

모멘트-곡률 관계에 기초한 반복하중을 받는 철근콘크리트 보의 비선형 해석 Nonlinear Analysis of RC Beams under Cyclic Loading Based on Moment-Curvature Relationship

곽 효 경*
Kwak, Hyo-Gyoung

김 선 필**
Kim, Sun-Pil

Abstract

A moment-curvature relationship to simulate the behavior of reinforced concrete beam under cyclic loading is introduced. Unlike previous moment-curvature models and the layered section approach, the proposed model takes into consideration the bond-slip effect by using monotonic moment-curvature relationship constructed on the basis of the bond-slip relation and corresponding equilibrium equation at each nodal point. In addition, the use of curved unloading and reloading branches inferred from the stress-strain relation of steel gives more exact numerical result. The advantages of the proposed model, comparing to layered section approach, may be on the reduction in calculation time and memory space in case of its application to large structures. The modification of the moment-curvature relation to reflect the fixed-end rotation and pinching effect is also introduced. Finally, correlation studies between analytical results and experimental studies are conducted to establish the validity of the proposed model.

1. 서론

구조물의 비선형 해석은 선형해석과는 달리 반복해석을 위한 시간이 많이 소요되고 하중증가에 따른 구조계의 형상 및 재료성질의 변화에 따라 극한하중에 근접할수록 수치적인 불안정성이 증가하므로 실제 구조물에 적용하기 위해서는 간편하고 안정적이며 효과적인 해석기법을 개발할 필요가 있다. 보 구조물의 비선형 해석시 널리 사용되는 적층단면법의 경우 완전부착상태를 가정하게 됨으로써 철근콘크리트의 에너지흡수능력을 과대 평가하게 되고, 구조물이 대형화될 경우 해석시 많은 저장공간과 계산시간을 필요로 하게 되므로 비경제적이다. 이러한 단점을 보완하기 위해 모멘트-곡률 관계에 기초한 해석모델이 제안되어 오고 있다. 그러나 기존에 Clough[3], Takeda[13], Meyer[5]에 의해 제안되었던 모델들의 경우 모델을 구성하기 위한 초기 강성을 완전부착상태를 가정하여 구성하였고, 하중이력을 직선으로 표현함으로써 철근콘크리트의 에너지흡수능력을 과대 평가하는 경향을 나타내었다. 따라서, 이 연구에서는 모델에 사용되는 초기강성을 부착-슬립효과가 반영된 강성을 사용하였으며, 하중이력을 직선이 아닌 곡선으로 표현함으로써 계산시간을 효과적으로 줄이면서 반복하중을 받는 철근콘크리트 보 구조물의 거동을 보다 정확히 모사할 수 있는 모델을 제안하였다. 또한 구조물이 전단에 의해 지배될 경우 발생하는

* 정회원 · 한국과학기술원 토목공학과 부교수

** 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

pinching 효과와 부재의 고정단에서 발생하는 회전량을 고려하여 제안된 모델식을 보정하였다. 나아가 실험값과 제안된 모델에 의한 해석결과를 비교, 검토함으로써 제안된 모델의 효율성을 검증하였다.

2. 재료모델

이 연구에서는 콘크리트의 재료모델로서 Kent와 Park에 의해 제안되고 이후 Scott에 의해 수정된 모델을 사용하였다[12]. 현재 보다 정확한 콘크리트 모델이 제안되어 있음에도 불구하고 이 모델은 간편하면서도 스테럽 등의 횡보강 철근에 따른 영향을 효과적으로 고려하면서 해석의 정확성을 기할 수 있는 모델로 인정받고 있으며 비선형 해석시 널리 사용되고 있다. 철근의 경우 콘크리트에 비해 재료성질이 균일하게 정의되므로 모델의 단순화를 위하여 단조증가하중(monotonic loading)에 따른 재료거동은 두개의 직선구간으로 표현되는(bilinear) 응력-변형률 관계를 사용하였으며, 항복 발생 후의 기울기는 모델의 변형에너지가 실험에서 얻어지는 변형에너지와 동일하게 할 수 있는 값을 사용하였다. 또한 반복하중에 따른 재료거동을 모사하기 위해 Giffre-Menegotto-Pinto[6,9]모델을 사용하였다.

3. 모멘트-곡률 관계

3.1 모멘트-곡률 관계식의 구성

모델식은 크게 두 단계로 나누어 구성되는데, 먼저 참고문헌[1]에 의해 제안된 방법에 따라 부착슬립을 고려한 단조증가하중에 대한 보 부재의 모멘트-곡률 관계를 구성하여 이를 두개의 직선구간으로 간편화시키고, 다음 단계로 간편화된 모멘트-곡률 관계를 이용하여 반복하중에 대한 모멘트-곡률 관계의 기본모델을 구성하였다. 그리고 전단의 영향이 큰 경우와 보-기둥접합부에서 강제 처짐이 발생하는 경우, 단면이 대칭이 아닌 경우에는 제안된 모델을 보정하여 그 효과를 반영하였다. 반복하중에 대한 모멘트-곡률 관계의 기본모델은 그림 1에서 보는 바와 같이 크게 3부분으로 나누어져 구성된다.

(a)의 경우(점A-점B의 곡선구간) : 곡률이 전환(reverse)된 점A(ϕ_r, M_r)를 출발하여 단조증가에 대한 모멘트-곡률 관계(점B(ϕ_n, M_n))를 초과하지 않는 영역으로서 다음의 식으로 정의된다.

$$M^* = b \cdot \phi^* + \frac{(1-b) \cdot \phi^*}{(1 + \phi^{*R})^{\frac{1}{R}}} \quad (1)$$

여기서, $\phi^* = \frac{\phi - \phi_r}{\phi_0 - \phi_r}$, $M^* = \frac{M - M_r}{M_0 - M_r}$ 이다.

식(1)은 기울기가 EI_0 와 EI_2 인 직선을 점근선으로 하는 곡선의 천이를 나타낸다. EI_0 는 하중의 단조증가상태에서 항복하기 전의 휨강성을 나타내며, EI_2 는 EI_0 를 기울기로 하는 점근선이 곡률축과 만나는 점D(ϕ_0, M_0)와 이전에 경험했던 최대이력 점C(ϕ_{max}, M_{max})을 잇는 점근선의 기울기를 나타낸다. b 는 변형경화 비율로서 EI_0 과 EI_2 의 비율을 나타내며, R 은 천이곡선(transition curve)에 영향을 줄 수 있는 계수로서, Bauschinger효과를 표현할 수 있는 계수이다. 그리고 점D와 점A값은 변형률이 전환될 때마다 새롭게 구성된다. 이 구간에서의 모멘트-곡률 관계는 철근의 응력-변형률 관계와 동일한 형태로 표현하였다. 이는 철근콘크리트 단면의 반복하중 해석시 변형이 증가함에 따라 단면의 모멘트-곡률 관계는 철근의 응력-변형률 관계와 직접적인 비례관계를 갖는 반면 콘크리트에 의한 단면 저항력은 극히

작게 나타나는 현상에 기초한 것이다.

(b)의 경우(점B-점C구간) : 곡률이 전환된 점A를 출발한 천이곡선이 단조포락선상의 점B를 넘어섰지만 아직 이전 최대이력 점C는 넘어서지 않은 영역으로 다음과 같이 직선으로 정의하였다

$$M = EI_3 \cdot \phi + (M_{\max} - EI_3 \cdot \phi_{\max}) \quad (2)$$

여기서 EI_3 는 천이곡선과 단조포락선이 만나는 점B와 점C를 잇는 직선의 기울기이다.

(c)의 경우(점C이후 구간) : 곡률이 전환된 점A를 출발한 곡선이 이전 최대이력 점C를 넘어 새로운 최대변형이 발생한 영역으로 다음과 같이 직선으로 정의하였다.

$$M = EI_1 \cdot \phi + (M_{\max} - EI_1 \cdot \phi_{\max}) \quad (3)$$

여기서 EI_1 은 단조포락선의 항복상태 이후 휨강성을 나타낸다.

3.2 전단에 대한 영향이 클 경우

실험을 통하여 널리 알려진 바와 같이 전단력이 작용할 경우 pinching 현상이 발생하게 되므로 그림 1의 점A-점B구간을 정의함에 있어 사용했던 점C와 점D를 토대로 구성된 점근선의 기울기 EI_2 를 점D와 점B' (ϕ_p, M_p)를 잇는 점근선의 기울기 EI_{2p} 로 수정하여 전단에 따른 pinching 효과를 반영하였다. 특히 점B'는 실험식에 따라 전단경간비율 a/d 에 대한 함수로 결정되어 질 수 있는데 이 연구에서는 Meyer[5]가 제시한 관계식을 토대로 점B'를 결정하였다.

$$M_p = \alpha_p M_n, \phi_p = \alpha_p \phi_n$$

$$\frac{a}{d} < 1.5 \text{ 일 경우 } \alpha_p = 0; 1.5 < \frac{a}{d} < 4.0 \text{ 일 경우 } \alpha_p = 0.4 \frac{a}{d} - 0.6; \frac{a}{d} > 4.0 \text{ 일 경우 } \alpha_p = 1 \quad (4)$$

여기서 a =전단경간의 길이, d =단면의 깊이이다.

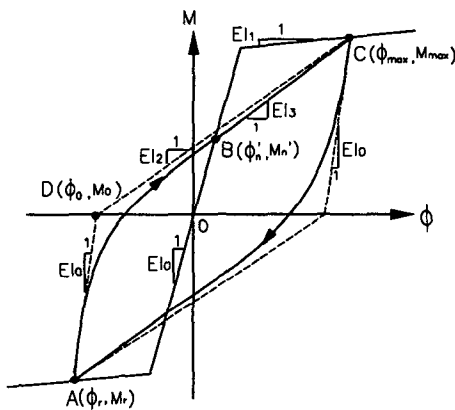


그림 1 제안된 모멘트-곡률 관계 모델식

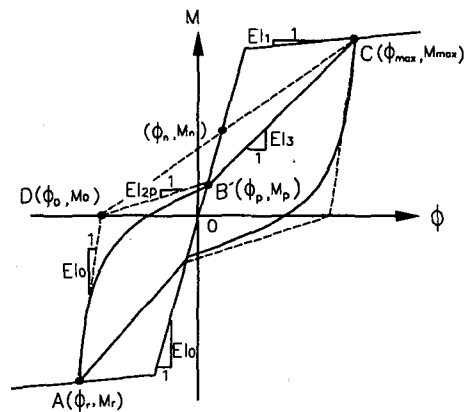


그림 2 전단의 영향을 고려한 보정된 모델식

3.3 강제회전에 의한 처짐의 보정

부재의 내부에 위치한 임의의 점에서 정의되는 모멘트-곡률 관계를 보-기둥 접합부와 같은 고정단에 적용하게 되면 철근의 정착영역(anchorage zone)에서 발생하는 슬립(slip)에 의해 고정단이 회전하게 되

고, 이로 인한 강체거동(rigid body motion)에 의해 추가적인 처짐이 발생하게 되므로 실제 구조물의 거동과 해석모델에 의한 수치결과와는 다소 차이를 나타나게 된다. 이러한 현상을 반영하기 위하여 만약 실험에 의해 고정단의 회전에 의한 처짐 δ_{fe} 가 결정되어져 있는 경우, 휨거동에 의한 처짐 δ_{flex} 과 δ_{fe} 와의 관계가 휨거동에 의한 곡률 ϕ_{flex} 과 δ_{fe} 을 반영하기 위한 가상의 곡률 ϕ_{fe} 와의 관계와 같다고 가정하면 그림3과 같이 항복곡률 ϕ_y, EI_0, EI_1 의 값을 ϕ_y', EI_0', EI_1' 로 보정할 수 있다. 한편 δ_{fe} 가 실험에 의해 결정되어져 있지 않을 경우 Oh[7]에 의해 제안된 철근의 응력과 균열 사이의 관계를 이용하여 철근항복시 균열폭을 구하고 이 균열폭의 절반을 Δ_{fe} 라 하면, δ_{fe} 는 식(5)와 같이 계산되어질 수 있다.

$$\delta_{fe} = \theta_{fe}L = \frac{\Delta_{fe}}{d-c} L \quad (5)$$

여기서 c 값은 등가응력분력을 사용하여 철근이 항복할 때의 중심축을 구해 내거나 철근의 항복 상태에서 휨부재의 중립축이 $0.4d$ 내외에서 위치하게 되므로 이를 토대로 $c=0.4d$ 로 가정될 수 있다.

3.4 단면이 대칭이 아닌 경우에 대한 보정

기존의 모델에서는 모멘트가 (-)일 경우의 포락선으로 모멘트가 (+)일 경우의 포락선을 원점대칭시켜 사용하도록 하고 있다. 반면 단면이 대칭이 아닐 경우, 압축측과 인장측의 휨강성과 항복모멘트가 동일하지 않기 때문에 보정된 모델에서는 실험이나 수치해석을 통하여 얻어진 모멘트가 (-)일 경우의 포락선을 토대로 단면의 휨강성을 결정하게 된다. 즉 그림 4에서와 같이 보정된 휨강성을 EI_0', EI_1' 이라고 하면, 점근선의 기울기를 보정하는데 있어서 하중재하(reloading)시 EI_0 대신 EI_0' 를, 하중제하(unloading)시 EI_1 대신 EI_1' 를 사용하였다.

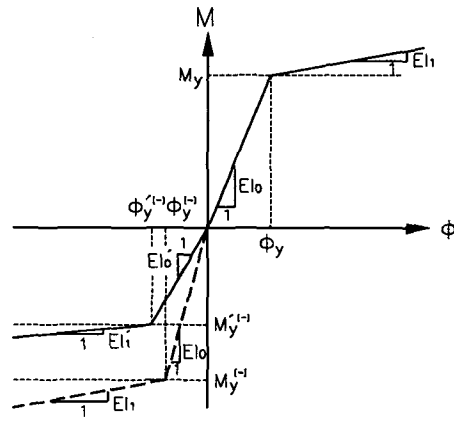
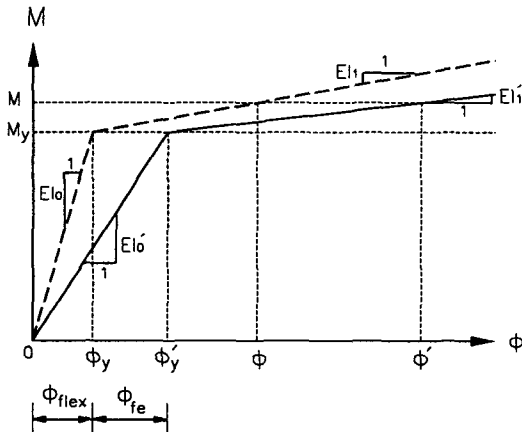


그림 3 강체회전이 존재할 경우 보정된 모델식

그림 4 단면이 대칭이 아닌 경우 보정된 모델식

4. 유한요소의 이상화

이 연구에서는 변위장을 정의함에 있어 Timoshenko보 이론을 사용하였다. 철근콘크리트 보 구조물을 유한요소로 모델링 함에 있어서 축방향 변형과 비선형 거동에서 콘크리트의 전단에 따른 영향을 고려하

지 않았으며, 하중증가에 따른 비선형 거동은 휨강성의 변화에 기인하는 것으로 가정하였다. 이와 같은 가정에 따라서 보요소의 임의의 위치에서의 평면 응력-변형을 관계로부터 내력인 모멘트 M 과 전단력 Q 를 산정한 후 가상일의 원리를 적용하면 보요소와 관련한 평형방정식 및 외력을 구성할 수 있으며 이와 관련한 자세한 유도과정은 참고문헌[8]에 자세히 명시되어 있다.

5. 철근콘크리트 보의 해석

이 연구에서는 실험으로 거동이 검증된 3개의 철근콘크리트 보에 대하여 각각 모멘트-곡률 관계를 구성하고 이를 토대로 부재해석을 수행하여 그 결과를 비교하였다. 여기서 사용된 3개의 철근콘크리트 보는 Bertero, Bresler와 Liao[2]에 의해 실험된 BEAM1부재, Ma, Bertero와 Popov[4]에 의해 실험된 BEAMR5, BEAMR6부재이다.

5.1 BEAM1

BEAM1은 구속조건이 단순 지지이고, 중앙부에는 순수 휨만 작용하며, 압축철근과 인장철근의 비율이 같은 철근콘크리트 보이다. 완전부착상태를 가정한 적층단면법과 이 연구에서 제안한 모델에 의해 얻어진 모멘트-곡률 곡선을 비교해 보면 부착슬립에 따른 영향은 변형이 증가함에 따라 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 또한 이 연구에서 제안한 모멘트-곡률 관계 모델을 사용하여 구조물의 해석을 수행할 경우, 부착-슬립(bond-slip)효과를 고려하게 되어 부재의 에너지흡수능력 측면에서 완전부착을 가정한 적층단면법에 의한 결과에 비해 보다 개선된 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

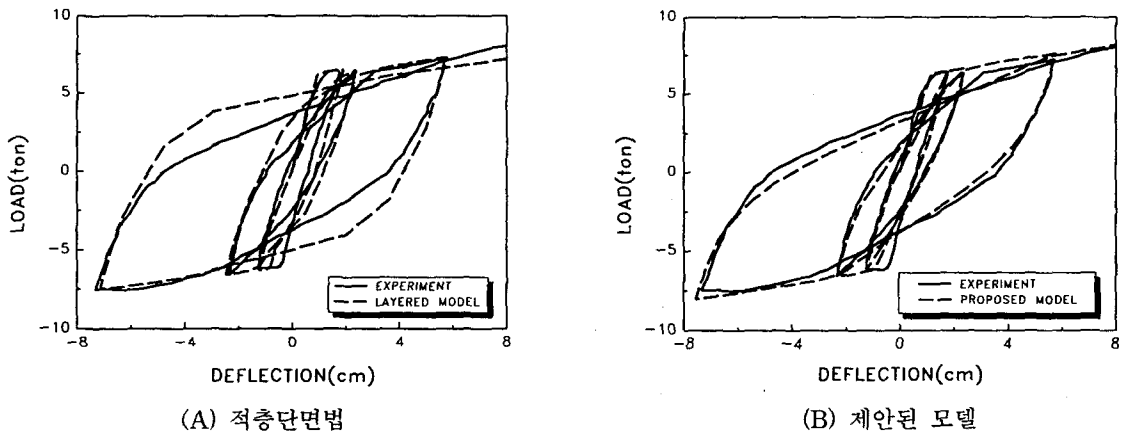


그림 5 BEAM1의 하중-처짐 관계

5.2 BEAMR6

BEAMR6은 구속조건이 고정단이고, 휨과 전단력이 동시에 작용하며, 압축철근과 인장철근의 비율이 같은 철근콘크리트 보이다. BEAMR6과 같은 외팔보를 유한요소 해석하는데 있어서 특히 고려해야 할 사항 중에 하나가 요소의 길이를 결정하는 일이다. 만약 고정단 근처의 요소 길이를 소성힌지길이 이상

으로 결정했을 경우 요소의 평균적인 변형이 과소 평가되면서 모멘트-곡률 관계에서 낮은 곡률 구간에서의 큰 강성값을 이용하게 되어 부재의 강성이 크게 나타나며 항복강도 역시 과대평가 된다[1]. 따라서 신뢰할 수 있는 결과를 얻기 위해서는 소성힌지길이 개념을 이용하여 구조물을 모델링해야 할 필요가 있다. 이 연구에서는 Sawyer[11]가 제안한 식을 이용하였으며 실험을 통해 산정된 모멘트-곡률 관계와 적층 단면법을 토대로 계산된 모멘트-곡률 관계를 비교해 보면 그림 6(A)와 같다.

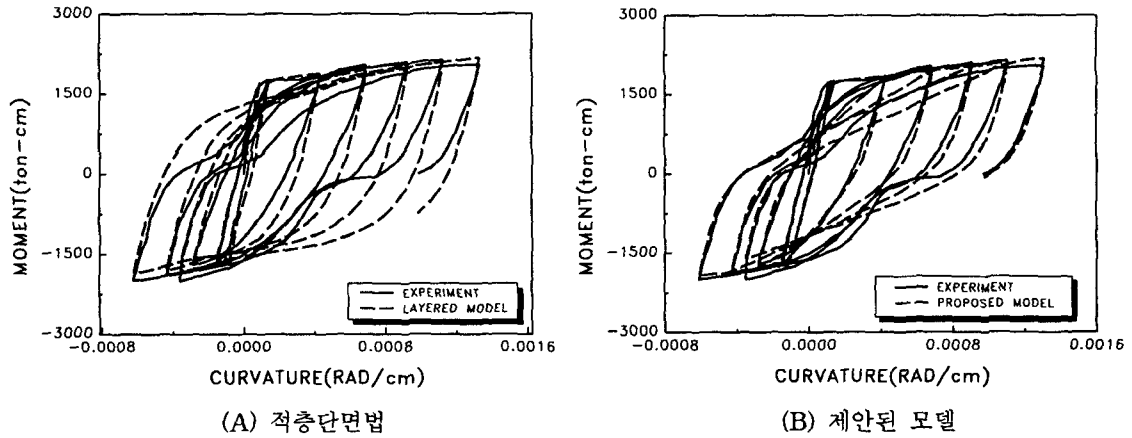


그림 6 BEAMR6의 모멘트-곡률 관계

이와는 달리 제안된 모멘트-곡률 관계 모델을 이용하여 구조물의 해석을 수행하면 그림 6(B)와 같다. 모델식을 이용한 모멘트-곡률 곡선이 실제와 유사한 결과를 보임에도 불구하고, 이를 토대로 구성된 하중-처짐 관계(그림 7(A))는 실험치의 항복처짐값을 과소평가 하는 다소 다른 결과를 주는 것을 알 수 있다. 이런 현상은 Roufaiel와 Meyer[5]의 연구 결과에도 나타나고 있는데, 이는 유한요소해석시 고정단의 회전량이 0(zero)으로 가정됨에도 불구하고, 실제 실험에서는 고정단에서 강체회전량이 발생하기 때문이다. 모델식에서 제안한 바와 같이 강체 처짐량을 반영한 후 하중-처짐 관계를 구성하면 그림 7(B)에서 보는 바와 같이 실제와 거의 일치하는 거동을 나타내는 것을 알 수 있다.

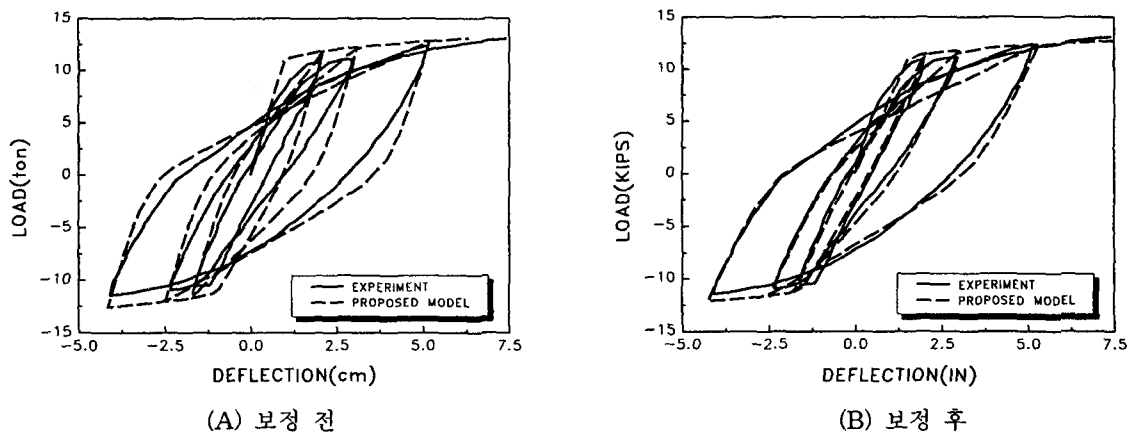
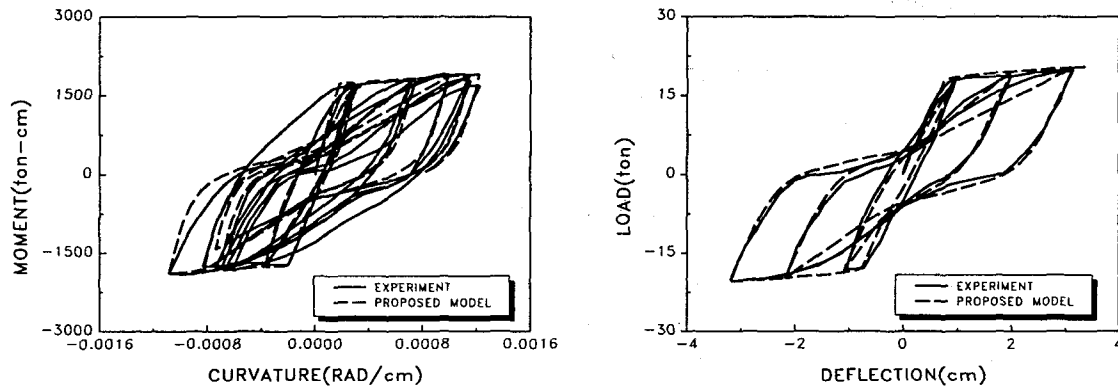


그림 7 BEAMR6의 강체회전에 대한 보정 전후 하중-처짐 관계

5.3 BEAMR5

BEAMR5의 천이곡선은 같은 단면을 가지고 있는 BEAMR6의 천이곡선과 비교해 보면 다른 점을 보이는 것을 알 수 있다. 즉 *pinching*현상의 정도가 BEAMR6보다 더 심해지는 것을 알 수 있으며, 극한 하중도 상대적으로 큰 값을 나타내고 있다. 이러한 현상이 일어나는 이유는 BEAMR5의 경우 a/d 값이 2.75로써 휨거동보다는 전단거동에 의해 지배받기 때문에 일어나는 현상으로, 기둥-보 접합부에 더 많은 전단력이 작용하게 되고 이로 인하여 발생된 더 큰 전단변형은 균열단면의 감소현상을 초래하여 전단강성을 저하시키기 때문이다[4]. BEAMR5의 경우, 강체회전에 의한 처짐이 발생하고 전단에 의한 영향이 크므로 이에 대한 보정된 모멘트-곡률 관계 모델을 이용하여 구조물의 해석을 수행하면 그림 8과 같은 결과를 얻을 수 있다. 이 그림에서 볼 수 있듯이, 이 연구에서 제안된 모델이 전단력의 영향을 받는 철근콘크리트의 하중-처짐 관계도 효과적으로 모사하고 있음을 알 수 있다.



(A) 모멘트-곡률 관계

(B) 하중-처짐 관계

그림 8 BEAMR5보의 제안된 모델에 의한 모멘트-곡률, 하중-처짐 관계

6. 결론

적층단면법에 의해 철근콘크리트 보 구조물의 거동의 해석을 수행해 본 결과, 구조물이 흡수할 수 있는 에너지량을 실제보다 과대 평가하고 있는 것을 알 수 있었다. 그리고 이 연구에서 제안된 모멘트-곡률 모델에 의해 해석을 수행해 얻은 결과들이 실제거동과 비슷한 결과를 나타낸 것을 볼 때, 이 연구에서 제안된 모델보다 더 큰 휨강성을 사용하고 하중이력을 곡선이 아닌 직선으로 사용하는 기존의 제안된 모멘트-곡률 관계의 모델들 역시 구조물이 흡수할 수 있는 에너지량을 실제보다 과대 평가하고 있는 것을 알 수 있었다. 또한 구조물이 전단력에 의해 크게 영향을 받고 있는 경우, 전단강성의 저하에 의한 *pinching*현상이 나타나는 것을 알 수 있었으며 보-기둥 접합부 같은 고정단을 유한요소법으로 해석할 경우 해석시 고정단의 회전량을 0(zero)으로 가정하지만 실제로는 주철근의 슬립에 의한 고정단에서의 회전이 발생하고 이로 인하여 비교적 큰 처짐량이 발생하는 것을 알 수 있었다. 따라서 이런 현상들이 고려되지 않았을 경우 해석결과에 큰 오류가 발생할 수 있으므로 이 연구에서는 이러한 경우에 대하여 모델식을 보정하여 사용함으로써 이러한 현상들을 해석 결과에 반영하였다. 마지막으로, 부재의 극한 저항력 이후 야기되는 반복하중에 따른 강도감소(strength degradation)현상에 대한 모사는 제안된 모델에

포함시키지 않았다.

참 고 문 헌

1. 곽효경, 김지은. "모멘트-곡률 관계에 기초한 철근콘크리트 보의 비선형 해석", 전산구조공학회, 제11권, 제4호, 1998, pp295-307.
2. Bertero, V. V., Liao, H., and Bresler, B., "Stiffness Degradation of Reinforced Concrete" Earthquake Engrg. Research Center Report No. EERC 69-12, Univ. of California, Berkeley, Calif., 1969.
3. Clough, R. W. And Johnston, S. B., "Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirments." Proceedings of Japan Earthquake Engineering Symposium, October 1966.
4. Ma, S. M., Bertero, V. V., and Popov, E. P., "Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangural and T-beam." Earthquake Engrg. Research Center Report No. EERC 76-2, Univ. Of California, Berkeley, Calif., 1976.
5. Magdy, S. L., Roufaiel and Christian Meyer, "Analytical Modeling of Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Frame.", Journal of Structural Engineering, Vol. 113, No.3, Mar, 1987.
6. Menegotto M., and Pinto, P. E., " Method of Analysis for Cyclically Loaded Reinforced Concrete Plane Frame Including Changes in Geometry and Nonelastic Behavior of elements under Combined Normal Force and Bending", Proceedings, IABSE Symposium on "Resistance and ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads", Lisbon, 1973
7. Oh, B. H., "Flexural Analysis of Reinforced Concrete Beams Containing Steel Fibers", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 118, No.10, 1982, pp. 2821-2836.
8. Owen, D. R. J. and Hinton, E., Finite Elements in Plasicity, Pineridge Press Limited, 1980.
9. Pinto, P. E. and Giuffre', A., "Comportamento del Cemento Armato per Sollecitazioni Cicliche di Forte Intensita", Giornale del Genio Civile, No.5, 1970.
10. Popov, E. P., Bertero, V. V., and Krawinkler, H., "Cyclic behavior of three Reinforced Concrete Flexural Members with High Shear." Earthquake Engrg. Research Center Report No. EERC 72-5, Univ. of California, Berkeley, Calif., 1972.
11. Sawyer, H. A., "Design of Concrete Frames for Two Failure States", Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, Miami, November, 1964, pp. 405-431.
12. Scott, B. D., Park, R. and Priestley, M. J. N , "Stress-Strain Behavoir of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates." ACI, Vol. 79, No. 1, 1982, pp. 13-27.
13. Takeda, T., Sozen, M. A. and Nielsen, N. N , "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquake. " Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. ST-12, December 1970