

## 전역근사최적화를 위한 소프트컴퓨팅기술의 활용

### Utilizing Soft Computing Techniques in Global Approximate Optimization

이종수\*(연세대 기계전자공학부), 장민성\*\*, 김승진\*\*, 김도영\*\*\*(연세대학교 대학원 기계공학과)  
Jongsoo Lee\*(Yonsei Univ.), Minsung Jang\*\*\*(Graduate School, Yonsei Univ.), Seungjin Kim\*\*, Doyoung Kim\*\*

Key words : Global Approximate Optimization (전역근사최적화), Soft Computing (소프트컴퓨팅), Genetic Algorithms (유전알고리즘), Neural Networks (신경회로망), Fuzzy System (퍼지시스템)

#### ABSTRACT

The paper describes the study of global approximate optimization utilizing soft computing techniques such as genetic algorithms (GA's), neural networks (NN's), and fuzzy inference systems(FIS). GA's provide the increasing probability of locating a global optimum over the entire design space associated with multimodality and nonlinearity. NN's can be used as a tool for function approximations, a rapid reanalysis model for subsequent use in design optimization. FIS facilitates to handle the quantitative design information under the case where the training data samples are not sufficiently provided or uncertain information is included in design modeling. Properties of soft computing techniques affect the quality of global approximate model. Evolutionary fuzzy modeling (EFM) and adaptive neuro-fuzzy inference system (ANFIS) are briefly introduced for structural optimization problem in this context. The paper presents the success of EFM depends on how optimally the fuzzy membership parameters are selected and how fuzzy rules are generated.

#### 1. 서론

컴퓨터의 성능 및 시뮬레이션기반 해석기술의 발전으로 공학문제의 설계 및 최적화를 위한 다양한 수치적 방법이 개발되었고, 특히 구조최적설계 분야에 수많은 최적화 방법론이 연구되어 실제 문제에 적용되고 있다. 수치적 방법에 의한 설계최적화를 수행하는 경우, 유한요소해석 등, 전산해석용 프로그램과 연결하여 설계해의 반복적인 탐색과정을 거쳐 최적해를 얻게되는데, 계산시간이 대부분은 해석모델 수행과정에서 소요되며, 이를 효율적으로 해결하기 위해 근사최적화(approximate optimization)기법을 이용하고 있다. 다양한 설계변수 및 구속조건을 수반하는 최적 설계 문제의 경우, 설계공간이 불연속적(disjoint)이고 설계변수가 연속형(continuous)일뿐 아니라, 정수형(integer) 또는 이산형(discrete)의 다양한 형태로 혼합되어 있으며 특히, 설계문제의 비선형성으로 인해 최종적으로 수렴된 최적설계는 전역설계(global

design)가 아닌 초기 설계에서 개선된 국부설계(local design)일 가능성이 높다. 이러한 설계문제의 다양한 특성을 고려하기 위해 전역적 탐색방법인 유전알고리즘(genetic algorithms, GA's) 또는 모사적 냉각(simulated annealing, SA)등을 최적화의 새로운 방법으로 이용하고 있으며, 실제 적용분야에 있어서 벤치마크 수준을 지나 다양한 구조최적화 및 대규모 최적설계문제에 적용되고 있다. 유전알고리즘과 같은 진화연산(evolutionary computing)기반 최적화 방법은 전역해를 탐색할 수 있는 장점을 내포하고 있으나, 진화세대에 걸쳐 설계해의 집단적 이동으로 인해 막대한 계산시간이 소요되며 이러한 단점을 극복하기 위해 전역근사최적화(global approximate optimization)모델을 이용하여 효율적 설계를 수행하고 있다. 전역근사최적화의 방법으로는 유전알고리즘, 퍼지추론시스템, 신경회로망과 같은 소프트 컴퓨팅 기술을 이용한 방법들이 사용되고 있다. 본 연구에서는 소프트 컴퓨팅기술을 서로 통합시킨 방법으로써, 유전알고리즘의 전역최적화능력과 퍼지추론시스템의 인간

과 유사한 추론 능력을 결합시킨 진화퍼지모델링과 신경회로망의 인공 지능적 기법, 즉 학습 기능과 퍼지추론시스템의 추론능력을 결합시킨 적응형 퍼지추론시스템에 의한 전역근사최적화방법을 제시한다.

## 2. 소프트컴퓨팅

유전알고리즘, 신경회로망 및 퍼지추론시스템은 각각 생물체의 진화 메카니즘 및 인간의 주관적인 정보처리 방식을 모방한 것인데, 이들은 생명체가 외적환경에 대해 적응하고 학습하는 능력을 모델링하는 특징을 갖고 있다[1,2]. 소프트컴퓨팅기술의 연구는 1980년대 중반 이후로 점점 활성화되고 있으며, 각각의 기술들이 갖고 있는 장점들을 응용하여 각각의 요소기술을 통합하는 연구가 진행되고 있다. 예를 들어, 신경회로망과 유전알고리즘의 적응 능력, 퍼지추론시스템과 신경회로망의 비선형성, 퍼지추론시스템의 인간-컴퓨터 지식, 신경회로망에서 처리되는 함축적인 데이터 지식, 유전알고리즘의 전역적, 지역적 탐색 특성 등이다. 이러한 기술들을 통합하는 연구의 목적은 공통적인 효과를 통해서 고성능의 시스템을 구현하는 것이다. 산업적인 문제들을 해결하기 위하여 이러한 기술들이 통합되어 많이 사용되고 있다. 따라서, 본 논문에서는 유전알고리즘(genetic algorithms, GA's), 신경회로망(neural networks, NN's) 및 퍼지추론시스템(fuzzy inference systems, FIS) 등으로 표현되는 소프트컴퓨팅(soft computing)기술을 간략히 소개하고 구조최적화문제에 적용되는 사례를 고찰하고자 한다.

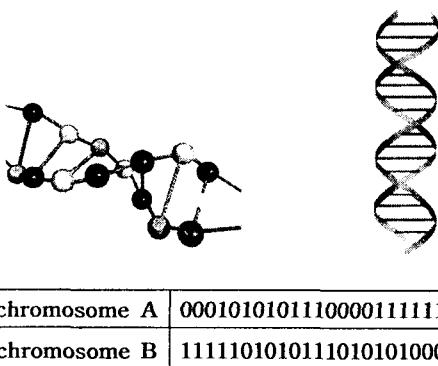


Fig. 1 Dual spiral chromosome structure of DNA and its binary representation

### 2.1. 진화연산 및 유전알고리즘

유전알고리즘과 같은 진화연산기반 탐색방법은 생물체의 원리를 응용하는데, 한세대 당 다량의 설계집단의 확률적 분포를 기본으로 하여 암호화된 설계변수(Fig. 1 참조)를 생물학적 유전의 기본 원리인 재생, 교배 및 돌연변이 발생 등의 과정을 반복

적으로 거쳐 새로운 설계변수를 생성하거나 이를 이용하여 개선된 설계해를 탐색함으로써 목적함수를 최적화 한다. 유전알고리즘에서는 반복과정시 한 개의 해가 개선되는 것이 아니라 다수의 설계집단이 진화과정을 통하여 설계목적에 대해 항상된 또 다른 다수의 설계집단으로 이동하므로 극대 및 극소해가 다량으로 존재하는 비오목성 탐색문제에 적용 가능하다. 또한, 유전알고리즘은 함수의 미분 등을 요구하는 민감도해석의 과정 없이 함수 자체만으로 설계해를 이동시키는 장점이 있다. 유전알고리즘의 최적화응용은 다량의 국부적 최적해가 존재하는 문제 또는 이산형, 정수형 등의 다양한 형태의 설계변수로 구성되는 구조설계문제에 적합성을 보여주고 있다. 예를 들어 복합재 항공기 날개 및 동체 등의 경량 구조설계문제에 대해서 Table 1과 같은 설계변수를 고려할 때 매우 효과적이다.

Table 1 Types of design variables in GA's

Design Variable	Type
width of panel	continuous
number of laminate	integer
ply angle	discrete

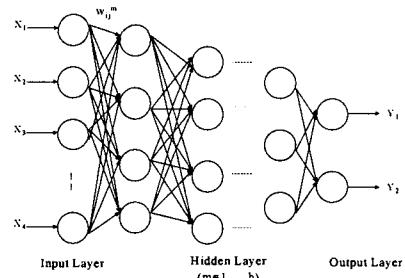


Fig. 2 Architecture of multilayered BPN

### 2.2. 신경회로망

대부분의 복잡하고 대규모의 구조 최적화 문제에서 유한요소해석 등으로 얻어지는 각 설계 해를 효율적으로 다루기 위해 함수근사화(function approximation) 또는 민감도 해석등을 사용하고 있으나 유전알고리즘에서는 각 설계변수의 이동제한(move limit)을 적용시킬 수 없기 때문에 일반적으로 구배기반 탐색기법(gradient based search methods)에서 사용되는 제 1차 테일러급수 함수근사화(the first order Taylor series function approximation)는 전역적 탐색기법의 성격과 뒷지 않는다. 그러므로 유전알고리즘기반 최적설계환경 하에서는 전역적 함수근사화를 표현할 수 있는 다항식 또는 신경회로망기반 반응표현법(response surface methods)이 사용되고 있으며, 이러한 근사해법들은 구배에 의한 계산과정 없이 함수값 자체만으로 구성할 수 있는 장점이 있다. 함수근사화를

위한 신경회로망은 다층역전파신경회로망이 가장 널리 사용되며, 이밖에 다양한 신경회로망모델이 최적화문제의 효율성 제고를 위해 적용, 연구되고 있다. 특히, Fig. 2와 같은 다층역전파신경회로망(multilayered feedforward backpropagation neural network, BPN)의 경우 회로망 사이에 존재하는 상호연결 가중치 행렬(interconnection weight matrix)로부터 설계공간에서의 입출력 데이터의 흐름을 파악하여 각 설계변수와 반응함수 사이의 의존도 또는 인과관계(causality)를 정성적으로 분석함으로써 전역적 민감도에 대한 정보를 생성할 수 있다. 이러한 가중치해석은 유전알고리즘이 갖지 않은 민감도 평가 부분을 보완해 줄 수 있다. 또한, 전역적 탐색환경 하에서 분리기반 설계에 최적화 문제를 수행하는 경우, 대규모의 단일 시스템을 분리하는 기초적 자료로 사용될 수 있다. 즉, 가중치 해석에 의한 행렬식은 서로 강한 연관 관계를 갖는 설계변수와 구속함수로 이루어진 다양한 소규모 하부시스템을 구성하는데 유용한 정보를 제공한다.

### 2.3. 퍼지추론시스템

FIS는 기존의 수학적 방법으로는 설명할 수 없는 시스템 행동을 퍼지이론에 근거하여 설명하기 위한 방법인데, 퍼지집합이론, 퍼지규칙, 그리고 퍼지 추론에 바탕을 두고 있다[3-7]. 퍼지추론시스템은 자동제어, 데이터분류, 전문가시스템, 로보틱스 및 패턴 인식 등과 같은 다양한 분야에서 성공적으로 적용되고 있다. 일반적으로 퍼지추론시스템의 구조는 3개의 개념적인 성분들로 이루어져 있다. 첫 번째, 퍼지규칙(fuzzy rules)들을 포함하고 있는 규칙 베이스(rule base)와 두 번째, 퍼지규칙에서 사용된 멤버쉽 함수(membership function)를 정의하는 데이터베이스와 세 번째, 타당한 출력 또는 결론을 유도하는 규칙들과 주어진 사실에 바탕을 두고 있는 추론 절차에 대한 추론메카니즘(reasoning mechanism)으로 구성되어 있다.

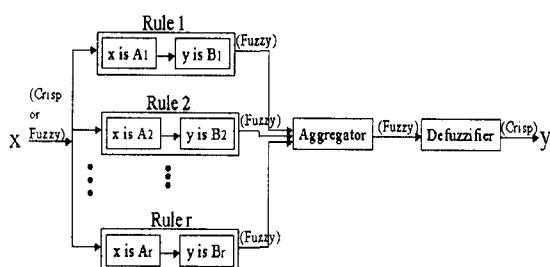


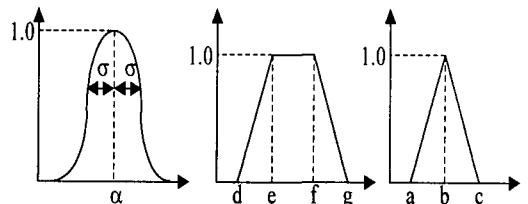
Fig. 3 Block of Fuzzy Inference System [7]

Fig. 3에서는 FIS의 추론 메카니즘을 보여주고 있다. 이를 바탕으로 퍼지 알고리즘(fuzzy algorithms)을 나타내면 다음과 같이 표현된다. 첫 번째, 퍼지규칙(if/then rule)을 구성하고 두 번째, 입력값(input)과 출력값(output)을 퍼지화(fuzzyfication)

하고 세 번째, 퍼지 연산자를 적용하고 네 번째, 퍼지 관계를 적용하고, 다섯 번째, 결과 퍼지 집합을 최대연산자를 사용하여 퍼지출력값으로 만들고 마지막으로 이 퍼지출력값을 비퍼지화 방법인 도심방법을 사용하여 크리스프 출력값을 최종적으로 얻는다.

### 진화퍼지모델링

일반적인 퍼지추론시스템은 설계자가 학습전에 퍼지 규칙을 구성하는 멤버쉽 함수의 형태를 결정하는 매개변수를 미리 결정해야만 한다. 이런 매개변수의 결정은 퍼지추론시스템의 학습에 큰 영향을 미친다. 그래서 이러한 퍼지추론시스템의 단점을 해결하고자 유전알고리즘을 사용한다. 유전알고리즘은 자연계 생물체의 유전자적 특성과 적자 생존 메카니즘을 응용한 최적화 이론이며, 그 특징으로는 임의적이고 병렬적인 전역 근사 최적해 탐색기능을 들 수 있다. 이러한 유전알고리즘의 특징을 사용하여 퍼지추론시스템을 구성하는 멤버쉽 함수의 매개변수를 최적화하여 모델링하는 방법이 진화퍼지모델링이다. 퍼지추론시스템의 퍼지규칙베이스는 퍼지집합으로 구성되어 있는데, 퍼지집합은 집합의 각 원소가 집합에 속하거나 속하지 않는 두 가지 중의 하나로 결정하지 않고 각각에 대한 소속 정도를 취하는 원소들로 구성되는 집합을 말한다. 즉 소속함수의 값이 0과 1뿐만 아니라, 0과 1 사이의 임의의 값을 가질 수 있도록 하는 집합이다. 이러한 집합을 표현하기 위해서 Fig. 4와 같은 대표적인 가우시안, 사다리꼴, 삼각형 멤버쉽 함수를 사용한다.



(a) Gaussian      (b) Trapezoid      (c) Triangle  
Fig. 4 The form of membership function

진화퍼지모델링은 퍼지추론시스템과 유전알고리즘의 특성을 융합하여 유전알고리즘의 전역최적화능력과 퍼지추론시스템과 같이 인간과 유사한 추론능력을 보유한 통합 모델링으로 퍼지추론시스템의 소속함수의 형태를 유전알고리즘을 이용하여 최적의 값을 선택함으로써 기존의 퍼지추론시스템과는 다르다. 비록 멤버쉽 함수와 퍼지 규칙의 수가 최적화 과정동안 변화지만, 본 연구에서는 멤버쉽 함수의 모양을 정의하는 매개변수만을 고려하기로 한다. 그러므로 유전알고리즘은 설계변수로써 멤버쉽 함수를 구성하는 매개변수들의 조합들을 다루게 되고, 퍼지 추론시스템의 응답값과 실제값 사이의 오차가 최소가 될 때까지 계속 진행된다. 진화

퍼지모델링은 다음과 같은 최적화 문제로 표현된다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad F &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [y_j - t_j]^2 \\ \text{subject to} \quad x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i &= 1, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $F$ 는 응답값( $y_j$ )과 실제값( $t_j$ )사이의 평균 제곱오차(mean square error)로 정의할 수 있고,  $x_i$ 는 설계변수이며  $x_i^L$ 와  $x_i^U$ 는  $x_i$ 의 최소와 최대값이다. 이때  $x_i$ 는 퍼지 멤버쉽 함수를 표현하는 매개변수이다. 각 설계변수들은 멤버쉽 함수를 정의하는 매개변수들을 표현된다. 이런 설계문제에 대한 최적의 해는 가장 적당한 근사치를 발생시키는 멤버쉽 함수의 구성하는 매개변수의 조합이다.

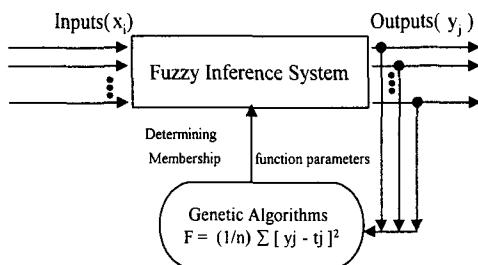


Fig. 5 GA based Evolutionary Fuzzy Modeling

Fig. 5은 진화퍼지모델링의 전체적인 개략도이다. 입력값( $x_i$ )은 퍼지추론시스템에 입력되어서 응답값( $y_j$ )이 나오면 이 값은 유전알고리즘에서 실제값( $t_j$ )과 오차를 최소화시키는 입력과 출력 멤버쉽 함수의 형상을 결정하는 매개변수들을 조정한 후 다시 퍼지추론시스템에 입력된다. 이 과정은 실제값과 응답값 사이의 오차를 최소화 될 때까지 반복한다.

### 적용형 뉴로퍼지추론시스템

적용형 뉴로퍼지추론시스템은 퍼지추론시스템의 단점인 퍼지 규칙을 구성하는 멤버쉽 함수의 형태를 결정하는 매개변수를 주관적으로 결정하는데 오는 오류영역, 외부 환경 변화에 동적으로 적용하지 못함으로써 발생하는 새로운 자극에 대해서 스스로 재구성하는 능력이 부족하므로 이를 보완하기 위해서 주어진 목표에 빨리 도달할 수 있는가를 고려해서 규칙의 특성, 퍼지 집합의 형태, 비퍼지화 방법 등을 변경 및 수정하여 최적의 처리를 할 수 있도록 개선한 퍼지추론시스템으로, 인공지능적 기법으로 학습 신경망을 도입하여 퍼지추론시스템에 적용적 능력을 부여함으로써, 인간의 사고 작용과 같이 학습하고 추론하며 기억하고 인식

하는 등의 기능을 보다 지능적인 시스템을 만드는 것을 목표로 하는 신경망의 장점인 학습기능과 퍼지추론시스템의 장점인 독특한 추론 기능을 융합하여 만든 시스템이다[8-10]. 기존의 적응형 퍼지추론시스템은 직접 추론법을 사용하는데, 이 추론방법을 사용시 전반부 변수가 증가하면 관계의 차원이 지수적으로 증가하므로 계산량이 증가하고 전반부 변수와 후반부 변수 사이의 인과관계를 얻기가 어려워진다. 이를 해결하는 방법중 하나로 본 연구에서는 규칙의 후반부에 선형식을 사용하는 선형추론법을 이용한 적응형 퍼지추론시스템을 제시한다. 즉 1차 Sugeno 추론법(선형추론법)을 이용하여 퍼지추론시스템을 구성하고 퍼지추론시스템을 구성하는 매개변수를 최적화시키기 위해 두 개의 혼합 알고리즘을 이용하는 적응형 퍼지추론시스템이다. 여기서는 퍼지추론시스템의 퍼지규칙을 구성하는 멤버쉽 함수의 매개변수만을 고려하기로 한다. 선형추론법을 이용한 적응형 퍼지추론시스템은 두 개의 과정을 통한 혼합 알고리즘을 사용하는데, 먼저 전향시 조건부 매개변수를 고정시키고, 결론부 매개변수에 대해서 최소제곱(least square)알고리즘을 이용하여 최적화시키고, 다시 후향시 결론부 매개변수를 고정시키고, 조건부 매개변수를 구배감소(gradient descent)알고리즘을 이용하여 최적화시킨다.

선형추론법을 이용한 적응형 퍼지추론시스템의 구조를 설명하기 위해서 2개 입력과 2개 규칙들을 갖는 퍼지추론시스템을 고려하기로 한다. 만일 규칙이 다음과 같다고 가정한다면,

*RULE 1 :*

*IF  $x_1$  is  $A_1$  and  $x_2$  is  $B_1$  THEN  $f_1 = p_1 x_1 + q_1 x_2 + r_1$*

*RULE 2 :*

*IF  $x_1$  is  $A_2$  and  $x_2$  is  $B_2$  THEN  $f_2 = p_2 x_1 + q_2 x_2 + r_2$*

이것을 바탕으로 Fig. 6와 같은 적응형 뉴로퍼지추론시스템의 구조로 나타낼 수 있다. Fig. 6과 같은 적응형 뉴로퍼지추론시스템의 구조에 대한 각 층의 역할에 대해서 설명하면, 층1에서는 각각의 조건부에 관한 멤버쉽 함수를 생성하고, 층 2에서는 각 규칙에 대한 충족정도를 생성하고, 층 3에서는 각 규칙에 대한 충족정도를 정규화하고, 층4에서는 결론부 매개변수를 근거로 하여 각 규칙에 대한 출력을 계산하고, 마지막 층에서는 층4로부터 입력된 모든 값을 합한다.

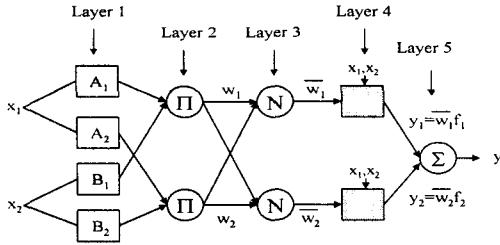


Fig. 6 The architecture of adaptive neuro-fuzzy inference system

여기에서  $x_1, x_2$ : 입력값,  $A_1, A_2, B_1, B_2$ : 각각 조건부에 관한 멤버쉽 함수,  $w_i$ :  $i$ 번째 규칙에 대한 충족정도 ( $i=1, 2$ ),  $\bar{w}_i$ :  $i$ 번째 규칙에 대한 정규화된 충족정도 ( $i=1, 2$ ),  $y$ : 규칙에 대한 출력값이다.

### 퍼지다중목적함수 최적화

퍼지다중목적함수의 최적화는 하나 이상의 목적함수나 구속조건을 가진 설계문제에서 각각의 단일목적함수의 실행에 의하여 구해진 매개변수를 가지고 멤버쉽함수를 구성하여 각각멤버쉽함수의 만족도를 공통으로 만족하는 최대의 멤버쉽함수값을 찾는 방법이다. 각멤버쉽함수를 공통적으로 만족하는 최대의 만족도를 구하기 때문에 다중목적설계문제에서 요구하는 주어진 목적함수와 구속조건을 모두 만족하는 최적의 해를 구할 수 있게 된다. 퍼지다중목적함수 최적화의 경우 멤버쉽함수의 구성은 매개변수값만을 가지고 구성된다. 그리고 멤버쉽함수의 매개변수를 설계자가 단일목적함수문제를 미리 실행하여 얻은 값을 가지고 주관적으로 구성하여 주기 때문에 진화퍼지모델링이나 적응형 뉴로퍼지추론시스템에서와 같은 함수식을 풀기위한 별도의 계산과정이 필요하지 않게 된다.

퍼지다중목적함수 최적화에서 목적함수와 구속조건의 만족도는 퍼지환경에서의 구속조건이 서로 작용하지는 않지만 논리에서의 'and'와 같은 관계에 의해 교차하는 방식으로 설계변수집합의 구성을 위한 결정과 선택을 수행한다. 퍼지환경에서의 결정은 퍼지목적함수와 퍼지구속조건간의 교차에 의해 관찰되고 결정된다.

퍼지다중목적함수의 최적화에서 멤버쉽함수는 다음과 같은 과정에 의하여 구성이 된다. 만약 명확한 최적화문제가 다음과 같이 표현된다면,

$$\text{find } X \text{ which minimizes } f(X) \quad (2)$$

$$\text{subject to } g_j(X) \leq b_j, \quad j=1, 2, \dots, m$$

퍼지최적화문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{find } X \text{ which minimizes } f(X) \quad (3)$$

$$\text{subject to } g_j(X) \in G_j, \quad j=1, 2, \dots, m$$

여기에서  $G_j$ 는 구속함수의 허용되는 간격을 나타낸다. 만약  $d_j$ 가  $g_j$ 의 허용 가능한 값이면  $G_j = [-\infty, b_j + d_j]$ 이다. 구속조건  $g_j \in G_j$ 는  $g_j$ 가  $\mu_{g_j}(X) > 0$ 인 범위에서 퍼지함수  $G_j$ 의 멤버임을 의미한다. 예를 들어 구조물에서의 응력은 상위 경계 값이  $\sigma(X) \leq \sigma^{(u)}$ 에 의하여 구속된다. 따라서, 하나의 구속조건의 멤버쉽함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mu_{g_j}(X) = \begin{cases} 1, & \text{if } \sigma - \sigma^{(u)} \leq 0 \\ 0, & \text{if } \sigma - \sigma^{(u)} > d_j \end{cases} \quad (4)$$

만약  $\sigma - \sigma^{(u)}$ 가 0과  $d_j$ 사이에 놓여있으면  $\mu_{g_j}(X)$ 는 1과 0사이에서 변화한다고 정의할 수 있다. 이와 같은 방법으로 퍼지다중목적최적화 문제는 다음과 같다.

$$D = \{\cap \mu_f(X)\} \cap \{\cap \mu_{g_j}(X)\} \quad (5)$$

$$\text{where } \mu_D(X) = \min \{\mu_f(X), \mu_{g_j}(X)\}$$

여기서  $D$ 는 퍼지실행영역,  $\mu_f(X)$ 와  $\mu_{g_j}$ 는 각각  $i$ 번째,  $j$ 번째인 목적함수와 구속함수이다. 그리고  $\cap$ 은 공통된 값을 나타낸다. 상대적으로 최적해  $X^*$ 는 다음과 같은 식에 의하여 취해진다.

$$\mu_D(X^*) = \max \mu_D(X) \quad (6)$$

퍼지다중목적최적화문제가 구성이 되는 순서를 자세하게 나타내면 다음과 같다.

임의의 설계  $X_s$ 로부터 시작하여, 개개의 목적함수  $f_i(X)$ 와 구속조건  $g_j(X) \leq b_j, j=1, 2, \dots, m$ 를 일반적인 최적화과정에 의해 최소화시키는 값을 구하고 목적함수의 최소값과 최대값을 다음과 같이 정의 할 때,

$$f_i^{\min} = \min f_i(X^*) \quad (7)$$

$$f_i^{\max} = \max f_i(X^*) \quad i=1, 2, \dots, k$$

$f_i$ 의 극값들을 이용하여 목적함수의 멤버쉽함수를 다음과 같이 구성이 된다.

$$\mu_{f_i}(X) = \begin{cases} 0, & \text{if } f_i(X) > f_i^{\max} \\ \left( \frac{-f_i(X) + f_i^{\max}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right), & \text{if } f_i^{\min} < f_i(X) \leq f_i^{\max} \\ 1, & \text{if } f_i(X) \leq f_i^{\min} \end{cases} \quad (8)$$

퍼지구속조건은 다음과 같이 정해지고,

$$g_j(X) \leq b_j + d_j, \quad j=1, 2, \dots, m \quad (9)$$

여기서  $d_j$ 는  $j$ 번째 구속조건의 경계값의 범위를 나타낸다.  $j$ 번째 구속조건의 멤버쉽함수는 다음과 같이 구성이 된다.

$$\mu_{g_j}(X) = \begin{cases} 0, & \text{if } g_j(X) > b_j + d_j \\ 1 - \left( \frac{-g_j(X) - b_j}{d_j} \right), & \text{if } b_j \leq g_j(X) \leq b_j + d_j \\ 1, & \text{if } g_j(X) < b_j \end{cases} \quad (10)$$

그리고 경계값에서의 설계변수의 멤버쉽함수  $\mu_{x_i}$

역시 구속조건의 멤버쉽함수와 같은 방식으로 구 한다. 목적함수와 구속조건의 멤버쉽함수의 서로 교차하는 최적해를 고려한다. 위와 같이 구성한 멤버쉽함수들이 다음과 같이 구성한 구속조건을 공통적으로 만족하는 최대가 되는 멤버쉽함수의 값을  $\lambda$ 라 정의를 하면,  $X$  와  $\lambda$  값의 계산에 의하여 퍼지다중목적함수의 해를 찾는다.

목적함수의 값은  $\lambda$ 로 정의되고, 구속조건은 다음과 같다.

$$\text{Maximize } f(X) = \lambda \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{subject to } & \lambda \leq \mu_{f_i}(X), \quad i=1, 2, \dots, k \\ & \lambda \leq \mu_{g_j}(X), \quad j=1, 2, \dots, m \\ & \lambda \leq \mu_{x_i^{(u)}}(X), \quad i=1, 2, \dots, k \\ & \lambda \leq \mu_{x_i^{(l)}}(X), \quad i=1, 2, \dots, k \end{aligned}$$

### 3. 결과 및 고찰

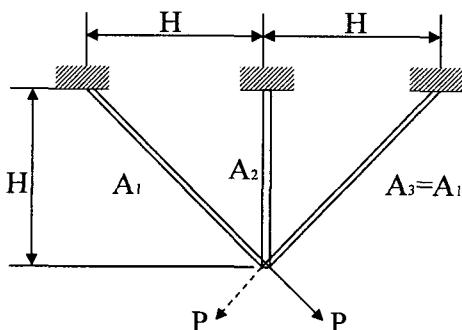


Fig. 7 3-Bar Truss

본 논문에서 사용한 예제문제는 Fig. 7과 같은

3-Bar Truss이다. 최적화 문제구성을 위한 설계변수, 목적함수 및 구속조건은 다음의 식(2)와 같다.

$$\text{Minimize } f_1(X) = 2\sqrt{2}A_1 + A_2 \quad (12)$$

$$f_2(X) = \frac{PH}{E} \left[ \frac{1}{2\sqrt{2}A_1 + A_2} \right]$$

$$\text{subject to } \sigma_1 \leq \sigma^{(u)}$$

$$\sigma_2 \leq \sigma^{(u)}$$

$$\sigma_3 \leq \sigma^{(l)}$$

$$A_i^{(u)} \geq A_i \geq A_i^{(l)}, \quad i=1, 2$$

$$X = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1(X) = P \left( \frac{A_2 + \sqrt{2}A_1}{\sqrt{2}A_1^2 + 2A_1A_2} \right)$$

$$\sigma_2(X) = P \left( \frac{1}{A_1 + \sqrt{2}A_2} \right)$$

$$\sigma_3(X) = P \left( \frac{A_2}{\sqrt{2}A_1^2 + 2A_1A_2} \right)$$

$$P=20, \quad H=1, \quad \rho=1$$

### 3.1 진화퍼지모델링

진화퍼지모델링 기반 반응표면방법을 구조최적화 문제의 대표적인 예인 Fig. 7과 같은 3-bar truss에 적용한다. 여기에서 무게는 명확하게 수학적으로 표현할 수 있으나 처짐과 각 부재에 작용하는 응력은 수학적으로 명확하게 표현할 수 없는 미지의 응답함수로 가정하자. 따라서 위에서 제시된 최적화문제는 다음과 같이 2개의 입력변수와 1개의 명확한 응답함수와 4개의 미지의 응답함수로 재구성할 수 있다.

$$\text{Minimize } f(X) = \left( \frac{f_1}{f_1} - 1 \right)^2 + \left( \frac{f_2}{f_2} - 1 \right)^2 \quad (13)$$

$$\text{subject to } \sigma_1 \leq \sigma^{(u)}$$

$$\sigma_2 \leq \sigma^{(u)}$$

$$\sigma_3 \leq \sigma^{(l)}$$

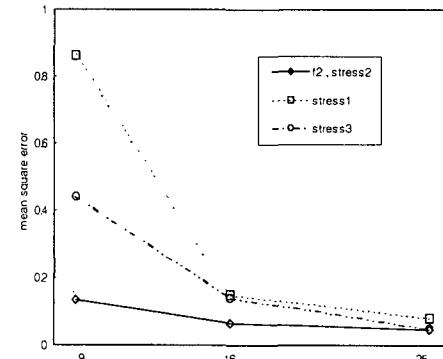
$$A_i^{(l)} \leq A_i \leq A_i^{(u)}, \quad i=1, 2$$

$$X = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$$

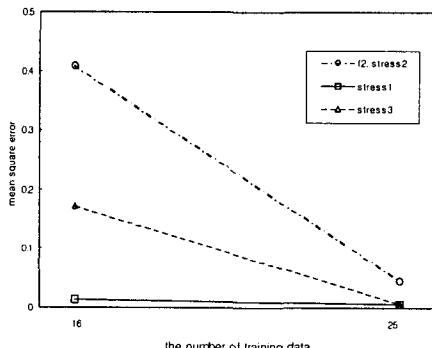
여기서  $f_1$ :무게만을 고려한 경우에 진화퍼지모델링기반 반응표면방법에 의한 최적값,  $f_2$ :처짐만을 고려한 경우에 진화퍼지모델링기반 반응표면방법에 의한 최적값,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ : 각 바에 작용하는 응력(미지의 응답 함수들),  $f_1$ :무게(명확한 응답 함

수:),  $f_2$ :처짐(미지의 응답함수)이다.

$$2\sqrt{2}A_1 + A_2$$



(a) Accuracy for 9 rules



(b) Accuracy for 16 rules

Fig. 8 Accuracy of approximate models

먼저 설계공간을 2,3등분하여 9개, 16개의 데이터를 선택하고 선택된 데이터를 바탕으로 진화폐지모델링기반 반응표면방법에 적용하기 위해서 먼저 입력값에 대한 응답값의 관계를 보면서 각각 4개의 미지의 응답함수에 대해서 규칙을 만든다. 이때 9개의 데이터를 선택시 최소한 9개의 규칙이 필요하고, 16개의 데이터를 선택시 최소한 16개의 규칙이 필요하다. 그리고 폐지 규칙을 구성하는 멤버쉽 함수는 입력값에 대한 응답함수의 값을 보고 멤버쉽 함수의 형태를 선택하였다. 이때 급격한 응답값의 변화가 있는 값들에 대해서는 삼각형 멤버쉽 함수를 선택하였고, 변화의 크기가 거의 없는 값들에 대해서는 가우시안 멤버쉽 함수를 선택하였다. 이러한 선택은 설계자의 판단에 의해서 선택되어진다. 훈련데이터의 수의 영향을 파악하기 위해서 9개의 규칙에 의해 만든 진화폐지모델링에 훈련데이터의 수를 9, 16, 25로 증가시키고, 16개의 규칙에 의해 만든 진화폐지모델링에 훈련데이터의 수를 16, 25로 증가시키면서 미지의 4개 응답함수에 대한 근사화 모델의 신뢰도를 평가해 보았다. Fig. 8와 같이 훈련데이터의 수를 증가할수록 실

제 4개의 응답함수에 대한 평균제곱오차가 감소함을 알 수가 있다. 이처럼 훈련데이터의 증가는 근사화 모델의 신뢰도에 영향을 미침을 확인할 수 있다. 이렇게 만든 각각의 근사화모델들을 식(3)에서 제시된 최적화 문제에 적용한다. 그 결과를 Table 2와 같이 염밀해와 비교하였다.

Table 2 Optimization results for three-bar truss

#of rules #of data	9				16			
	EFM solution		Relative Error(%)		EFM solution		Relative Error(%)	
9	$f_1^*$	$f_2^*$	$f_1^*$	$f_2^*$	$f_1^*$	$f_2^*$	$f_1^*$	$f_2^*$
16	10.52	7.23	105.21	99.23	5.86	4.3	14.31	18.43
25	6.675	5.25	30.21	44.67	5.2	3.78	1.44	4.16
Exact Solution	$f_1^* = 5.12636, \quad f_2^* = 3.62905$							

Table 2에서 제시된 바와 같이 동일하게 선택된 데이터를 바탕으로 만든 근사화 모델은 훈련데이터의 수를 증가할수록 이 모델을 이용한 최적값이 실제 최적값에 더욱 근접하고, 그러나 동일한 훈련데이터를 사용하여 규칙의 수를 증가시키면 훈련데이터의 수를 증가시키는 것보다는 규칙이 수를 증가하여 만든 근사화 모델을 사용하여 최적화시키면 이렇게 하여 얻어진 최적값이 더욱더 실제 최적값에 접근함을 확인할 수가 있다.

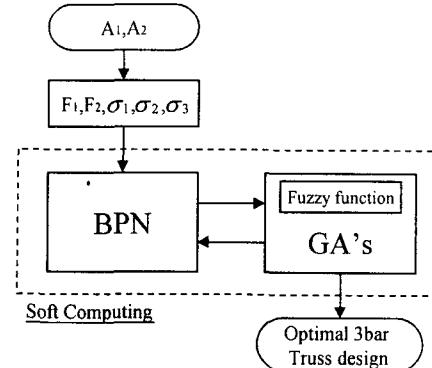


Fig. 9 Optimization of 3bar-Truss using Neural Network and Genetic Algorithms

### 3.2 퍼지다중목적 함수 최적화

이와 같이 퍼지멤버쉽함수에의하여 단일목적함수로 문제를 재구성하여 3bar truss의 문제를 풀었다. 그리고 문제를 풀기위해 사용한 최적화 알고리즘으로 CONMIN과 신경회로망기법을 이용한 GA's를 사용하였다. 각각의 경우를 통하여 얻은 결과값을 기존의 연구결과 [11]과 비교하였다. 64개의 훈련설계데이터를 가지고 신경회로망기법을 사용하여 오차 1.7~11.9%이내의 가중함수를 구성하였다. 그리고 유전알고리즘에선 퍼지함수에 의

해 다중목적함수를 단일목적함수로 재구성한후 최적설계시 필요한 함수값의 계산을 미리 구해둔 가중함수를 통하여 실시하여 최적설계를 하였다. 위의 과정을 간략히 순서대로 나타내면 Fig. 9와 같다. 기존의 결과값[11]과 CONMIN[13]을 사용한 결과값, 그리고 신경회로망을 이용한 유전알고리즘[12]을 사용하였을 경우의 결과값을 비교하여 보면 Table 3과 같다.

Table 3 Comparison Result

	$\lambda$	$A_1$	$A_2$	$F_1$	$F_2$
Ref[11]	0.84847	0.57958	3.48710	5.12636	3.62905
CONMIN	0.77302	0.57743	3.39209	5.02531	3.72123
GA's	0.80320	0.69000	4.13000	5.96154	3.00933

Table 3에 나타난 결과값을 살펴보면 CONMIN을 사용한 경우엔 Ref[11]에서의 결과치와 거의 일치함을 볼 수 있다. GA's의 경우엔 보다 큰 오차를 가지고 있다. 이와 같은 결과는 직접계산이 아닌 가중함수를 통한 근사해에 의한 결과라고 볼 수가 있다. 그러나 신경회로망을 사용하지 않았을 경우엔 최적설계문제를 풀기 위하여 목적함수와 구속조건의 식을 일일이 프로그램내에 구성하여야만 풀 수가 있지만 신경회로망을 이용하였을 경우엔 일정 오차내의 가중함수를 구성할 수 있을 정도의 설계데이터만 있으면 식을 구성하기 어려운 문제의 경우에도 쉽게 목적함수와 구속조건을 구성하여 최적설계를 할 수가 있다.

## 결론

본 연구에서는 소프트컴퓨팅기술을 서로 통합시킨 방법으로써, 유전알고리즘의 전역최적화능력과 퍼지추론시스템의 인간과 유사한 추론 능력을 결합시킨 진화퍼지모델링과 신경회로망의 인공지능적 기법, 즉 학습 기능과 퍼지추론시스템의 추론능력을 결합시킨 적응형 퍼지추론시스템에 의한 전역근사최적화방법을 실시하였다. 진화연산(evolutionary computing)기반 최적화 방법은 막대한 계산시간이 소요되며 이러한 단점을 극복하기 위해 전역근사최적화(global approximate optimization)모델을 이용하여 설계를 수행하였다. 그리고 다중목적함수의 설계를 위하여 진화퍼지모델링과 퍼지다중목적함수 최적화방법에 의해 설계를 수행하였다. 기존의 최적화방법은 하나의 최적화 알고리즘에 의하여 문제를 구성하고 설계를 하였지만, 소프트컴퓨팅기술을 사용하였을 경우엔 각각의 기술들이 갖고 있는 장점등을 이용하기 때문에 설계문제구성의 편리성이나 계산시간의 절감등을 이끌어 낼 수가 있다. 이와 같이 소프트컴퓨팅기술은 최적화문제의 여러분야에 적용이 되어 활용될 수 있다.

앞으로 소프트컴퓨팅기술을 많은 분야에 활용하

기 위해서는 각각의 특성을 가진 요소들을 어떻게 적용을 하고 활용해야 되는지, 그리고 각각의 기술들을 어떻게 통합하여야 할 것인가에 대한 연구가 필요하다.

## 후기

이 연구는 1998년도 한국학술진흥재단 과학기술 기초 중점연구(기계공학)의 일환으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

1. Jain, L. C., and Jain, R. K., Hybrid Intelligent Engineering Systems, World Scientific Publishing Co., 1997.
2. Liebowitz, J., Hybrid Intelligent System Applications, Cognizant Communication Corporation, USA, 1991.
3. Ross, Timothy J., Fuzzy Logic with Engineering Applications, McGraw-Hill, Inc., 1997.
4. Klement, E. P., and Slany, W., Fuzzy Logic in Artificial Intelligence, Springer-Verlag, 1991.
5. Ross, T. J., Fuzzy Logic with Engineering Applications, McGraw-Hill, Inc. USA, 1995.
6. Bezdeck, J. C. and Pal S. K., Fuzzy Models for pattern recognition, IEEE Press, USA, 1992.
7. Jang, J.-S. R., Sun, C.-T., and Mizutani, E., Neuro-Fuzzy and Soft Computing, Prentice-Hall International, Inc., 1997.
8. Wesley Hines, J., MATLAB Supplement to Fuzzy and Neural Approaches in Engineering, A Wiley-Interscience Publication JOHN & SONS, Inc., 1997.
9. Horikawa, S., Furuhashi, T., Okuma, S., and Uchikawa, Y., "Composition Methods of Fuzzy Neural Networks," Int'l Conf. on Ind., Elect., Control, Instr., and Automation (IECON'90), pp.1253-1258, November, 1990.
10. Takagi, H., and Hayashi, I., "Artificial neural network driven fuzzy reasoning," Int'l Workshop on Fuzzy System Applications (IIZUKA'88), pp.217-218, August, 1988.
11. S. S. RAO, "Multi-Objective Optimization Of Fuzzy Structural Systems" International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 24, 1157-1171, 1987.
12. Hajela, P. and Lee, J., "Genetic Algorithm Based Sizing of Low Vibration Rotors," proceedings of the 5th

- International Workshop on Dynamics and  
Aeroelastic Stability Modeling of  
Rotorcraft Systems, Rensselaer Rotorcraft  
Technology Center, Troy, NY, October,  
1993.
13. Vanderplaats, G. N., "CONMIN-A  
FORTRAN Program for Constrained  
Function Minimization - User's  
Manual", NASA TM X-62282, 1973.