

다양한 형태의 보강섬유 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료의 인장/압축 하중 하에서의 응력/변형률 분포

신 재운* · 이 승우* · 전 흥재**

Stress and Strain Distribution of Thick Composites with Various Types of Fiber Waviness under Tensile and Compressive Loadings

J. Y. Shin, S. W. Lee and H.-J. Chun

Key Words: fiber waviness, thick composites, stress distribution, strain distribution

Abstract

A FEA(finite element analysis) model was proposed to study stress and strain distributions in thick composites with various types of fiber waviness under tensile and compressive loadings. Three types of model were considered in this study: uniform fiber waviness, graded fiber waviness and localized fiber waviness models. In the analysis, both material and geometrical nonlinearities due to fiber waviness were incorporated into the model utilizing energy density and incremental method. The strain distributions of uniform fiber waviness model were strongly influenced whereas the stress distributions were little influenced by fiber waviness. The stress and strain distributions of graded and localized fiber waviness models showed more complex distributions than those of uniform fiber waviness model due to the variation of fiber waviness along the thickness and length directions. It was concluded that the stress and strain distributions of composites with fiber waviness were significantly affected by types of fiber waviness.

1. 서 론

복합재료는 높은 비강성 및 비강도로 인해 기존의 금속재료를 대체하여 큰 하중을 받는 구조물로 그 사용이 확대되고 있다. 그러나 큰 하중을 받기 위해 복합재료를 두껍게 적층하여 성형하는 경우에는 성형 중에 적층판 내의 보강섬유가 굴곡지는 초기 결함이 발생하기 쉽다. 이런 초기결함을 가지는 두꺼운 복합재료는 강성과 강도의 저하 및 복잡한 응력/변형률 분포를 가지게 된다. 그러므로 두꺼운 복합재료의 건전성 평가를 위한 초기단계로서 보강섬유 굴곡에 의한 강성 및 강도의 변화를 고려한 응력 및 변형률 분포에 대한 연구가 필요하다

굴곡진 보강섬유를 가진 복합재료에 대한 연구는 여러 연구가들에 의해 다양한 방법으로 이루어 졌지만^[1-4] 응력 및 변형률 분포에 대한 연구는 굴곡이 일정한 모델에 그치고 있다.^[3] 그러나

실제 성형중 발생하는 보강섬유의 굴곡은 일정하지 않은 경우가 대부분이다. 본 연구에서는 보강섬유 굴곡이 일정한 경우 및 굴곡이 재료의 중심부로부터 바깥쪽으로 갈수록 점차 감소하는 경우 그리고 굴곡이 재료의 일부분에만 존재하는 경우의 세 가지 모델을 설정하고 재료적 그리고 기하학적 비선형 특성을 동시에 고려할 수 있는 유한요소해석 방법을 이용하여 인장/압축 하중 하에서 세 모델의 응력/변형률 분포를 예측하였다.

2. 해석모델

2.1 일정한 보강섬유의 굴곡이 존재하는 복합재료의 해석모델

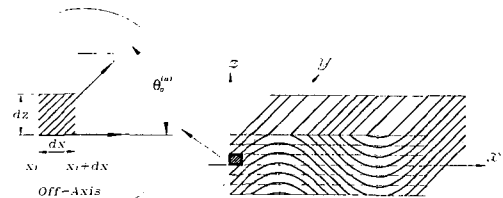


Fig. 1 Schematic drawing of a representative volume for unidirectional composite material with uniform fiber waviness

* 연세대 대학원 기계공학과 대학원

** 연세대학교 기계·전자 공학부

Fig. 1은 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료 내에 존재하는 보강섬유 굴곡의 한 주기 부분을 나타낸다. 초기 보강섬유의 굴곡을 사인함수로 가정하면 주기방향(x-axis)으로 n 번째 미소요소의 초기보강섬유 기울기($\theta_0^{(n)}$)는 다음과 같이 나타낸다.

$$\theta_0^{(n)} = \frac{1}{2} \left[\tan^{-1} \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi x_1}{\lambda} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi(x_1 + dx)}{\lambda} \right) \right] \quad (1)$$

하중이 증가함에 따라 변형이 진행되면서 보강섬유의 방향이 재배치된다. 특정한 미소요소 내에서 재배치되는 보강섬유기울기는 미소요소의 절점좌표를 이용하여 구한다.

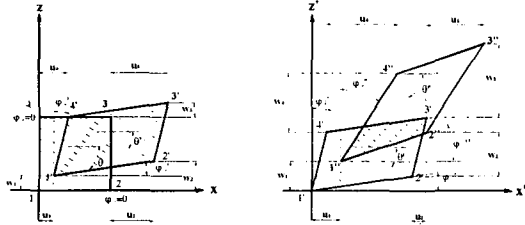


Fig. 2 Schematic drawing of the deformation of subelement

Fig. 2와 식 (1)로부터 n번째 미소요소의 변형 후 보강섬유의 비김축 방향($\theta^{(n)}$)은 다음과 같이 유도된다

$$\theta^{(n)} = \tan^{-1} \left[\Delta\psi_1 - \Delta\psi_2 + \frac{1 + \epsilon_z^{(n)}}{1 + \epsilon_x^{(n)}} \tan \theta_0^{(n)} \right] \quad (2)$$

여기서, ψ_i , ϵ_i , γ_{ij} 는 각각 미소요소의 i번째 절점좌표로 계산이 가능한 미소요소 변의 각도변화와 수직, 전단변형률을 의미한다. 이렇게 해서 변형 진행에 따른 보강섬유의 방향변화를 구하고, 이 방향에 따라 비김축 강성도($[Q^*]$)를 순차적으로 계산하여 보강섬유의 재배치에 따른 기하학적 비선형 특성을 고려할 수 있다.

재료적 비선형성을 고려하기 위해서 에너지 밀도(W)^[5]를 사용한다. 본 연구에서는 변형률의 4차항까지 사용하였다.

$$W = W(\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \gamma_{12}^2, \gamma_{23}^2, \gamma_{13}^2, \gamma_{12}\gamma_{23}\gamma_{13}) \quad (3)$$

에너지 밀도로부터 유도되는 응력-변형률 관계는 식 (4)와 같다.

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}} \quad (4)$$

수직변형률과 전단변형률 사이의 비선형 연성항은 매우 작은 수치이므로 무시할 수 있고^[6], 이렇게 하면 정축 응력-변형률 관계는 다음과 같다.

$$[\sigma]_{1,2,3} = [C^*][\epsilon]_{1,2,3} \quad (5)$$

y축 방향으로는 변형률만 존재하는 x-z 평면에 대해 평면응력상태로 가정한다면, 정축변형률로부터 보강섬유의 기울기를 이용하여 비김축변형률을 얻을 수 있고, 비김축변형률로부터 변환행렬과 에너지 밀도의 계수(강성행렬 $[C^*]$) 및 앞서 기하학적 비선형을 고려한 식 (2)의 보강섬유 방향을 구할 수 있다. 이렇게 해서 기하학적 비선형성과 재료적 비선형성을 동시에 고려하는 강성행렬을 구하면 유한요소해석기법을 이용하여 하중을 점진적으로 증가시키면서 하중증가 각 단계에서의 미소요소의 절점변위를 구한다. 평형방정식은 식 (6)과 같다.

$$[K][d] = [F] \quad (6)$$

여기서 $[F]$ 는 외력 벡터, $[d]$ 는 변위 벡터, $[K]$ 는 전체강성행렬을 의미하고, 미소요소의 강성행렬($[K_{ij}]^e$)은 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} [K_{ij}]^e &= \int_{\Omega^e} [B_i]^T [D] [B_j] d\Omega^e \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_i]^T [D] [B_j] |J| d\xi d\eta \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $[K_{ij}]$, $[B]$, $[D]$, $|J|$ 는 각각 요소강성행렬, 변형률-변위 관계 행렬, 응력-변형률 관계 행렬, Jacobian determinant를 의미한다.

하중이 증가함에 따라 변화하는 미소요소의 모양은 사상을 반복함으로써 보완이 가능하고, 강성행렬 내의 변형률 항을 이루는 절점 변위와 변위 벡터내의 절점 변위를 동시에 구하기 위해서 Newton-Raphson 법을 사용한다. 반복 사상과 순차적 해석방법을 반복하여 굴곡진 보강섬유로 이루어진 두꺼운 복합재료의 거동 및 응력/변형률 분포를 해석할 수 있다.

2.2 보강섬유의 굴곡형태에 따른 모델 설정

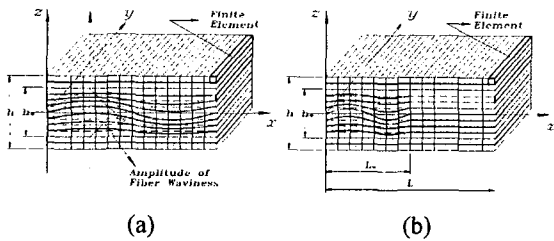


Fig. 3 Schematic drawing of a representative volume for unidirectional composite material with various types of fiber waviness. (a) graded fiber waviness model, (b) localized fiber waviness model

Fig. 3 (a)에 도시된 바와 같이 굴곡의 진폭이 중심으로부터 바깥쪽으로 선형적으로 변화하는 경우(graded fiber waviness model), l 번째 미소요소 내의 보강섬유 진폭은 다음 식과 같다.

$$a_l = a_0 \left(1 - \frac{2|z_l|}{h \cdot V_{ct}} \right) \left(1 - u \left(|z_l| - \frac{h \cdot V_{ct}}{2} \right) \right) \quad (8)$$

여기서 a_0 , z_l , h , u 그리고 $V_{ct} = h_w/h$ 는 각각 굴곡의 최대진폭, 중심부로부터 l 번째 요소까지의 거리, 전체 두께, 단위계단함수 및 보강섬유 굴곡이 존재하는 두께와 전체두께의 비를 의미한다. Fig. 3 (b)에 도시된 바와 같이 보강섬유의 굴곡이 바깥쪽으로 갈수록 점차 감소하는 부분이 복합재료의 일부분에만 존재하는 경우(localized fiber waviness model) 식 (8)에 덧붙여 굴곡이 있는 부분과 없는 부분의 길이 비($V_{ct} = L_w/L$)를 사용하여 거동과 응력/변형률을 예측한다. 여기서 L_w , L 은 각각 굴곡이 존재하는 길이와 전체길이를 의미한다.

3. 해석결과 및 검토

Fig. 4는 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 경우의 유효응력 및 유효변형률의 분포를 보여준다. 보강섬유 굴곡은 Fig. 1에 도시된 바와 같다. 인장하중을 받는 경우와 압축하중을 받는 경우 모두 유효응력은 거의 변화가 없는 일정한 분포를 보인다. 그러나 유효변형률은 보강섬유가 하중방향(x 축)과 이루는 기울기가 큰 부분 즉, 강성계수가 급격히 작아지는 부분에서는 크게 증가하는 분포를 나타낸다.

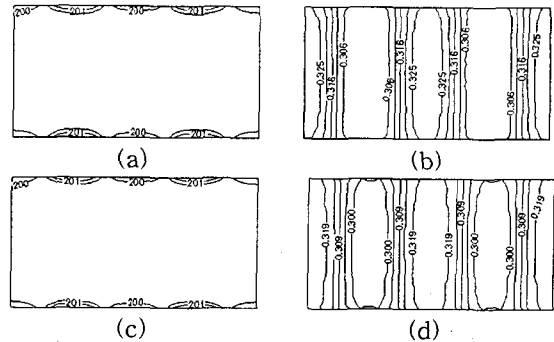


Fig. 4 Effective stress and effective strain distributions of uniform fiber waviness model under tension/compression (applied stress ($\sigma = \pm 200$ MPa), $a/\lambda = 0.034$, $V_{ct} = 0.8$) : (a) σ_{eff} (MPa) under tension, (b) ϵ_{eff} (%) under tension, (c) σ_{eff} under compression, (d) ϵ_{eff} under compression

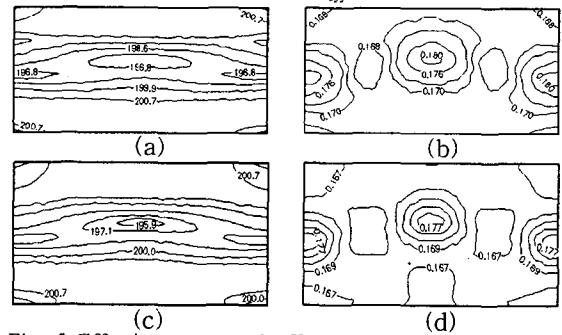


Fig. 5 Effective stress and effective strain distributions of graded fiber waviness model under tension/compression (applied stress ($\sigma = \pm 200$ MPa), $a/\lambda = 0.034$, $V_{ct} = 0.8$) : (a) σ_{eff} (MPa) under tension, (b) ϵ_{eff} (%) under tension, (c) σ_{eff} under compression, (d) ϵ_{eff} under compression

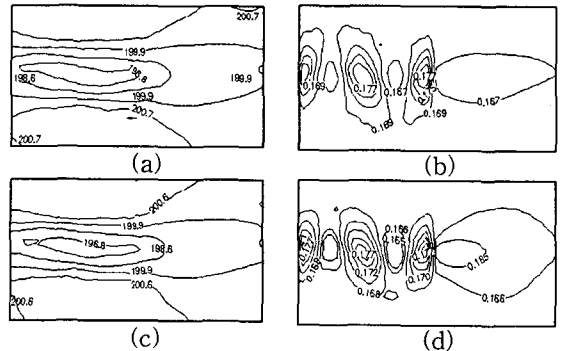


Fig. 6 Effective stress and effective strain distributions of localized fiber waviness model under tension/compression (applied stress ($\sigma = \pm 200$ MPa), $a/\lambda = 0.034$, $V_{ct} = 0.8$) : (a) σ_{eff} (MPa) under tension, (b) ϵ_{eff} (%) under tension, (c) σ_{eff} under compression, (d) ϵ_{eff} under compression

Fig. 5는 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 보강섬유의 굴곡이 감소하는 경우의 유효응력 및 유효변형률 분포를 보여준다. 보강섬유 굴곡은 Fig. 3 (a)에 도시된 바와 같다. 보강섬유의 굴곡이 존재하는 중심면(mid-plane)에 가까운 부분에서는 보

강섬유의 하중방향(x 축)에 대한 기울기가 증가함에 따라 하중방향에 대한 강성계수가 감소한다. 그러므로 유효응력은 중심면에 가까운 부분에서 작은 값을 가지며, 보강섬유의 방향과 하중방향이 일치하는 바깥쪽 부분에서는 거의 일정한 값을 갖는다. 유효변형률은 보강섬유의 굴곡이 존재하는 중심면에 가까운 부분에서는 보강섬유의 기울기가 커질수록 증가한다. 유효응력 및 유효변형률 모두 좌/우 대칭적으로 나타나지만 상/하로는 비대칭적이다. 이는 보강섬유가 하중방향과 이루는 각의 방향에 따라 즉, x 축과 이루는 각이 음인 경우와 양인 경우에 그 전단 변형이 반대 방향으로 나타나기 때문이다. Fig. 6은 보강섬유의 굴곡이 일부에만 존재하는 경우의 유효응력과 유효변형률의 분포를 보여준다. 보강섬유 굴곡은 Fig. 3 (b)에 도시된 바와 같다. 유효응력의 경우 보강섬유의 굴곡이 존재하는 좌측부에서는 Fig. 5의 보강섬유의 굴곡이 바깥쪽으로 갈수록 점차 감소하는 경우와 유사한 분포를 보이나 보강섬유의 굴곡이 존재하지 않는 우측부의 경우 좌측의 보강섬유 굴곡이 존재하는 부분의 영향으로 중심면에 가까운 부분에서는 바깥쪽보다 작은 값을 갖는 분포를 나타낸다. 유효변형률의 경우에도 보강섬유의 굴곡이 존재하는 좌측부에서는 Fig. 5의 보강섬유의 굴곡이 바깥쪽으로 갈수록 점차 감소하는 경우와 유사한 분포를 보이나 보강섬유의 굴곡이 존재하지 않는 우측부의 경우 좌측의 보강섬유의 굴곡이 존재하는 부분의 영향으로 중심면에 가까운 부분에서는 작은 값을 갖는 분포를 나타낸다. 세 가지 모델 모두 인장하중 시에는 변형하면서 보강섬유 굴곡의 정도가 작아지는 반면, 압축하중 시에는 굴곡의 정도가 심해진다. 즉, 변형이 진행되면서 점차 압축시보다 인장시에 더 큰 강성을 가지는 기하학적 비선형 특성을 가지게 된다. 그러므로 유효응력 및 유효변형률은 압축하중을 받는 경우에 인장하중을 받는 경우보다 더 심한 변화를 보인다.

4. 결론

보강섬유의 굴곡이 일정한 경우에는 유효응력은 거의 일정하고 유효변형률은 그 굴곡내 보강섬유가 하중방향(x 축)과 이루는 기울기의 크기에 따라 x 축 방향으로 변화하는 분포를 보였다. 보강섬유의 굴곡이 바깥쪽으로 갈수록 감소하는 경

우와 재료의 일부분에만 보강섬유 굴곡이 존재하는 경우에는 보강섬유가 하중방향과 이루는 기울기가 하중 및 이에 수직인 방향으로 모두 변화하므로 복잡한 분포를 보였다. 특히, 보강섬유의 굴곡이 바깥쪽으로 갈수록 감소하는 경우에는 응력 및 변형률 분포가 좌/우 대칭적으로 나타나지만 상/하는 비대칭적으로 나타난다. 이는 보강섬유가 하중방향과 이루는 기울기의 크기뿐만 아니라 그 방향도 응력 및 변형률 분포에 영향을 미치기 때문이다.

후기

본 연구는 두뇌한국 21 사업의 지원에 의한 것입니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Chou, T. -W., "Microstructural Design of Fiber Composites", Cambridge University Press, 1992.
- (2) Chun, H. -J., Daniel, I. M. and Shin, J. -Y., "Nonlinear Behaviors of Thick Composite Materials with Fiber Waviness", A Collection of Technical Papers, AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, St. Louis, MO, 12-15 April, Vol. 1, 1999, pp. 467-474.
- (3) 이승우, 전홍재, "인장/압축 하중하에서 굴곡진 보강섬유로 이루어진 복합재료의 거동 및 응력 분포 해석", 한국정밀공학회 '99 추계학술대회논문집, 1999, pp. 668-672.
- (4) 전홍재, 신재윤, 최홍섭, "굴곡진 보강섬유가 복합재료의 기계적 특성에 미치는 영향과 일정한 보강섬유의 굴곡비를 가지는 복합재료의 성형방법에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 16권, 9호, 1999, pp. 135-142.
- (5) Green, A. E., Adkins, J. E., "Large Elastic Deformations", Oxford University Press, 1970.
- (6) Hahn, H. T. and Tsai, S. W., "Nonlinear Elastic Behavior of Unidirectional Composite Laminate", Journal of Composite Materials, Vol. 7, 1973, pp. 102-118.
- (7) Kwon, Y. W. and Bang H., "The Finite Element Method using MATLAB", CRC Press, 1997.