

Spur Gear의 표면온도상승에 관한 연구 Part I - Flash Temperature

김희진 · 문석만 · 김태완 · 구영필* · 조용주**

부산대학교 대학원 정밀기계공학과

*부산대학교 기계기술연구소

**부산대학교 기계공학부

A Study on the Surface Temperature Rise in Spur Gear Part I - Flash Temperature

Hee-Jin Kim, Seok-Man Moon, Tae-Wan Kim, Young-Pil Koo*, Yong-Joo Cho**

Graduate School, Pusan National University

**Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University*

***School of Mechanical Engineering, Pusan National University*

Abstract - A numerical simulation of the temperature rise for sliding surface in dry contact is based on Jaeger's formula combined with a calculated heat input. A gear tooth temperature analysis was performed. The pressure distribution has the Hertzian pressure distribution on the heat source. The heat partition factor is calculated along line of action. A Temperature distribution of tooth surface is calculated about before and after profile modification. A Temperature of addendum and dedendum in modified gear have reduced.

Key words - flash temperature, bulk temperature, heat flux, heat partition factor

1. 서 론

베어링, 기어 등과 같이 미끄럼 접촉을 하는 기계요소는 고하중·고속도에서 작동하기 때문에 접촉표면은 마찰열에 의한 높은 표면 온도를 발생하게 된다. 미끄럼 접촉에서 물체 계면의 표면온도는 표면의 마찰과 마모에 상당한 영향을 미친다. 때문에 두 접촉면의

온도 분포를 추정하는 것은 기계 시스템의 설계에 아주 중요하다.

이런 미끄럼 계면의 표면온도 계산은 tribologist의 중요한 주제이다. 두 미끄럼 접촉 물체사이의 계면을 완전히 특성화하기 위해서는 마찰열에 기인한 접촉면적 위의 온도 분포를 결정할 수 있어야 한다.

마찰열은 대개 돌기 미끄럼에 의해 발생하

고 이것에 의한 표면온도를 계산하기 위한 방법이 꾸준히 연구되어 왔다.

Blok[1]은 정지한 물체와 움직이는 물체의 단일 사각 열원을 가지는 접촉계면의 온도분포를 계산했다. 마찰열은 미끄럼 마찰로부터 발생하고 Heat flux partition은 두 접촉표면의 최대온도가 같다는 가정하에 매치시켜 구한다. 또한 Blok은 line contact을 이루는 두 움직이는 접촉 표면에서의 온도 분포식을 유도하고 기어에 적용시켰다. Jaeger[2]는 일정 속도로 움직이는 band heat source와 rectangular source에 의한 정지한 반-무한체와 움직이는 반-무한체의 미끄럼 접촉계면의 표면온도식을 유도했으며, Heat flux partition은 접촉 표면의 최대온도 대신에 평균온도가 같다는 가정 하에 계산했다. Ling and Pu[5], Ling[6]은 매끄러운 평판에 대한 square protrusion부를 가진 움직이는 반-무한체의 sliding contact 시뮬레이션을 통한 dry contact에의 표면온도 분포를 계산하는 수치적 방법을 유도했다.

Archard[3]는 정지한 물체와 움직이는 물체의 접촉위의 원형 열원에 대한 온도분포를 연구했고, Francis[7]는 미끄럼 Hertzian접촉에서 정상-상태 계면 온도 분포에 대한 해석적 표현이 전체 마찰 power, 속도, 접촉상태, 재료의 열적성질, 각 물체의 bulk온도 측면에서 유도했다. Lai and Cheng[9]은 sliding lubricated rigid smooth plane와 stationary elastic rough surface사이의 돌기 온도를 계산하기 위한 완전 소성변형을 고려한 dry sliding contact과 혼합 윤활상태에서 접촉 계면의 온도 분포를 계산했다.

Tian and Kennedy[11]는 전 범위의 Peclet number에 대하여 다양한 형태의 움직이는 heat source에 기인한 semi-infinite body의 표면 온도 상승을 해석했다. Qui and Cheng[14]은 거칠기를 고려한 혼합윤활 상태에서 3차원 거친 표면과 매끄러운 표면이 미끄럼 운동할 때의 표면 상승온도를 구하였다.

최근에는 실제 기계요소의 미끄럼 표면에서

의 온도상승에 대한 연구가 이루어지고 있다. Wang and Cheng[8]는 FEM와 Jaeger식을 이용하여 spur gear의 표면온도를 계산하였으며, Bushan[10]은 Magnetic head-Media 계면의 온도 상승에 관한 연구를 했다.

또한, Leo and Sinclair[13]는 Hard Disk Drive의 Head-Disk 계면의 섬광온도 분포에 관한 연구를 수행했다.

본 연구에서는 사각열원에 대한 Jaeger식을 바탕으로 하여 건마찰 상태에서의 맞물린 기어 접촉의 계면상승온도를 계산하고, 또한 치형수정[15,16]에 의한 하중분포에 따른 치면의 온도분포를 보이고자 한다.

2. 미끄럼 접촉 표면의 온도계산

돌기 접촉을 하는 서로 다른 속도 V_1, V_2 를 가지는 접촉에서 두 움직이는 표면에 대한 표면 온도 계산이 연구되어졌다.

2.1 접촉온도

Blok은 접촉 표면의 온도를 다음과 같이 정의 내렸다. 선 접촉에서 counterformal 표면 사이 마찰열에 의한 최대 집합온도를 T_c , 접촉 부분에서 약간 떨어진 지점의 온도가 일정한 부분에서의 온도인 평균온도(bulk temperature) T_b , 그리고 마찰열로부터 접촉 부분에서 발생하는 최대 섬광온도를 T_f 라하고, 이들 사이의 관계는 다음 식으로 표현된다.

$$T_c = T_f + T_b \quad (C \text{ and } F) \quad (1)$$

2.1.1 섬광온도 (T_f)

접촉표면에서 고정된 rectangular coordinate를 (x, y, z) 라고 하자.

열적 성질이 일정할 때 열전도 방정식은

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \quad (2)$$

로 표현된다.

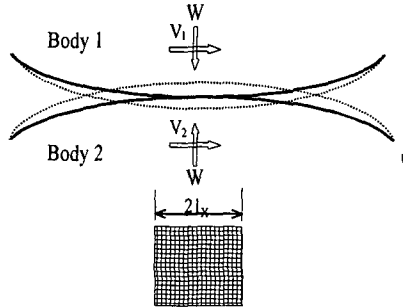


Fig. 1 Model Surface Contact

경계영역에서의 열 손실이 없다고 할 때 반무한체의 점 $(x', y', 0, t')$ 에서 입력 열량 $q dx' dy' dt'$ 에 기인한 유한 시간 t 동안 점 $P(x, y, z)$ 에서의 상승온도는 Carslaw and Jaeger(1959)에 의해 유도된 다음 식에 의하여 계산된다.

$$dT = \frac{q(x', y', 0, t') dx' dy' dt'}{4\rho c [\pi\alpha(t-t')]^{3/2}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}{4\alpha(t-t')}\right] \quad (3)$$

식(3)을 무차원화하면 다음과 같다.

(부록 참고)

$$d\bar{T} = \frac{q(\bar{x}', \bar{y}', 0, \bar{t}') d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{t}'}{4\rho c [\pi\alpha(t-t')]^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\bar{x}-\bar{x}')^2 + (\bar{y}-\bar{y}')^2 + \bar{z}^2}{4\alpha(t-t')}\right] \quad (4)$$

속도 V_2 을 가진 표면 2로 전도된 heat flux의 fraction을 열분할 계수(heat partition factor), $f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')$ 라 할때 발생된 열은 분할계수 $f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')$ 에 따라 두 접촉 표면으로 전도된다.

속도 V_1 을 가진 표면 1로 전도된 heat flux의 fraction은 $[1-f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')]로 표현된다. 시간 $\bar{t}'=0$ 에서 $\bar{t}'=\bar{t}$ 까지 전체 접촉 면적 Ω_N 에서 발생한 표면온도 상승은 다음과 같이 표현된다.$

표면 1에 대한 상승온도 :

$$\Delta T_1(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} \int_{\Omega_N} \int (1-f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')) \cdot \frac{q(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{z}'}{(\bar{t}-\bar{t}')^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{[\bar{x}-\bar{x}' - V_1(\bar{t}-\bar{t}')]^2 + (\bar{y}-\bar{y}')^2}{\bar{t}-\bar{t}'}\right] \quad (5)$$

표면 2에 대한 상승온도 :

$$\Delta T_2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} \int_{\Omega_N} \int f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') \cdot \frac{q(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{z}'}{(\bar{t}-\bar{t}')^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{[\bar{x}-\bar{x}' - V_2(\bar{t}-\bar{t}')]^2 + (\bar{y}-\bar{y}')^2}{\bar{t}-\bar{t}'}\right] \quad (6)$$

여기서 접촉 면적은 Hertzian 접촉 면적을 나타낸다. 여기서 열분할계수 f 는 계면을 통한 온도강하가 없기 때문에 돌기 접촉에서 최대 온도가 같다는 가정에 의하여 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{T}_{1b} + \Delta T_1(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \bar{T}_{2b} + \Delta T_2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) \quad (7)$$

여기서 \bar{T}_{ib} 는 두 표면이 같다고 가정했다.

2.2 열유속(heat flux)의 계산

접촉표면의 온도는 접촉면에서 발생한 열과 아주 밀접한 관련이 있다. 이 열은 열유속(heat flux)으로 나타낼 수 있다. 열유속은 식(8)에서처럼 접촉압력과 미끄럼 속도의 곱으로 표현된다.

$$q = \mu P V_s \quad (8)$$

여기서 μ 는 마찰계수이다.

3. Spur 기어에 대한 적용

3.1 Spur 기어의 접촉구간

탄성변형에 의한 기어 표면의 열유속(heat flux)를 구하기 위해서는 우선, 기어의 기하학적 분석을 통해 접촉하는 치면에 대한 하중 분배를 파악하여야 한다.

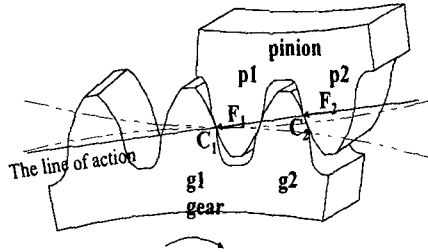


Fig. 2 Tooth Contact in High-Contact Ratio Gear

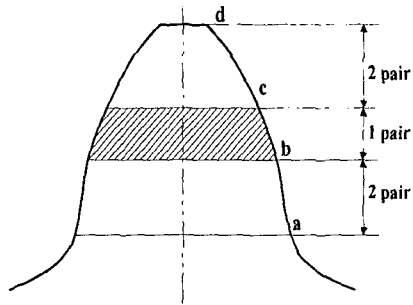


Fig. 3 Tooth Contact Zones

Table 1 Gear data

Gear Data		
Item	Pinion	Gear
Number of teeth	16	24
Pressure angle, degrees	20°	
Module	4.5 mm	
Face width	20.00 mm	
Angular Speed	2190rpm	1460rpm
Young's modulus	200 GPa	
Poisson's ratio	0.3	
Contact ratio	1.88	

Fig. 2은 일반적인 Spur 기어의 치 접촉시 작용선 방향으로 최대 수직 하중의 분배를

Table 2 Properties of materials

Specific heat of solids, c	0.465 kJ/kg°C
Thermal diffusivity of solids, α	$1.474 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{sec}$
Thermal conductivity of solids, k	54 W/m°C
Density of solids, ρ	7,833 kg/m ³
Friciton coefficient of surface, μ	0.4

도시한 것인데, 기어 치 g1과 g2가 두 접촉점 C1과 C2에서 만나고 있다.

치 g2의 접촉점이 기어 치의 이끝이 되었을 때, 두 쌍의 접촉이 한 쌍의 접촉으로 변화되면서 작용선 위의 총 수직 하중은 한 개의 치에 총 수직 하중이 집중되어 전달되기 때문에 급격한 힘의 변화를 야기시키게 된다. 이러한 접촉상태를 기어치면상에 나타낸 것이 Fig. 3인데, 즉 ab구간에는 2 개의 접촉점이 맞물리고, bc구간에는 1개의 접촉점이 맞물리며, cd구간에는 다시 2 개의 접촉점이 맞물리면서 반복 회전하게 되는 것이다. Table 1은 본 연구에서 수행한 기어의 데이터를 나타낸 것이다. 그리고 Table 2 는 해석에 사용된 물성치를 나타낸 것이다.

작용선 위에서 한 쌍의 치아가 접촉할 수 있는 구간에서 온도해석이 이루어진다. 이 구간에서 접촉점의 수와 관련한 접촉구간의 시작과 끝점의 위치를 도시한게 Fig 4인데 각 위치는 다음 계산에 의해 결정된다

$$L_{c1} = \frac{A_1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{D_1}{A_1} \sin \Psi\right)^2 + 4\left(\frac{D_1}{A_1} + 1\right)} - \frac{D_1}{A_1} \sin \Psi \right] \quad (9)$$

$$L_{c2} = \frac{A_2}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{D_2}{A_2} \sin \Psi\right)^2 + 4\left(\frac{D_2}{A_2} + 1\right)} - \frac{D_2}{A_2} \sin \Psi \right] \quad (10)$$

$$\text{The point 1 : } \xi_1 = -L_{c2} \quad (11)$$

$$\text{The point 2 : } \xi_2 = -(L_{c1} + L_{c2} - p_b) \quad (12)$$

$$\text{The point 3 : } \xi_3 = p_b - L_{c2} \quad (13)$$

$$\text{The point 4 : } \xi_4 = -L_{c1} \quad (14)$$

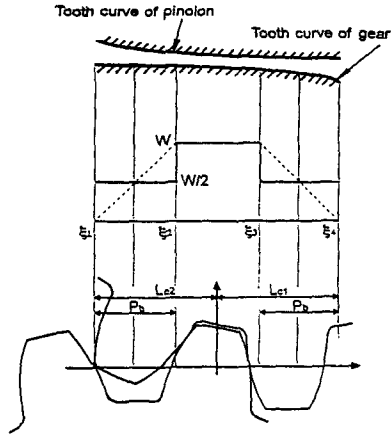


Fig 4 Action Length and Load Distribution of Gear Tooth

여기서 1-2, 3-4의 구간은 2 개의 접촉점을 가지고 2-3의 구간에서는 1 개의 접촉점을 가진다. 하중분포는 Fig. 4 에 나타난 분포를 가진다. 점선은 수정된 치형의 하중분포선도를 1차식으로 간략하여 나타내었다.

3.2 슬라이딩 속도(U)

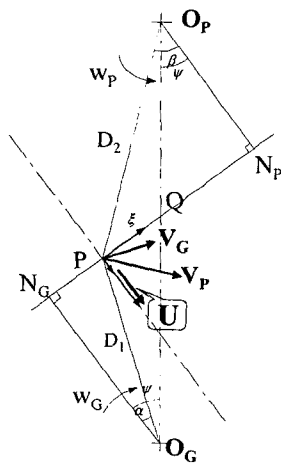


Fig. 5 Sliding Velocity

실제로 미끄럼 속도는 표면의 온도상승에 아주 중요한 인자이다. 기어에서 슬라이딩

속도(U)는 Fig. 5에서 접촉점(P)에서의 상대 속도의 차를 의미하는 것이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 U &= V_P \sin \theta_P - V_G \sin \theta_G \\
 &= w_G \overline{PN_G} - w_P \overline{PN_P} \\
 &= w_G (\overline{PQ} + \overline{QN_G}) - w_P (\overline{QN_P} - \overline{PQ}) \\
 &= (w_p + w_g) \overline{PQ} \\
 &= \left(\frac{U_p}{\frac{D_1}{2}} + \frac{U_g}{\frac{D_2}{2}} \right) \cdot |\xi| \quad (15)
 \end{aligned}$$

따라서,

$$U = 2U_p \cdot |\xi| \cdot \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \quad (16)$$

식(16)을 식(8)에 대입하여 계산하면 열유속을 구할 수 있다.

4. 해석결과 및 고찰

Fig 6-9은 앞 장의 온도 계산식을 이용하여 기어에 적용한 결과들이다. 나온 결과들은 기어의 center line에 대한 값들이다.

Fig 6은 기어 치면의 각 접촉점에서의 속도 분포를 나타낸 것이다. Fig 7는 기어치면의 하중분포에 따른 Hertzian 접촉 압력을 나타낸 것이다. 치형 수정전 기어이는 접촉초기 이뿌리 부위에 상당한 압력이 가해지나 수정된 기어에서는 이 부분에서 압력이 상당히 적게 발생함을 알 수 있다.

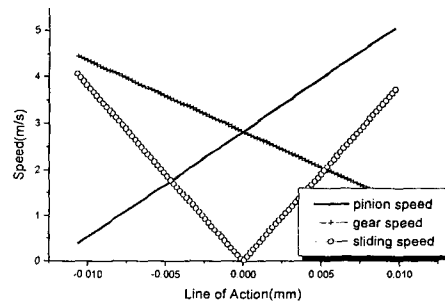


Fig 6 Distribution of speed in contact point

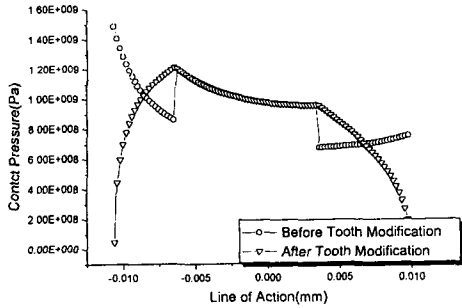


Fig 7 Distribution of Contact Pressure

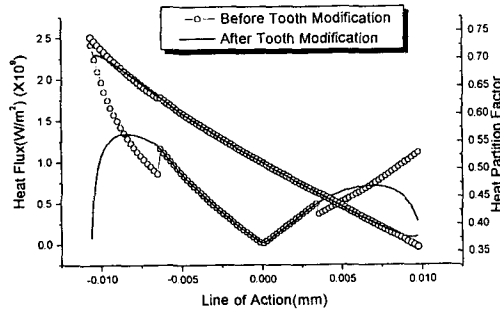


Fig 8 Distributions of heat flux and heat partition factor

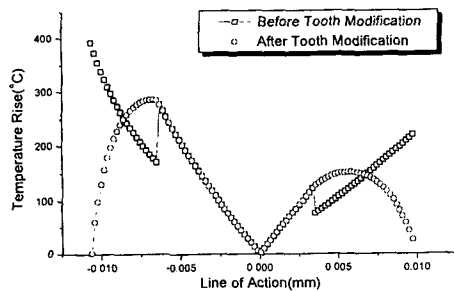


Fig 9 Distributions of maximum temperature on tooth surface

Fig 8은 기어 치면에서 발생하는 열유속과 기어와 피니언으로 들어가는 열량을 결정하는 열분할 계수에 대한 그래프이다.

구동기어의 이뿌리 근처에서는 열이 구동기어로 많이 들어가고 이끝으로 이동하면서 피

동기어 쪽으로 많이 이동한다.

실제 기어의 파괴도 이뿌리와 이끝 부위에서 많이 발생하는데 그 이유도 이곳에서의 높은 온도상승이 한 원인이다.

Fig 9은 기어 치면에서 발생하는 선팅온도를 나타낸 것이다. 기어 수정 전에는 이뿌리와 이끝 그리고 접촉점이 1개로 변하는 지점에서 온도가 높음을 알 수 있다.

치형 수정 후에는 이뿌리와 이끝 부위에서의 온도가 아주 낮게 발생함을 볼 수 있는데 이것으로 치형 수정이 온도상승에 의한 기어파손에 효과적임을 알 수 있다. 피치점에서는 온도가 거의 상승하지 않는데 이것은 이 곳에서 미끄럼 속도가 0이기 때문이다.

5. 결론

본 연구에서는 Jaeger의 표면온도상승 계산식을 기초로하여 스퍼기어 치면의 선팅온도를 구하는 프로그램을 개발하였으며 그 결과를 기초로하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 기어 치면의 온도 분포를 통해 접촉시 이끝과 이뿌리부분에서의 높은 온도상승이 발생함을 알 수 있었다.
- (2) 기어 접촉 수가 2점에서 1점 접촉으로 바뀔때 불연속적인 온도 상승이 발생함을 보였다.
- (3) 기어의 치형 수정을 통해 이끝, 이뿌리 근처의 온도 상승을 줄일 수 있었다.

기호설명

$f(x, y, t)$ = heat partition function

$K_{1,2}$ = thermal conductivity of solid

l_x = half contact length along moving direction

$q(x, y, t)$ = heat flux

t = time

$T_{1,2}$ = surface temperature

$\Delta T_{1,2}$ = temperature rise

$T_{1b,2b}$ = bulk temperature of bodies

$V_{1,2}$ = velocities of surface
 V_s = sliding speed
 x, y = coordinates on contact surface
 x', y', t' = dummy variables of x, y, t , respectively
 $\bar{T}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{t}, \bar{q}, \bar{p}$ = nondimensional variables of T, x, y, t, q, p
 $\bar{V}_{1,2} = V_{1,2} l_x / A x$, Peclet number
 κ = thermal diffusivity of solids
 Ω_c = contact area
 μ = friction coefficient
 U_p : Pitch line speed
 D_1 : Pinion diameter
 D_2 : Gear diameter
 A_1 : Addendum of Pinion
 A_2 : Addendum of Gear
 Ψ : The pressure angle
 ξ : A dummy variable along the contact line
 d_b : The base pitch of gear

참고문헌

1. Blok, H.(1937) "Theoretical Study of Temperature Rise at Surfaces of Actual Contact under Oiliness Lubricating Condition." Proc. General Discussion on Lubrication, Inst. Mech. Engrs., London, Vol. 2, pp. 222-235
2. Jaeger, J.C.(1942). "Moving Sources of Heat and the Temperature at Sliding Contacts." J.Proc. Roy. Soc. N.S.W., Vol.76, pp. 203-224
3. J.F.Archard(1958/59) "The Temperature of rubbing Surfaces", Wear. vol.2
4. H.S.Carslaw, J.C.Jaeger, (1959) "Conduction of Heat in Solids", Oxford Press, Second Edition
5. F.F.Ling., S.L.Pu(1964) "Probable Interface Temperatures of Solids in Sliding contact". Wear. vol.7 pp 23-34
6. F.F.Ling(1969) "On Temperature Transients at Sliding Interface ", Journal of Lubrication Technology.
7. H.A.Francis.(1970) "Interfacial Temperature Distribution within a Sliding Hertzian Contact", ASLE TRANSACTION. vol.14, pp.41-54
8. K.L.Wang, H.S.Cheng(1981) "A Numerical Solution to the Dynamic Load, Film Thickness, and Surface Temperature in Spur Gears, Part I Analysis" Journal of Mechanical Design. vol 103, pp. 177-187
9. W.T.Lai., H.S.Cheng(1985) "Temperature Analysis in Lubricated Simple Sliding Rough Contacts ", ASLE Transactions. vol. 28. pp.330-312
10. B.Bhushan.(1987) "Magnetic Head-Media Interface Temperature", ASME Journal of Tribology, Vol.109, pp. 243-256
11. Xuefeng Tian., Francis E. Kennedy, Jr(1994) "Maximum and Average Flash Temperatures in Sliding Contacts ", Journal of Tribology, vol.116, pp.167-174
12. W.Y.D.Yuen.(1988) "Heat Conduction in Sliding Solids ". Int.J.Heat Mass Transfer. Vol.31, No.3. pp.637-646
13. H-L.Leo, G.B.Sinclair.(1998) "Flash Temperature Distributions at the Head-Disk Interface in Hard Disk Drives", ASME Journal of Tribology. vol.120, pp. 536-541
14. L.Qiu, H.S.Cheng.(1998) "Temperature Rise Simulation of Three-Dimensional Rough Surface in Mixed Lubricated Contact", ASME Journal of Tribology, vol.120, pp.310-318
15. 김태완, 조용주(1999) "고 물림률 Spur Gear의 원활한 하중 전달을 위한 최적 치형 수정에 관한 연구", 한국자동차공학회 추계학술대회, pp. 424-430
16. 분석만, 조용주 (1999) "Spur Gear의 미끄럼 마멸율에 관한 연구" 한국윤활학회 추계학술대회 pp. 25-34

[부록]

변수들의 무차원화

$$\bar{x} = \frac{x}{l_x}, \quad \bar{y} = \frac{y}{l_x}, \quad \bar{p} = \frac{p}{P_m}, \quad \bar{V}_i = \frac{V_i l_x}{4\alpha}$$

$$\bar{q} = \mu \bar{p} \bar{V}_s, \quad \bar{T} = \frac{\pi^{3/2} \rho c}{2 P_m} T, \quad \bar{t} = \frac{4\alpha}{l_x^2} t$$