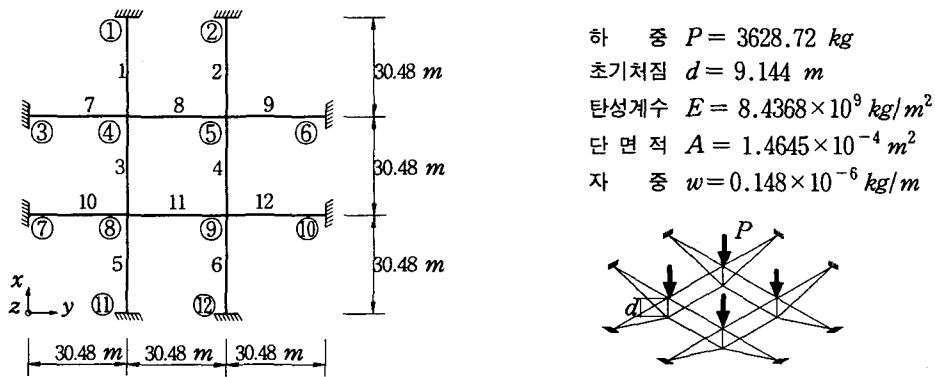


그림 8. 12절점을 갖는 케이블 넷 구조

그림 8은 3차원 케이블 넷 구조를 이용하여 보다 복잡한 구조물을 해석하므로써 탄성 현수선 요소의 해석결과를 기존의 논문들과 비교하여 본 연구의 신뢰성을 검증하고자 한다.

해석모델 3에서의 초기 응력은 3, 4, 8, 11의 요소에 2476.148 kg 이고, 나머지 요소에 2415.367 kg 이 작용한다. 무응력 상태의 초기길이는 3, 4, 8, 11 요소에서 30.419 m 이며, 나머지 요소에서 31.760 m 이다. 또한 절점 ④, ⑤, ⑧, ⑨에 집중하중 3628.72 kg 이 작용한다.

표 3은 절점 ④에 대한 본 연구의 해석 결과와 기존 논문들의 Jayaraman, West와 Kar 그리고 Saafan의 논문에서 보고된 처짐 값들의 비교표이다. 표 3에 나타난 것과 같이 보다 복잡한 3차원 케이블 넷구조에서도 정확한 처짐 결과 값을 알 수 있었다.

표 3. 해석모델 3에서 절점 ④의 처짐 (m)

좌 표	탄성현수선 요소	트러스요소	Jayaraman	West & Kar (트러스요소)	Saafan
x	-0.0401	-0.0404	-0.0396	-0.0404	-
y	-0.0398	-0.0404	-0.0402	-0.0404	-
z	-0.4489	-0.4484	-0.4463	-0.4480	-0.4483

5. 결과

본 연구에서는 자중을 받는 케이블 네트 구조의 초기평형 상태를 결정하고, 추가하중에 대한 정적 비선형 해석을 수행한다. 비선형 해석시 수치해석기법으로는 동적감쇠를 고려한 동적이완법을 이용하였으며, 해의 정확성을 검증하기 위해 비선형 해석기법인 뉴튼랩슨법을 적용하였다. 2차원 및 3차원의 예제를 해석한 후 기존 연구들과 비교하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

첫 번째, 트러스 요소는 절점과 절점 사이를 많은 요소로 분할해야만 기존의 연구들에 가까운 해를 구할 수 있었으나, 탄성 현수선 요소는 절점과 절점 사이를 하나의 요소만으로 해석하여도 정확한 해를 구할 수 있다. 두 번째 케이블 구조물에서 자중 고려시, 트러스 요소는 자중을 집중하중으로 치환하여 사용하는 반면에, 탄성 현수선 요소는 요소에 자중이 직접적으로 고려되므로, 실제의 하중조건에 맞는 해석 결과를 쉽게 얻을 수 있다. 세 번째, 수치해석결과 뉴튼랩슨법을 적용한 트러스 요소와 탄성 현수선 요소보다는 동적이완법을 적용한 탄성 현수선 요소에서 보다 안정적으로 수렴함을 알 수 있다.

결론적으로 자중이 고려되고 프리스트레스가 주어지지 않은 상태에서는 탄성 현수선 요소가 훨씬 효과적이었다. 또한 모든 요소에서 뉴튼랩슨법 보다는 동적이완법이 훨씬 안정적으로 수렴함을 알 수 있었다. 이는 뉴튼랩슨법은 접선강성행렬을 이용하여 해석을 수행하는데, 이 때 접선강성행렬의 행렬값이 0이 되는 특이현상이 일어나기 때문이다. 반면에 동적이완법은 최대 운동에너지점일 때의 상태를 새로운 기준 상태로 설정하여 모든 절점속도를 0으로 재설정 후 반복계산을 수행하여 불평형력이 0에 가까이 수렴할 때까지를 해석하는데, 이 때 모든 구조적 거동은 접선강성행렬의 계산 없이, 절점속도 벡터의 계산을 통해 이루어지기 때문이라고 사료된다.

참고문헌

1. W. T. O'Brien and A. J. Francis, "Cable movements under two dimensional loads." J. Struct. Div. ASCE 90 ST3, pp.89-123 (1964)
2. J. H. Argyris and D. W. Scharpf, "Large deformation analysis of prestressed networks." J. Struct. Div ASCE 48, pp.633-653 (1972)
3. H. M. Irvin "Cable Structures." MIT Press, (1981)
4. W. H. Henghold and J. J. Russell, "Equilibrium and natural frequencies of cable structures." Comput. Struc. 6, pp.267-271 (1976)
5. A. H. Peyrot and A. M. Goulois, "Analysis of cable structures." Comput. Struc. 10(5), pp.805-813 (1979)
6. H. B. Jayaraman, W. C. Knudson, S. Schneider and P. Hermann, "A small strain curved element for the analysis of cable structures." ISD Report No.276, University of Stuttgart, Stuttgart (May 1980).
7. A. S. Day, "An Introduction to Dynamic Relaxation", The Engineer, London, vol. 219, pp. 18-221
8. M. R. Barnes, "Form-finding and Analysis of Tension Space Structures by Dynamic Relaxation", PhD. Thesis, The City University London (1977)
9. W. J. Lewis, "The efficiency of numerical methods for the analysis of prestressed nets and pin jointed frame structures", Comput. Struct., Vol. 33, pp.791-800 (1989)
10. 한상을, 이경수, "동적이완법에 의한 막구조의 등장력곡면 형태해석에 관한 연구", 한국전산구조공학회, 제 11권 4호, pp. 321-330, (1998)