

## 3차원 거친 접촉하에서의 피로균열 시작수명에 관한 연구

이문주 · 구영필\* · 조용주\*\*

부산대학원 정밀기계공학과  
\*부산대학교 기계기술연구소  
\*\*부산대학교 기계공학부

### Study on the Fatigue Crack Initiation Life under 3-Dimensional Rough Contact

Mun-Ju Lee, Yong-Joo Cho

*Dept. of Precision Engineering, Graduate School, Pusan National University*  
*\*School of Mechanical Engineering, Pusan National University*

**Abstract** - In case of rough contact fatigue, the accurate calculation of surface tractions is essential to the prediction of crack initiation life. Accurate Surface tractions influencing shear stress amplitude can be obtained by contact analysis based on the morphology of contact surfaces. In this study, to simulate rough contact under sliding condition, gaussian rough surface generated numerically in the previous study was used and to calculate crack initiation life in the substrate, dislocation pileup theory was used.

**key words** - Fatigue Wear, Crack Initiation life, Contact Fatigue, Dislocation Dipole Model, 3-D Subsurface Stress, 3-D Gaussian Rough Surface

#### 1. 서론

대부분의 기계요소들은 윤활된 상태에서 접촉하고 접촉표면들은 윤활제에 의해 완전히 분리되어 있거나 부분적으로 분리되어 있다. 그러나 기계요소의 작동조건이 열악해지면서 윤활상태는 경계윤활이나 혼합윤활영역에 접어들게 되고 이때 거친 표면의 돌기(Asperity)들이 서로 직접 접촉하게 되면서 하중사이클동안의 국부적인 응력집중에 기인하는 피로마멸이 생겨 표면에 심각한 손상을 야기하게 된다. 이러한 접촉피로마멸의 중요성은 접촉현상의 존재가 접촉을 고려하지 않았을 때의 설계수명을 심각하게 단축시키며 따라서 안전한 설계가 되지 못하는데 있다. 일반적으로 피로거동은 균열의 시작, 균열의

진파, 미소균열들의 합체 등과 같은 독립적인 단계들로 세분화되고 각각의 단계들에 독립적으로 많은 연구가 진행되어왔다.

피로균열의 시작은 접촉피로과정에서 가장 중요한 단계들중의 하나이다. 피로균열시작의 위치(Site)와 모드(mode)는 금속의 미세구조(Microstructure), 작용하중의 형태, 시편들의 미시적-거시적 Geometry에 의존한다. 접촉피로균열의 경우 일반적인 피로문제와 달리 표면의 형상이 접촉피로균열거동에 미치는 영향은 절대적이다. 따라서, 접촉피로거동을 이해하기 위해서는 표면형상을 고려한 접촉해석이 필수적이다. 최근에는 두 물체의 접촉을 미세한 돌기들간의 접촉으로 모

모델링하여 접촉문제를 해석하는 방법이 많이 연구되고 있다[1]. 그러나 기존의 연구는 2차원 문제에 국한되거나 돌기 효과를 고려하지 않은 경우가 많아서 개선의 여지가 많다[2,3]. 따라서 본 연구에서는 표면간의 접촉을 실제 표면에 가까운 Gaussian 표면들 간의 접촉으로 모델링하여 접촉시뮬레이션을 통해 접촉 물체의 피로균열 시작거동을 연구하고자 한다.

## 2. 접촉해석

### 2.1 접촉모델

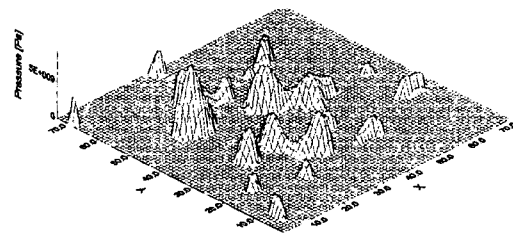
결보기 접촉과 달리 거친 면의 실제 접촉은 불규칙한 형상의 돌기들에 의해 이루어지므로 거친 접촉을 시뮬레이션하기 위해서는 3차원 거친 표면의 모델링이 필요하다. Fig. 1은  $\sigma=1.0$ ,  $sk=0.0$ ,  $ku=3.0$ 인 거친 Gaussian 표면을 컴퓨터시뮬레이션에 의해 수치적으로 생성한 것이다. 이 결과는 Cho 등의 선행 연구결과에서 인용한 것으로  $256 \times 256$ 의 표면 데이터를 포함한다[4]. 본 연구에서는 Fig. 1의 거친 표면에서  $73 \times 73$ (from  $i, j=1$  to  $73$ )의 표면 데이터를 발췌하여 본 연구에서의 모든 접촉해석에 이용하였다.

### 2.2 접촉응력

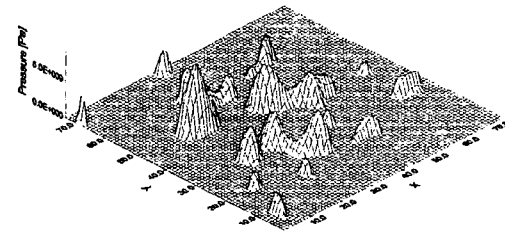
거친 접촉을 시뮬레이션하기 위해 한 쌍의 거친 표면간의 접촉을 가압하는 강체 상단 표면(Rigid body equivalent surface)과 반 무한탄성체면으로 모델링하여 영향계수법을 이용함으로써 돌기 접촉압력을 계산하였다. 이 경우 생성된 표면이 Fig.1과 같이 사각형 모양의 펀치형상을 띠므로 접촉시의 접촉압력 분포가 모서리 부분에서 과도하게 커지는 Edge 효과가 생길 수 있다. 따라서 본 연구에서는 반 무한체 가정에 적합한 접촉시뮬레이션을 수행하기 위해 사각 펀치에서의 프로



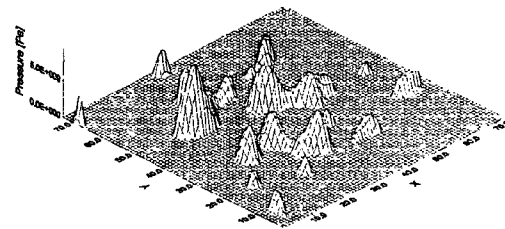
Fig. 1. Rough surface generated by computer simulation( $\sigma=1.0$ ,  $sk=0.0$ ,  $ku=3.0$ )



(a)  $\mu=0.0$



(b)  $\mu=0.25$



(c)  $\mu=0.5$

Fig. 2. 3-D contact pressure distribution on the surface of semi-infinite solid according to variation of  $\mu$

Table. 1 Calculated results for contact pressure of gaussian rough surface (F=50N)

Roughness parameter			contact points $N$	Maximum pressure(GPa)		
$\sigma$	$sk$	$ku$		$\mu=0.0$	$\mu=0.25$	$\mu=0.5$
1	0.0	3	529	9.331	9.32	9.31

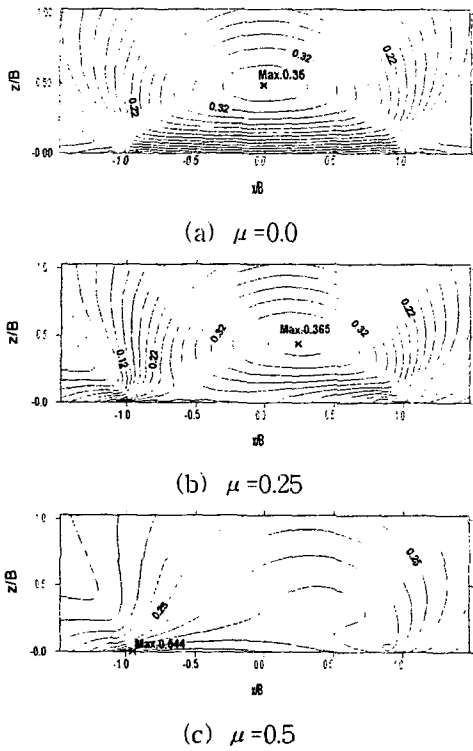


Fig. 3. Lines of constant  $\sqrt{J_2}/P_0$  on plane  $y=0$  beneath circular contact in the present study

파일링 기법을 이용하여 모서리부에 약간의 라운딩처리를 함으로서 사각모서리에서의 압력 Edge효과를 없앴다. Fig. 2는 Fig. 1의 Gaussian표면에서 외부하중은 동일하게 하고  $\mu$ 만을 변화시키면서 나타낸 3차원 접촉면 압력분포를 도시한 것이다. Table. 1은 Fig. 1의 Gaussian 표면에 대한 접촉압력계산결과를 보여준다. 하중은 50N으로 동일한 조건에서  $\mu$ 가 0, 0.25, 0.5로 변해도 접촉점의 개수는 변화를 보이지 않았다. 그러나, 표에서 알 수 있듯이 최고압력 값은  $\mu$ 의 변화에 따라 바뀌어 Fig. 2에는 가시적으로 잘 나타나지 않지만 압력의 프로파일이 변했음을 추정할 수 있다.

## 2.3 표면아래 응력분포

### 2.3.1 정확성의 검토(구 접촉)

거친 표면간의 접촉해석 알고리즘의 타당

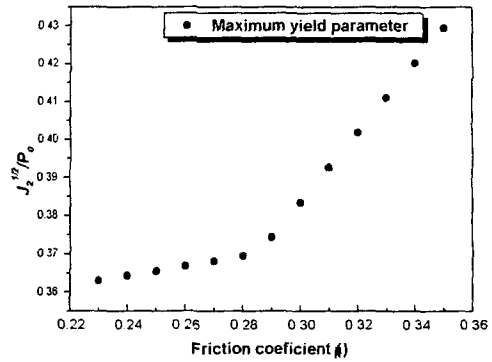


Fig. 4. Maximum  $\sqrt{J_2}/P_0$  on plane  $y=0$  according to  $\mu$  beneath circular contact in the present study

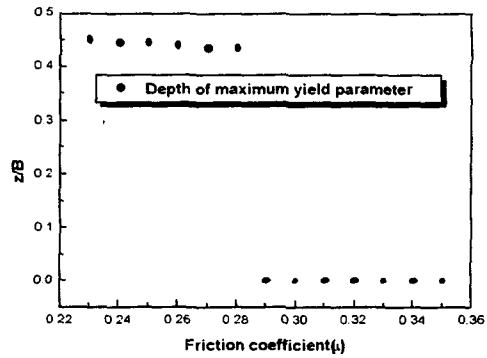


Fig. 5. Depth of maximum  $\sqrt{J_2}/P_0$  on plane  $y=0$  according to  $\mu$  beneath circular contact in the present study

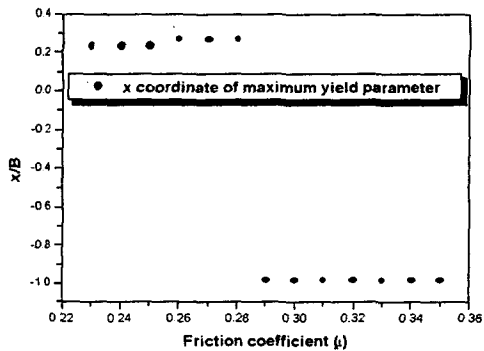


Fig. 6.  $x$  coordinate of maximum  $\sqrt{J_2}/P_0$  on plane  $y=0$  according to  $\mu$  beneath circular contact

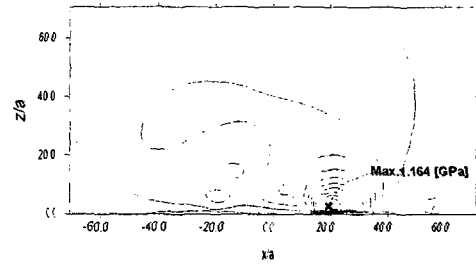
성을 검증하고자 기존의 미끄럼 접촉을 하는 구(Sphere)의 표면아래 응력장에 대한 Ha-

milton[5]의 정확해와 비교하였다. 표면아래 응력장의 수치적 계산을 위해 접선하중과 수직하중에 대해 각각 Cho 등과 Love의 식을 이용하였다[6,7]. Fig. 3은 본 연구의 수치해석 알고리즘에 의한 구 접촉에서의  $\mu$ 의 변화에 따른 표면아래 응력분포를 보여준다. Hamilton의 결과는  $\mu=0, 0.25, 0.5$ 에서 각각 최대 헤르쯔압력에 대한  $\sqrt{J_2}$ 값의 비가 0.35, 0.37, 0.55인데 비해 본 연구 결과는 0.35, 0.365, 0.544로 거의 비슷한 결과를 보여주므로 본 연구의 수치해석 알고리즘의 정확성은 입증될 수 있다.

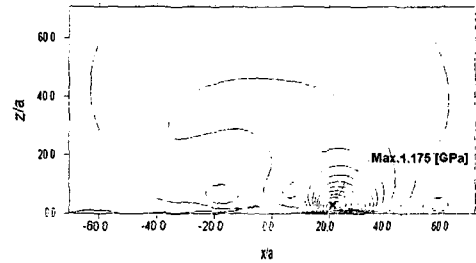
Figs. 4,5,6은  $\mu$ 에 따른 최대 항복파라미터 값( $\sqrt{J_2}/P_0$ )과 위치 등을 나타낸다. Figs. 4,5,6에서 공통적인 사실은  $\mu=0.29$ 를 기준으로 변화의 양상이 급격하게 바뀐다는 사실이다. 이는 최대 항복 파라미터가  $\mu=0.29$ 를 기준으로 마찰의 영향에 매우 민감해지기 때문에 미끄럼접촉에서의 피로거동과 관련하여 매우 중요한 사실이다.

W.Cheng 등[2]은 표면으로부터의 깊이에 따라 접촉피로균열시작의 모델을 3가지로 나누었다. 이는 표면에서의 경계조건이 전위의 축적에 영향을 미치기 때문에 표면에 가까운 균열의 경우 표면의 영향으로 해석 시에 수치적으로 고려해야할 변수가 생겨 복잡해진다. 그러나, 표면에서 비교적 멀리 떨어진 균열시작수명은 표면에 가까운 균열과 달리 표면에서의 영향이 거의 없으므로 비교적 간단하게 균열시작수명을 구할 수 있다. 이처럼 접촉피로문제에서 균열의 시작거동은 표면에 매우 가까이 있는 균열문제와 표면에서 비교적 멀리 떨어진 균열문제로 나누어 연구할 필요가 있다.

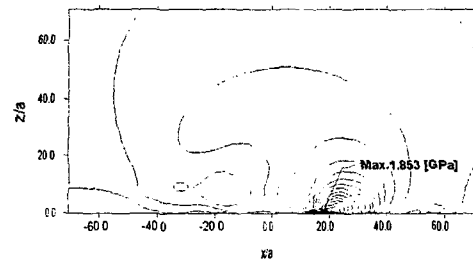
본 연구에서는 균열시작의 위치가 표면으로부터 멀어서 표면의 영향이 적은 무한체(Infinite body)에서의 균열시작 수명에 대한 해[8]를 이용하여 접촉피로 수명을 계산하고자 한다. 이를 위해 거친 표면의 접촉해석을 통해 최대항복파라미터의 값이 급격하게 바뀌는 마찰계수(cf, 구 접촉의 경우  $\mu=0.29$ )



(a)  $\mu=0.0$



(b)  $\mu=0.25$



(c)  $\mu=0.5$

Fig. 7. Lines of constant  $J_2$  for gaussian rough surface according to variation of  $\mu$  along  $y$  at  $j=37$  node

를 조사하여 그때까지의 접촉피로균열에 대해 미끄럼 표면의 영향이 무시될 정도로 작다고 가정하고 무한체에서의 균열시작에 대한 해를 적용하여 접촉피로시작 수명을 구할 것이다.

### 2.3.2 3차원 표면의 거친접촉

Gaussian표면에 대해 미끄럼 접촉시의 표면 아래 응력분포는 다음과 같이 구한다. 우선, 접촉압력이 작용하는 실 접촉면을 균일한 하중의 세기  $p, q$ 가 작용하는 미소사각조각 표면들로 이산화하여, 각 미소표면들의 균일한 하중의 세기에 의한 반 무한 탄성체

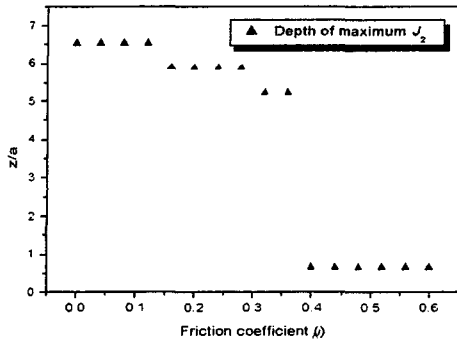


Fig. 8. Depth of maximum  $J_2$  according to variation of  $\mu$  under rough contact in the present study

내의 임의의 위치로의 영향을 중첩함으로써 표면 아래 응력분포를 구할 수 있다. Fig. 7은 Gaussian 표면에 대한 표면아래 응력분포를 도시한 것이다.  $\mu$ 가 증가하면서  $J_2$ 의 값과 위치가 변함을 알 수 있는데 전술한 바와 같이  $J_2$ 의 위치에 따라 균열시작수명의 계산식이 달라지므로 정확한 표면아래 응력장의 계산이 중요하다. Fig. 8은  $\mu$ 를 0에서부터 0.6까지 변화시키면서  $J_2$ 값을 도시한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이  $\mu=0.36$ 을 기준으로 최대  $J_2$ 값의 위치가 급격하게 변해 거의 표면으로 이동함을 알 수 있다. 따라서, Fig. 1에서의  $ku=3$ 인 Gaussian 표면에 대한 무한체에서의 균열시작수명식의 적용가능 한 계마찰계수는  $\mu=0.36$ 으로 가정할 것이다.

### 3. Crack Initiation

#### 3.1. Dislocation Dipole Model

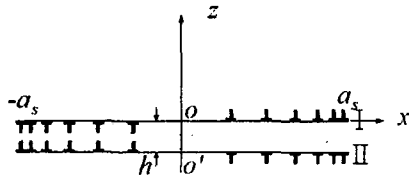


Fig. 9. Vacancy-dislocation-dipole model of the slip band of length  $2a_s$  in an infinite body

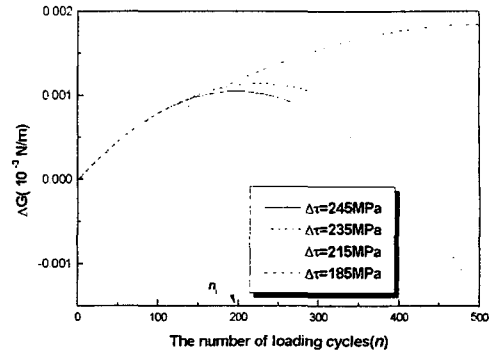


Fig. 10. Variation of the Gibbs free-energy change  $\Delta G$  with the number of loading cycles

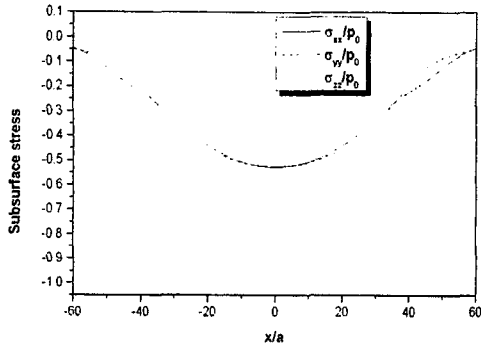
Mura 등은 두 개의 미끄럼 층에서의 전위 축적(Dislocation pileup)개념을 이용하여 피로 균열시작에 대한 모델을 제시하였다[8]. 그는 재료내부의 Slip band에서의 전단응력에 의한 역방향, 순방향 소성유동(Plastic flow)을 Fig. 9와 같이 두 개의 근접한 층들에서 움직이는 반대부호를 가진 전위들로 모델링 하였다. 점  $O, O'$ 는 전위 소스들이다. Fig. 9에서 layer I, II ( $-a_s < x < a_s, y=0, -h$ )는 응력 사이클동안에 생길 수 있는 최 근접거리( $h$ )에 위치한 slip layer들로서, 피로균열은 하중사이클이 계속되면서 재료내부에 증강된 단성변형에너지가 어떤 임계값에 도달할 때 시작된다고 하였다. 전위 축적에 의한  $n$  사이클 후에 layer I, II에서의 전단응력은 다음과 같다.

$$\tau_{II}^D \cong n(\Delta\tau - 2\tau_f) \quad (1-a)$$

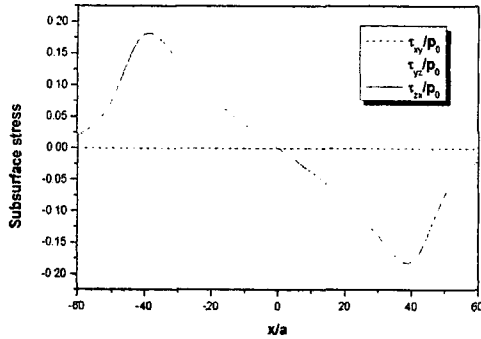
$$\tau_{I}^D \cong -n(\Delta\tau - 2\tau_f) \quad (1-b)$$

이 두 전단응력들은 slip band의 layer I, II에 작용하면서 전위들이 입자 경계나, 다른 장애물에 축적되게 한다. 이러한 전위축적은 계의 Gibbs 자유에너지를 변화시킨다. Gibbs의 자유에너지 변화는 다음과 같다.

$$\Delta G = -W_1 - W_2 + 2c\gamma \quad (2)$$



(a) Normal stress components



(b) Shear stress components

Fig. 11. Subsurface stress components in a semi-infinite solid by spherical contact

여기서,  $\gamma$ 는 균열의 표면에너지이고  $W_1$ 은  $n$ 사이클후의 탄성변형에너지,  $W_2$ 는 균열이 시작되는 순간의 기계적 에너지 유출을 의미한다. 식 (2)를  $n$ 에 대해 도사하면 Fig. 10과 같다. Fig. 10에서 알 수 있듯이, Griffith이론에 유사하게 주어진 작용응력  $\Delta\tau$ 하에서 계는 어떤  $n$ 에서 불안정(Unstable)하게 되고, 그때의  $n$ 을 피로균열시작을 위한 임계 사이클 수( $n_i$ )라고 하였다. 따라서, 균열시작 사이클 수는 다음으로부터 얻어질 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial n}(\Delta G) = 0 \quad (3)$$

식 (3)으로부터 피로균열 시작 수명은 다음과 같이 표현될 수 있다.

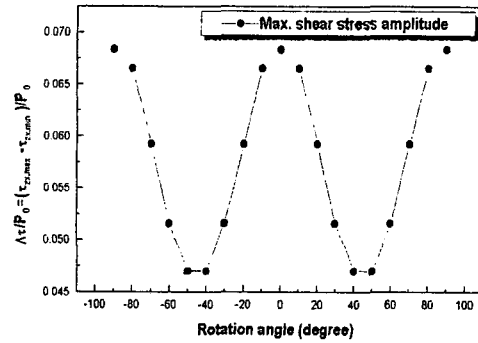


Fig. 12. Variation of maximum shear stress amplitude according to rotation angle around y axis

$$n_i = C \frac{2-f}{(\Delta\tau - 2\tau)f} \quad (4)$$

여기서,  $C = \frac{\gamma}{h} \left[ \ln\left(\frac{8a_s}{h}\right) - \frac{3}{2} \right]$ 이다.

### 3.2 $\Delta\tau$ 의 계산

$\Delta\tau$ 의 값은 표면에서의 접촉압력과 마찰계수에 의해 결정되어 질 수 있다. Fig. 11은 양의  $x$  방향으로 접선하중이 작용하는 구 접촉에서의 표면아래 응력성분을 나타낸다. Fig. 10(a)에서 나타나는 모든 수직응력성분들은 음(-)의 값을 가지고, Fig. 11(b)에서는  $\tau_{zx}/p_0$ 을 제외한 두 전단응력 성분은 0이 됨을 볼 수 있다. 이 사실을 통해  $\tau_{zx}$ 만이 균열의 형성에 지배적인 영향을 미치는 응력 성분임을 알 수 있다. Fig. 12는  $z$ ,  $x$ 축을 고정된  $y$ 축 중심으로 좌표변환 했을 때의  $\Delta\tau/p_0$ 의 변화를 보여준다.  $\Delta\tau/p_0$ 가  $-90^\circ, 0^\circ, 90^\circ$ 에서 모두 최대 값을 가지지만  $-90^\circ$ 와  $90^\circ$ 에서는 Fig. 11(a)의 큰 압축응력이 작용하므로 균열이 시작되기 어렵다. 따라서, 상대적으로 균열이 생길 수 있는 가능성이 가장 많은 각도는  $0^\circ$  방향임을 알 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 균열시작수명의 예측을 위해  $0^\circ$  방향에서의  $\tau_{zx}$ 성분의 변동만을 고려하였다.

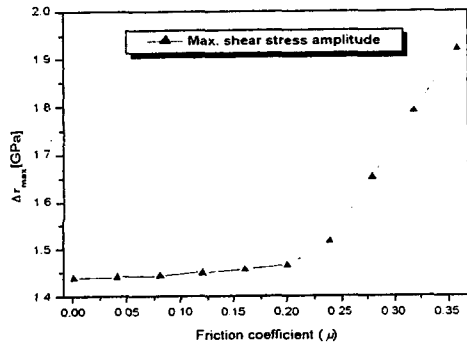


Fig. 13. Maximum shear stress amplitude according to  $\mu$

Table. 2. Calculating condition

$\tau_f$	550 MPa	$a_s$	1000 $\mu$ m
$E$	2.06 GPa	$f$	0.01
$h$	0.016 nm	$\gamma$	100N/m
$\nu$	0.3		

### 3.3 해석결과

Fig. 13에 표면에 평행한 방향에서의  $\Delta\tau$ 의 값을  $\mu$ 의 변화에 따라 구한 결과를 도시하였다. Fig. 8에서 본 바와 같이 Fig. 1의 표면은  $\mu=0.36$ 을 기준으로  $J_2$ 값이 표면으로 이동하기 때문에 0.36까지의  $\Delta\tau$ 만을 고려하였다. 접촉균열시작수명을 구하기 위해서 식 (4)에 나타나는 여러 가지 물성치를 알아야 한다. 본 연구에서 계산에 필요한 물성치들을 Table. 2와 같이 가정하였다. Fig. 14는 마찰계수가 0부터 0.36까지 변할 때의 무차원 균열시작수명을 나타낸다. 균열시작수명

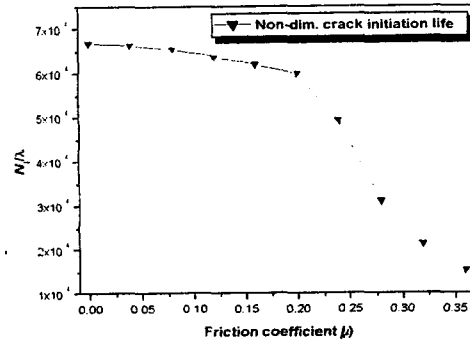


Fig. 14. Non-dimensional crack initiation life .vs.  $\mu$  under rough contact.

은 Fig. 1에서의 Gaussian 표면의 상관길이 (Correlation length,  $\lambda=6$ )로 무차원화되어 있다. Fig. 14에서 알 수 있듯이 마찰계수의 증가에 따라 균열시작수명은 줄어들음을 알 수 있다.

### 5.결론

본 논문에서는 3차원 거친 접촉하에서의 피로균열시작에 대한 수명을 dislocation dipole model을 이용하여 구하였다. 이를 위해 구 접촉의 해석을 통해 정확성이 입증된 본 연구의 수치해석 알고리즘을 통해 거친 표면간의 접촉해석을 수행하였다. 거친 접촉 해석을 통해 무한체에서의 균열수명식이 적용되는 한계마찰계수가 표면의 특성에 따라 다름을 확인할 수 있었다. 마찰계수가 증가함에 따라 균열시작수명이 감소함을 확인할 수 있었다.

### 참고문헌

1. R.S.Zhou,H.S.Cheng,T.Mura, "Micropitting in rolling and sliding contact under mixed lubrication," Journal of Tribology, Vol.111, pp.605-613, 1989
2. W.Cheng,H.S.Cheng,T.Mura,L.M.Keer, "Micromechanics modeling of crack initiation under contact fatigue,"Journal of Tribology, Vol.116, pp.2-8, 1994
3. K.Tanaka,T.Mura,"A theory of fatigue crack initiation at inclusions, Metallurgical transactions, Vol.13A, pp.117-123, 1982
4. 김태완,강민호,구영필,조용주, "Kurtosis를 고려한 3차원 거친표면의 탄성접촉해석," 한국윤활학회 제31회 춘계학술대회, pp. 34-41, 2000
5. G.M.Hamilton,L.E.Goodman, "The stress field created by a circular sliding

- contact,"ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 33, pp.371-376, 1966
6. 조용주,이문주,구영필,“반 무한체 위의 사각조각 표면에 작용하는 접선하중에 의한 반 무한체내의 응력해석,” 대한기계학회논문집 A권, 제 24권 제4호, pp.1032-1038, 2000
  7. Love.A.E.H.,“The stress produced in a semi-infinite solid by pressure on part of the boundary,” Proc.Roy.Soc.London, Vol.A228, pp.377
  8. T.Mura,Y.Nakasone,“A theory of fatigue crack initiation in solids,” Journal of Applied Mechanics, Vol.57, pp.1-6, 1990

#### 기호설명

- $a$  : half size of a rectangular patch  
 $a_s$  : half size of slip band  
 $B$  : half width of hertzian contact zone  
 $c$  : micro-crack size  
 $E$  : equivalent young's modulus  
 $\Delta G$  : Gibbs free-energy change  
 $f$  : irreversibility factor  
 $ij$  : node in the x, y direction

- $ku$  : kurtosis  
 $h$  : width of slip band(dislocation dipole)  
 $J_2$  : second invariant  
 $n$  : cycle number of loading  
 $n_i$  : number of cycles for crack initiation  
 $p$  : uniform normal stress  
 $P_0$  : maximum hertz contact pressure  
 $q$  : uniform shear stress  
 $sk$  : skewness  
 $\tau_f$  : frictional stress of material  
 $\Delta\tau$  : critical shearing stress amplitude on the slip layer  
 $\Delta\tau_I^D$  : dislocation stress on the layer I  
 $\Delta\tau_{II}^D$  : dislocation stress on the layer II  
 $W_1$  : elastic strain energy  
 $W_2$  : mechanical energy release upon opening of crack  
 $\gamma$  : surface energy  
 $\mu$  : friction coefficient  
 $\sigma$  : standard deviation  
 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$   
: 6 stress components