

# 복합재료 평판의 비선형 3 차원 저속 충격 해석

김승조\* · 지국현\*

## 3-Dimensional Nonlinear Analysis of Low Velocity Impact On Composite Plates

Seung Jo Kim and Kuk Hyun Ji

KEY WORDS : 3 Dimensional Nonlinear Finite Elements, static/dynamic contact-impact problem, Low-velocity impact, Large deformation

### ABSTRACT

In this study, the low velocity impact behavior of the composite laminates has been described by using 3 dimensional nonlinear finite elements. To describe the geometric nonlinearity due to large deformation, the dynamic contact problem is formulated using the exterior penalty finite element method on the base of Total Lagrangian formulation. The incremental decomposition is introduced, and the converged solution is attained by Newton-Raphson Method. The Newmark's constant-acceleration time integration algorithm is used. To make verification of the finite element program developed in this study, the solution of the nonlinear static problem with occurrence of large deformation is compared with ABAQUS, and the solution of the static contact problem with indentation is compared with the Hertz solution. And, the solution of low velocity impact problem for isotropic material is verified by comparison with that of LS-DYNA3D. Finally the contact force of impact response from the nonlinear analysis are compared with those from the linear analysis.

### 1. 서론

항공기 구조물에 널리 사용되고 있는 복합재료는 금속재료와 비교할 때 무게에 비해 우수한 기계적인 성질을 가지나 평판이나 셸의 형태로 이용되는 경우 두께가 다른 방향의 크기에 비하여 상대적으로 작기 때문에 횡방향의 하중에 대하여 아주 취약한 특성을 가진다. 특히 고속충격 현상에 비하여 저속충격 현상은 구조물에 발생한 손상이 눈에 드러나지 않아도 내부적으로는 기지 균열, 층간 분리, 섬유 절단 등의 손상이 존재할 수 있으므로 복합재료 구조물의 저속충격에 관한 연구는 구조물의 안전에 직접적으로 연결되는 중요한 주제이다. 접촉문제에 있어서 등방성 구조물의 경우에는 정적

상태에서의 접촉하중-압입량 관계인 Hertz 접촉법칙을 사용하여 충격하중을 예측하는 것이 일반적이다[1]. Sun 등은 복합재료 판의 정적 압입 실험을 통해 구한 결과로부터 수정된 Hertz의 접촉법칙을 제안하고 이를 충격 문제의 해석에 적용하였다[2,3]. Wu 와 Yen[4] 등은 푸리에 시리즈 해석법을 통하여 정적인 접촉하중-압입량 관계를 고찰하여 구조물의 크기나 두께, 압입체의 크기에 따라 접촉하중-압입량 관계가 큰 차이를 나타냄을 보이고 수정된 Hertz의 접촉법칙이 같은 압입량에 대해 접촉하중을 작게 예측한다고 결론지었다. 또한, 김승조와 구남서[5]는 정적인 접촉하중-압입량 관계가 복합재료 적층판의 적층 형태에 따라라도 달라짐을 보였다.

그러나 이상의 연구 결과들에서 저속 충격 시에 국부적으로 발생하는 대변형을 고려하여 해석한 결과들은 미진한 편이다. 복합재료 구조물이 저속 충격을 받으면 충격을 받은 지점에서 국부적으로 변형이 커질 수 있는데 이 크기가 판 두께에 비해 무시될 수 없을 정도로

\* 서울대학교 항공우주공학과

커지게 되면 대변형을 고려한 비선형 해석이 필요해진다. 따라서 본 연구에서는 대변형에 따른 기하학적 비선형을 고려하여 복합재료 적층판의 저속충격 문제를 동적 접촉문제의 해로써 기술하는 방법을 제안하고 비선형 해석의 타당성을 밝히고자 한다.

## 2. 접촉-충격문제의 정식화

### 2.1 접촉조건을 고려한 지배방정식

접촉문제(contact problem)는 고체역학의 근원적이고 고유한 특성을 가지는 문제 중의 하나로서 두개 이상의 구조물 사이의 모든 하중의 전달은 접촉문제를 수반한다고 할 수 있다. 접촉문제가 가지는 비선형성이란 해가 결정되기 전에는 접촉면적과 접촉 점점을 알 수 없고 접촉응력의 분포도 알 수 없다는 것을 의미한다.

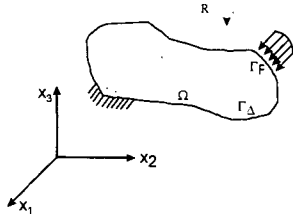


Fig.1 configuration of contact problem

Fig.1 과 같이 경계  $\Gamma$  를 가지는 탄성체  $\Omega$  를 생각하자. 경계  $\Gamma$  를 통해 외부하중이 가해지며, 또는 강체  $R$  에 의해 탄성체의 일부 경계  $\Gamma_C$  가 접촉에 의하여 구속되는 경우를 생각하자. 이 때 탄성체  $\Omega$  의 일부 경계  $\Gamma_D$  는 고정되어 있고,  $\Gamma_D \cap \Gamma_C = \emptyset$  이다. 그러면 탄성체  $\Omega$  를 지배하는 방정식은 다음과 같이 기술될 수 있다. 먼저 탄성체  $\Omega$  에 대한 평형 방정식을 Cauchy 응력  $\sigma$  과 체적력  $f$  로 표시하면 다음과 같이 표현된다. [6]

$$\nabla \cdot \sigma + f - \rho \ddot{u} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2.1)$$

$$u = \bar{u} \quad \text{on } \Gamma_D \quad (2.2)$$

$$t = \bar{t} \quad \text{on } \Gamma_F \quad (2.3)$$

접촉을 고려한 구속 조건은 다음과 같다.

$$u \cdot n \leq s, \quad \sigma_n \leq 0 \quad (2.4)$$

$$\sigma_n (u \cdot n - s) = 0 \quad \text{on } \Gamma_C \quad (2.5)$$

또한 초기조건은 다음과 같다.

$$u(0) = u_0, \quad \dot{u}(0) = \dot{u}_0 \quad (2.6)$$

여기에서  $u$  는 변위,  $t$  는 표면력,  $\Gamma_D$  는 변위기초경계,  $\Gamma_F$  는 하중기초경계,  $\Gamma_C$  는 접촉후보경계,  $n$  은  $\Gamma_C$  에서의 외향 수직벡터,  $s$  는 접촉 간극을 나타낸다. 그리고 수직응력  $\sigma_n$  과 접선응력  $\sigma_T$  는 다음과 같다.

$$\sigma_n = \sigma_{ij} n_i n_j, \quad (\sigma_T)_i = \sigma_{ij} n_j - \sigma_n n_i \quad (2.7)$$

### 2.2 지배 방정식의 변분화

지배 방정식에 가상 일의 원리와 발산 정리를 적용하여 정리하고 구속조건으로서의 접촉 조건을 외부 벌칙법을 써서 부가하면 각 시간 스텝에서 아래와 같은 변분식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} & \int_{t^{+\Delta}} \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV + \int_{t^{+\Delta}} \sigma_{ij} \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} dV \\ & - \int_{t^{+\Delta}} t_i \delta u_i dV - \int_{t^{+\Delta}} f_i \delta u_i dV \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t^{+\Delta}} (u_i n_i - s)^+ n_j \delta u_j dS = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

여기서  $\varepsilon$  은 벌칙인수 (penalty parameter)로 구속조건을 계에 부여하는 정도를 나타내며,  $(\phi(x))^+ = \max\{0, \phi(x)\}$  로 정의되는 미분 불능 함수이다.

이 때 대변형으로 인한 연속체의 공간 변화를 기술하기 위해서는 기하학적 비선형성을 고려해야 한다. 이를 위한 정식화 방법으로서 본 연구에서는 변형 전 형상을 기준으로 하는 Total Lagrangian Formulation 을 도입하였다. 응력과 변형도의 기술을 위하여 2nd Piola-Kirchhoff 응력 텐서와 Green-Lagrange 변형도 텐서를 사용하면, 식(2.8)는 다음과 같이 변형 전 상태를 기준으로 하는 변분식이 된다.

$$\begin{aligned} & \int_0^0 \rho^{t+\Delta} \ddot{u}_i \delta u_i dV_0 + \int_0^0 S_{ij} \delta^{t+\Delta} E_{ij} dV_0 \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \int_{c_0} ({}^{t+\Delta} u_i {}^{t+\Delta} n_i - s)^+ {}^{t+\Delta} n_j \delta u_j dS_0 \\ & = \int_{f_0} {}^{t+\Delta} t_i \delta u_i dS_0 + \int_0^0 {}^{t+\Delta} f_i \delta u_i dV_0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

식(2.9)을 선형화시키기 위해서는 다음과 같이 변위와 응력, 변형도, 외력을 증분형으로 분해한다. [7.8]

$$\text{변위: } {}^{t+\Delta} u = {}^t u + u \quad (2.10)$$

$$\text{응력: } {}^{t+\Delta} S_{ij} = {}^0 S_{ij} + \Delta S_{ij} \quad (2.11)$$

$$\text{변형도: } {}^{t+\Delta} E_{ij} = {}^0 E_{ij} + \Delta E_{ij}, \quad \Delta E_{ij} = \varepsilon_{ij} + \eta_{ij} \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + {}^t u_{k,i} u_{k,j} + u_{k,i} {}^t u_{k,j}), \quad \eta_{ij} = \frac{1}{2} u_{k,i} u_{k,j}$$

$$\text{외력: } {}^{t+\Delta} f_i = {}^0 f_i + \Delta f_i, \quad {}^{t+\Delta} t_i = {}^0 t_i + \Delta t_i \quad (2.13)$$

앞에서 유도했던 (2.9)식에 위 식을 대입하여 선형화하면 다음의 증분형 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_0^0 \rho^{t+\Delta} \ddot{u}_i \delta u_i dV_0 + \int_0^0 C_{ijkl} \delta \varepsilon_{ij} dV_0 \\ & + \int_0^0 S_{ij} \delta \eta_{ij} dV_0 + \frac{\gamma(u)}{\varepsilon} \int_{c_0} u_i {}^{t+\Delta} n_i {}^{t+\Delta} n_j \delta u_j dS_0 \\ & = \int_{f_0} \Delta f_i \delta u_i dS_0 + \int_0^0 \Delta f_i \delta u_i dV_0 + \frac{\gamma(u)}{\varepsilon} \int_{c_0} s^{t+\Delta} n_j \delta u_j dS_0 \\ & + \int_{f_0} {}^0 t_i \delta u_i dS_0 + \int_0^0 {}^0 f_i \delta u_i dV_0 - \int_0^0 S_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV_0 \\ & - \frac{\gamma(u)}{\varepsilon} \int_{c_0} {}^t u_i {}^{t+\Delta} n_i {}^{t+\Delta} n_j \delta u_j dS_0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

### 2.3 충격체와 구조물의

#### 동적 평형을 결정하는 알고리즘

충격체는 강체로 가정하였으며 충격체의 운동방정식은  $m\ddot{u}^i = f^i$  으로 기술할 수 있고 이 때 충격체와 구조물 사이의 접촉력  $f$  는 다음 식과 같이 접촉 후보경계에서 접촉응력을 적분함으로써 구해진다.

$$f = \int_{\Gamma_c} \sigma_n \cdot \mathbf{i}_2 dS \quad (2.15)$$

여기서 접촉면에 작용하는 수직응력  $\sigma_n$

$$\sigma_n = -\frac{\gamma(\mathbf{u}_i)}{\varepsilon} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} - s) \quad (2.16)$$

$$\text{여기서 } \gamma(\mathbf{u}_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} - s > 0 \\ 0 & \text{if } \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} - s \leq 0 \end{cases}$$

이때 단위벡터  $\mathbf{i}_2$  는 충격체의 진행방향 선상에 있는 벡터이다.

충격체와 구조물의 동적 접촉 현상을 기술하기 위해서는 때 시간스텝에서 충격체와 복합체로 적층관의 평형점을 결정하는 알고리즘이 필요하다. 본 연구에서 사용된 알고리즘은 참고문헌[6]을 이용하였다.

## 3. 3 차원 유한요소 정식화

### 3.1 유한요소 공간 이산화

고체역학 관점에서의 3 차원 유한요소로는 보, 평판 및 셸, 다면체등이 있는데 접촉 조건의 처리 측면에서는 실제 구조물의 경계를 정확히 표현해주는 다면체 요소가 유리하다. 본 연구에서는 접촉 처리가 간단한 다면체 요소의 장점을 살려 8 절점 육면체 요소를 사용하였다. 그러나 3 차원에서의 8 절점 요소는 굽힘(bending)을 적절히 기술할 수 없으므로 이를 보완하기 위해서 본 연구에서는 Taylor의 수정을 가한 비적합 모드를 가진 8 절점 요소를 사용하였다.[6]

2 장에서 기술한 지배방정식을 이산화하기 위해 구조물의 좌표  $\mathbf{x}$  와 변위  $\mathbf{u}$  를 형상 함수를 사용하여 보간하면 다음과 같다.

$$\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \varphi_i(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{x}_i = \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \varphi_i(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{u}_i + \sum_{i=1}^3 S_i(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{a}_i = \mathbf{H} \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{S} \hat{\mathbf{a}}$$

이 때 비적합 모드를 나타내는 형상함수는 다음과 같다.

$$S_1 = 1 - \xi^2, \quad S_2 = 1 - \eta^2, \quad S_3 = 1 - \zeta^2 \quad (3.2)$$

변형도의 증분과 변위의 증분 관계를 나타내는 식(2.19)과 변위의 보간을 나타내는 형상함수로부터 변형도는 다음과 같이 나타낸다. [15]

$$\varepsilon = \sum_{k=1}^8 \mathbf{B}_L^k \mathbf{u}^k + \sum_{k=1}^3 \mathbf{G}_L^k \mathbf{a}^k, \quad \eta = \sum_{k=1}^8 \mathbf{B}_{NL}^k \mathbf{u}^k + \sum_{k=1}^3 \mathbf{G}_{NL}^k \mathbf{a}^k \quad (3.3)$$

이를 이용하여 증분형 방정식을 위에 주어진 행렬을

이용하여 이산화 하면 하나의 요소에 대하여 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}} \\ {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{a}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm}^e & \mathbf{K}_{ma}^e \\ \mathbf{K}_{am}^e & \mathbf{K}_{aa}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{a} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{Nmm}^e & \mathbf{K}_{Nma}^e \\ \mathbf{K}_{Nam}^e & \mathbf{K}_{Naa}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{a} \end{Bmatrix} + \frac{\gamma(\mathbf{u})}{\varepsilon} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_C^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{a} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}^e \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_R^e \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} + \frac{\gamma(\mathbf{u})}{\varepsilon} \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_C^e \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

여기에서 접촉조건을 나타내는 행렬( $\mathbf{K}_C^e, \mathbf{F}_C^e$ ), 하중벡터( $\mathbf{F}^e$ ), 잔여 하중 벡터( $\mathbf{F}_R^e$ )는 다음과 같다. 접촉조건에 의한 강성행렬 및 하중벡터

$$\mathbf{K}_C^e = \int_{\Gamma_c} \mathbf{H}_s^T \mathbf{n} \mathbf{n}^T \mathbf{H}_s dV_0 \quad (3.5)$$

$$\mathbf{F}_C^e = \int_{\Gamma_c} s \mathbf{H}_s^T \mathbf{n} dS_0 \quad (3.6)$$

단,  $S$ : 간극함수(gap function)

내력과 접촉 하중에 의한 잔여하중벡터

$$\mathbf{F}_R^e = \int_0 \mathbf{B}_L^0 \hat{\mathbf{S}}^T dV + \left[ \frac{\gamma(\mathbf{u})}{\varepsilon} \int_{\Gamma_c} \mathbf{H}_s^T \mathbf{n} \mathbf{n}^T \mathbf{H}_s dV_0 \right] \mathbf{u} \quad (3.7)$$

또한 질량이 할당되지 않는 내부 변위 증분  $\mathbf{a}$  에 대해서 정적 압축(static condensation)을 하고 전체 요소에 대하여 합치면 다음과 같은 이산화된 유한요소 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}} + \left( \mathbf{K} + \frac{\gamma(\mathbf{u})}{\varepsilon} \mathbf{K}_C \right) \mathbf{u} = \mathbf{F} - \mathbf{F}_R + \frac{\gamma(\mathbf{u})}{\varepsilon} \mathbf{F}_C \quad (3.8)$$

이 때 접촉 조건이 적용되는 부분인  $\mathbf{K}_C, \mathbf{F}_C$  는 해당되는 접촉요소만 합한다. Oden[9] 등은 Gauss 적분법을 사용하여 접촉으로 인한 비선형 항인  $\mathbf{K}_C$  와  $\mathbf{F}_C$  를 계산하면 해가 불안정해지므로 특수한 적분을 사용해야 함을 밝혔다. 따라서 본 연구에서는 Gauss 적분법 대신에 Simpson의 공식을 사용하였다.

### 3.2 시간 이산화

위와 같이 공간 이산화된 지배방정식은 Newmark의 등가속도법(Newmark constant-average-acceleration method)을 사용하여 시간적분을 수행하였다. 이때, 시간  $t + \Delta t$  에서의 변위와 속도 벡터는 아래와 같이 주어진다.[17]

$${}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}} = {}^t \ddot{\mathbf{u}} + \left[ (1-\gamma) {}^t \ddot{\mathbf{u}} + \gamma {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}} \right] \Delta t \quad (3.9)$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{u} = {}^t \mathbf{u} + {}^t \dot{\mathbf{u}} \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) {}^t \ddot{\mathbf{u}} + \beta {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}} \right] \Delta t^2 \quad (3.10)$$

위의 가정을 바탕으로 변위의 증분량  $\mathbf{u}$  ( $= {}^{t+\Delta t} \mathbf{u} - {}^t \mathbf{u}$ ) 에 대하여 시간  $t + \Delta t$  에서의 동적 평형 상태에서 유효 강성 행렬(effective stiffness matrix)  $\hat{\mathbf{K}}$  과 유효 하중 벡터(effective force vector)  $\hat{\mathbf{F}}$  는 다음과 같다.[10]

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} \quad (3.11)$$

$${}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{F} + \mathbf{M} \left( \frac{1}{\beta \Delta t^2} {}^t \dot{\mathbf{u}} + \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) {}^t \ddot{\mathbf{u}} \right) \quad (3.12)$$

여기서  $\beta = 0.25, \gamma = 0.5$  로 하고 식(3.11)과 식

(3.12)를 이용하면, 공간 이산화와 시간 이산화를 수행한 최종 지배방정식은 다음과 같아진다.

$$\left( \hat{\mathbf{K}} + \frac{\gamma(\mathbf{u})}{\epsilon} \mathbf{K}_C \right) \mathbf{u} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{F}} - \mathbf{F}_R + \frac{\gamma(\mathbf{u})}{\epsilon} \mathbf{F}_C \quad (3.13)$$

이러한 동적 접촉 문제의 해는 매 시간 스텝에서 해가 수렴하도록 위의 식을 비선형 해법으로 잘 알려진 Newton Raphson 반복법을 사용하여 계산하며, 수렴조건으로는 주어진 시간 스텝 내에서  $j$  번째 반복 계산시 변위 증분이 첫번째 반복 계산시 변위 증분에 비해 주어진 수렴범위(convergence tolerance)보다 작도록 하였다. 해의 상대 오차는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\| {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^j - {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{j-1} \|}{\| {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^2 - {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^1 \|} < tol. \quad (3.14)$$

## 4. 수치 예제

### 4.1 프로그램의 검증

#### 정적 대변형 문제

첫번째 예제로 한 변이 고정 지지된 평판의 경우 평판의 중심에 충분히 큰 집중하중이 가해지고, 평판의 두께에 비하여 변형이 충분히 커서 더 이상 선형의 결과가 적용되지 않는 경우를 풀어보았다. 같은 예제를 비선형 상용코드인 유명한 ABAQUS 를 이용하였으며 그 결과를 다음에 표에 정리하였다. (element  $10 \times 10 \times 2$ , node 363)

(Dimension 4in x 4in x 0.05in,  $E = 3 \times 10^7$  psi)

Load	Dcont	ABAQUS	Error
10000 lb	-1.706 in	-1.711 in	0.274 %
60000 lb	-3.384 in	-3.362 in	0.654 %

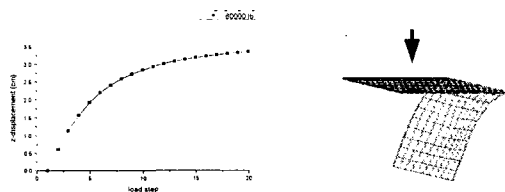


Fig.2 하중-변위 곡선과 변형 양상

Fig. 2 에는 하중 변위 곡선과 그 변형 양상이 보여지고 있다. 하중 변위 곡선을 보면 본 논문에서 개발된 프로그램이 기하학적 비선형성을 잘 나타내어 주고 있음을 알 수 있다.

#### 정적 접촉 압입 문제

1881년, Hertz 는 서로 접촉되어 있는 영역이 2 차 곡면(quadratic surface)으로 근사 될 수 있는 두 등방성 물체에 대한 접촉법칙을 유도하였는데 이 법칙은 구조물의 접촉, 충격 거동을 기술하는데 기반이 되는 것으로 두 구사이의 접촉하중, 압입량 관계는 다음과 같이 표현된다.[1]

$$f = k_{iso} \alpha^{1.5} \quad (4.1)$$

식(4.1)으로부터 문제에서 주어진 물성치를 가지고 Hertz Solution 을 구할 수 있으며 이를 바로 다음의 예제에서 비교하였다. 강체 지지대에 놓여있는  $10 \times 10 \times 4$ cm 크기의 강철판( $E=210$ Gpa,  $\nu=0.3$ )에 강체구( $R=6.35$ mm)가 압입되는 경우의 접촉하중과 압입량 사이의 관계를 계산하고 이를 Hertz 의 해와 비교 하였다. 해석에 사용된 개수는 900 ( $15 \times 15 \times 4$ ) 개이다.

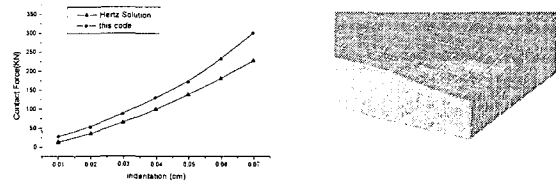


Fig. 3 Hertz Solution 과의 비교 및 변형양상

Fig.3 의 왼쪽 그래프로부터 대변형을 고려한 경우와 Hertz 의 법칙을 적용한 경우를 비교하면 거의 같은 경향을 보임을 알 수 있다. 다만 Hertz 의 해보다 약간 큰 값을 보이는데 이는 Hertz 의 법칙이 무한 평면에서 유도된 것이므로 두께의 효과를 고려할 수 없기 때문인 것으로 보인다. 오른쪽은 해석에 사용된 유한요소 모델과 좀더 확대된 변형 형상이다. 이것으로부터 본 유한요소 code 가 접촉조건을 잘 부가하고 있으며 압입된 구의 형상을 잘 볼 수 있다.

#### 동적 저속 충격 문제

본 논문에서 개발된 비선형 저속 충격 해석 프로그램을 검증하기 위해서 등방성 재질인 알루미늄 2024 T3 인 크기( $40 \text{cm} \times 40 \text{cm} \times 2 \text{cm}$ )의 평판에 반지름 6cm 의 강체구가 초기속도 1m/s 로 떨어질 때의 충격하중을 구하였다. (element  $10 \times 10 \times 2$ , node 363) 같은 조건에서 대표적인 비선형 동적 상용 코드인 LS-DYNA3D 를 이용하여 그 결과를 다음과 같이 비교하였다. 이 때 본 연구에서는 벌칙인수를  $1.e-13$ , 시간스텝을 1 $\mu$ sec 로 하였다.

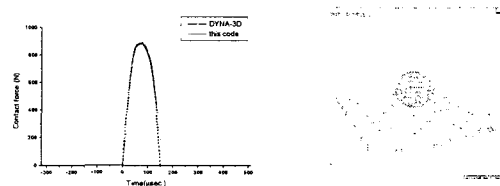


Fig.4 접촉하중 이력곡선과 LS-DYNA3D 모델링

Fig.4 과 아래 표를 보면 시간에 따른 접촉 하중과 충격 지속시간을 볼 수 있는데 두 결과가 거의 일치함을 알 수 있다. Fig.4.8 은 LS-DYNA3D 에서 사용된 3 차원 유한 요소 모델을 보여주고 있다.

	Result	DYNA3D	Error
충격하중(lb)	905.23	884.76	2.31%
충격지속시간( $\mu$ sec)	171	151	13%

따라서 본 유한요소 프로그램이 동적 저속 충격문제도 잘 모사할 수 있음을 알 수 있다.

#### 4.2 복합재료의 저속 충격 해석

본 연구에서 사용된 복합재료는 T300/934 GFRP (Graphite Fiber Reinforced Plastic)이다. 해석은 8cm×8cm  $[0^{\circ}_4/90^{\circ}_4]_S$ 의 적층판에 질량 3g, 반지름 0.635cm 인 강체구가 초기속도 10m/sec 로 충격을 가하는 경우를 수행하였다. 복합재료 평판의 요소개수는 900 개(15×15×4)이며 시간 스텝은 1μsec 이며 벌칙인수는 1.0e-13 을 사용하였다. 이때 본 연구에서는 벌칙함수 유한 요소법을 이용하였으므로 해석에 앞서서 문제에 맞는 벌칙인수를 정해야 하므로 벌칙인수에 따른 해의 수렴도를 고려하여 벌칙인수를 1.0e-13 으로 하였다. 경계조건은 4 단 고정지지로 하였다. 비교 대상이 되는 선형 결과는 참고 문헌(18)에서 구할 수 있었으며 Fig.5 에 비교 결과를 보이고 있다.

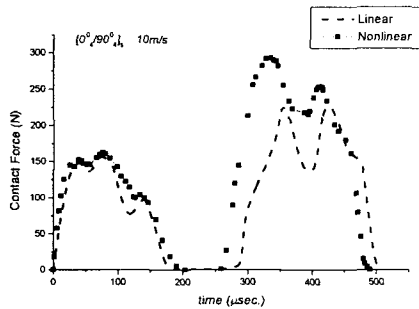


Fig.5 선형해석과 비선형해석의 비교

결과를 보면 첫 접촉 동안의 충격하중에는 두 해석 간에 큰 차이가 없으나 비선형 해석에 의한 결과가 약간 더 크게 나타나고 있으나 두 번째 접촉에서는 비선형 해석의 결과가 선형 해석의 결과에 비하여 상당한 차이를 보이고 있다. 이는 첫번째 접촉 동안에는 처짐이 그리 크지 않기 때문에 비선형 효과가 작아서 그 차이가 크지 않았으나 압입이 더 진행되는 두 번째 접촉 때에는 비선형 해석의 경우 판의 강성을 선형해석 결과보다 더 크게 평가하기 때문에 처짐도 상대적으로 작게 해석되며, 이로 인한 충격하중도 역시 크게 나타나는 것으로 보인다. 그러므로, 충격하중에 대한 비선형 해석의 결과가 선형해석에 의한 결과보다 크게 예측하고 있음을 보여준다.

따라서 저속 충격 문제의 해석에 있어서 대변형을 고려하지 않은 선형해석만을 수행할 경우 상대적으로 접촉 하중을 과소평가할 수 있음을 알 수 있으며 손상에 대한 정밀한 설계가 요구되는 큰 접촉하중을 받는 곳에서는 반드시 비선형 해석이 뒤따라야 함을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 충격체와 구조물의 충격 거동을 외부 벌칙 함수법을 이용한 동적 접촉문제에 정식화하여 3 차원 비선형 유한요소해석을 수행하였다.

기존의 선형 해석으로 충격 하중을 예측할 경우 대변형을 고려한 비선형 해석에 비해 과소 평가하게 되므로 적층판 내부에서 발생하는 응력을 낮게 평가하므로 정밀한 손상예측등에는 보다 세밀한 해석을 위해서 비선형 해석이 필수적이다.

향후 연구 과제로서 복합재료 구조물이 저속충격을 받아 손상을 입을 때 재료의 비선형성도 고려하여 점탄성 및 점소성 거동을 기술할 수 있도록 정식화를 하는 과정과 항공기, 자동차, 선박 등 대형구조물의 충격거동을 계산할 수 있도록 하는 네트워크 분산 병렬처리기법을 도입하고 보다 효율적인 알고리즘의 개선 등이 있다

## 6. 후 기

본 연구는 국가지정연구실사업에 의해 지원되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Goldsmith, W., *Impact*, Edward Arnold Ltd., London, 1960
- (2) Yang, S.H. and Sun, C.T., "Indentation Law for Composite Laminates", Composite Materials: Testing and Design(6<sup>th</sup> conference), ASTM STP 787, American Society for Testing and Materials, 1982, pp.425-449
- (3) Tan, T.M. and Sun, C.T., "Use of Static Indentation Laws in the Impact Analysis of Laminated Composite Plates", Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 52, Mar. 1985, pp.5-12
- (4) Wu, E. and Yen, C., "The Contact Behavior Between Laminated Composite Plates and rigid Spheres", Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 61, Mar. 1994, pp. 60-66
- (5) Kim, S.J. and Goo, N.S., "Dynamic Contact Responses of Laminated Composite Plates According to the Impactor's Shapes", Computers and Structures, in press, 1995
- (6) 구남서, 저속 충격시 복합재료 구조물의 동적 거동 및 손상 예측에 관한 연구, 서울대학교 공학석사 학위논문, 1996
- (7) Bathe, K.J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc, 1982
- (8) Zhi-Hua Zhong, *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems*, Oxford University Press, 1993, pp.43-52
- (9) Oden, J.T. and Kikuchi, N., "Finite Element Methods for Constrained Problems in Elasticity", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 18, 1982, pp.701-725
- (10) M.A. Crisfield, *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Vol.2, 1997, pp.447-450
- (11) 최승우, 복합재료 구조물의 충격거동에 대한 설계 변수의 파라미터 연구, 서울대학교 공학석사 학위논문, 1997