

# 피스톤 스커트 형상에 따른 마찰 손실 해석

## (Analysis of Frictional Power Loss by the Effects of Piston Skirt Profiles)

조준행(Joonhang Cho), 이준경(Joonkyung Lee), 장시열(Siyoul Jang)

국민대학교 자동차 공학 전문대학원

Graduate School of Automotive Engineering at Kookmin University

### ABSTRACT

The secondary motion of piston greatly influences the dynamic and frictional performances of an engine. The motion is very related to the clearance, sliding velocity and skirt profile, etc. In our work, piston dynamics is analyzed with the commercial analysis software, PISDYN by Ricardo Consultant Engineers, Inc. The effects of profiles with piston pin offsets are studied regarding the secondary motion of piston and several results are compared

### 서론

자동차에서 소모되는 에너지를 절약할 수 있는 효과적인 방법으로는 엔진 설계에 있어서 마찰력에 의한 에너지 손실을 줄이는 방법이다. 왕복 운동하는 엔진의 경우 마찰손실은 대부분 서로 접촉하여 상대운동을 하는 부분에서 발생하며 대체적으로 엔진의 전체 마찰 손실 중 피스톤 실린더계에서 발생하는 마찰 손실은 약30 ~ 40 % 정도이다.[1] 따라서 피스톤 실린더계에 관련된 분야의 트라이볼로지적 연구는 매우 중요하다. 피스톤 실린더계에서의 마찰 손실은 피스톤 링에 의한 손실과 피스톤 스커트에 의한 손실로 나뉘어 질 수 있다. 피스톤 링에 의한 손실은 링의 장력과 두께 및 연소가스의 폭발 압력에 의해 결정되고, 스커트에서 발생하는 손실은 피스

톤의 관성력, 형상, 커넥팅 로드의 길이, 실린더 보어의 크기, 간극 등에 의해 영향을 받는다. 엔진 피스톤의 동역학적 거동은 실린더에서 상하 왕복운동에 의한 주요 거동과 기울임에 의한 부가적 거동으로 구성되며 허용되는 간극 내에서 발생하는 기울임의 양은 적지만 이로 인한 모멘트 발생에 의하여 상대 운동을 하는 피스톤과 실린더 사이에 발생하는 마찰 손실에 큰 영향을 준다.[2][3]

본 연구는 Ricardo Consultant Engineering, Inc.에 의해 상용화된 해석 소프트웨어를 이용하여 여러 가지 설계 변수 중 스커트의 프로파일 (profile)과 핀 오프셋(pin offset)의 영향을 분석하여 엔진 피스톤의 동적거동에 의한 피스톤 스커트와 실린더 사이의 마찰 손실을 해석하였다.

## 이론

### Piston Motion

실제 피스톤의 동적 거동은 상하왕복운동 뿐만 아니라 크랭크의 회전에 의해 기구학적으로 발생하는 기울임에 의한 추가적인 동도 발생하여 스러스트 측(Thrust Side)와 반스러스트(anti-thrust side)에서 힘과 모멘트의 불평형이 발생한다.

그 결과로 피스톤이 운동하는 과정에서 허용되는 틈새 내에서 병진과 회전이 발생한다. 이러한 거동은 스커트 상하단의 피스톤 편심량  $e_t$ ,  $e_b$ 의 해석으로 분석이 가능하다.

Figure 1은 피스톤의 왕복운동의 메커니즘을 나타내고 Figure 2은 동적 거동 상태에서 피스톤에 작용하는 힘과 모멘트를 나타낸 자유 물체도이다.  $F_G$ 는 연소 가스 압력에 의해 발생하고  $F$ 와  $M$ 은 실린더와 피스톤 사이에 존재하는 유막의 동수압적 유효현상에 의해 발생한다. 또한 피스톤은  $\alpha$ 의 가속도로 축 방향으로 운동을 하기 때문에 피스톤과 피스톤 핀에 각각  $F_{IC}$ ,  $\hat{F}_{IC}$ ,  $F_{IP}$ ,  $\hat{F}_{IP}$ 의 관성력이 발생한다.

Figure 2에서 힘에 대한 평형방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\sum F_y = F_G + \hat{F}_{IP} + \bar{F} \cos \theta = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_x = F + F_{IP} + F_{IC} - \bar{F} \sin \theta = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_p = M + M_{IC} + F_{IC}(a-b) - \hat{F}_{IC}C_g + F_G C_p = 0 \quad (3)$$

식(1)과 식(2)에서  $\bar{F}$ 을 소거하면 다음과 같은 힘의 방정식을 유도할 수 있다.

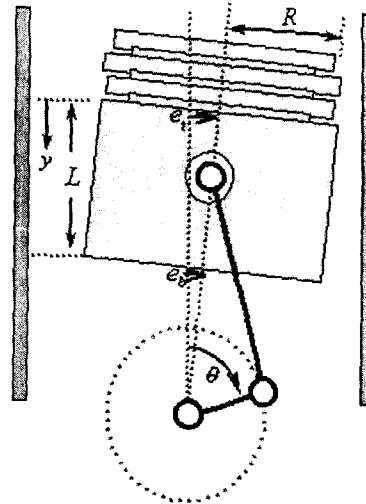


Figure 1 Piston-crank geometry

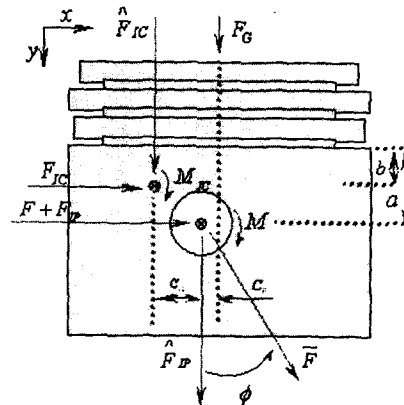


Figure 2 Forces acting on piston

$$-F_{IP} - F_{IC} = F + F_S \quad (4)$$

그리고  $F_S$ 는 다음과 같이 정의될 수 있다

$$F_S = (F_G + \hat{F}_{IP} + \hat{F}_{IC}) \tan \phi \quad (5)$$

모멘트의 평형식은 (3)식에 의해 (6)식과

같이 다시 정의될 수 있고,

$$-M_{IC} - F_{IC}(a-b) = M + M_S \quad (6)$$

여기서  $M_S$ 는 (7)식과 같이 정의될 수 있다.

$$M_S = F_G C_p - \hat{F}_{IC} C_g \quad (7)$$

식(5)와 식(7)에 의해  $F_S$ 와  $M_S$ 는 피스톤의 축 방향 가속도와 연소 가스 압력, 그리고 커넥팅 로드 각도에 의해 발생한다. 피스톤 왕복운동에 의한 관성력은 다음과 같으며,

$$\hat{F}_{IP} = -m_{pin} \ddot{Y} \quad (8)$$

$$\hat{F}_{IC} = -m_{pis} \ddot{Y} \quad (9)$$

축 방향 왕복가속도  $\ddot{Y}$ 는 다음과 같다.

$$\ddot{Y} = r\omega^2 \cos\theta + \frac{(B\omega r \cos\theta)^2}{(l^2 - B^2)^{1.5}} + \frac{(\omega r \cos\theta)^2 - (B\omega^2 r \sin\theta)}{(l^2 - B^2)^{0.5}} \quad (10)$$

여기서  $B$ 는

$$B = C_p + r \sin\theta \quad \text{이며,} \quad (11)$$

커넥팅 로드 각도는

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{B}{(l^2 - B^2)^{0.5}} \quad \text{이다.} \quad (14)$$

$F_S$ 와  $M_S$ 는 식(5)-식(14)으로 구해질 수 있으며  $F_G$ 는 연소 가스 압력으로 쉽게 구할 수 있다. 관성력  $F_{IP}$ ,  $F_{IC}$ ,  $M_{IC}$ 는 부가적 운동의 결과로 발생하는 피스톤 상하단의 편심의 가속도로서 다음의 식(15)-(17)에 의해 계산할 수 있다.

$$F_{IP} = -m_{pin} \left[ \ddot{e}_t + \frac{a}{L} (\ddot{e}_b - \ddot{e}_t) \right] \quad (15)$$

$$F_{IC} = -m_{pis} \left[ \ddot{e}_t + \frac{b}{L} (\ddot{e}_b - \ddot{e}_t) \right] \quad (14)$$

$$M_{IC} = -\frac{I_{pis} (\ddot{e}_t - \ddot{e}_b)}{L} \quad (17)$$

식(4)과 식(6)에 식(15)-(17)에서 구한 관성력을 대입하여 정리하면 피스톤의 부가적 운동에 대한 지배방정식을 식(18)과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} m_{pis} \left(1 - \frac{b}{L}\right) + m_{pin} \left(1 - \frac{a}{L}\right) & m_{pis} \frac{b}{L} + m_{pin} \frac{a}{L} \\ \frac{I_{pis}}{L} + m_{pin} (a-b) \left(1 - \frac{b}{L}\right) & -\frac{I_{pis}}{L} + m_{pin} (a-b) \frac{b}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{e}_t \\ \ddot{e}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F + F_S \\ M + M_S \end{bmatrix} \quad (18)$$

### Pressure Distribution

피스톤 스커트와 실린더 사이의 유막 두께는 축방향 위치  $y$  과 원주방향위치  $\theta$ , 그리고 시간의 함수,  $h(y, \theta, t)$  로 나타낼 수 있다.

$$h(y, \theta, t) = h_{so}(y, \theta, \varepsilon(t), \alpha(t)) - h_p(y, \theta) + h_{bu}(y, \theta(t)) \quad (19)$$

여기서  $h_{bu}$ 는 부가적 거동으로 인해 변화하는 틈새이며,  $\varepsilon$ 는 편 질량 중심의 변위,  $h_p$ 는 틈새에 대한 스커트의 열적, 탄성변형, 관성력에 의한 간섭량,  $h_{so}$ 는 틈새에 대한 보어의 뒤틀림의 간섭량이다. 만일 피스톤 스커트의 변형이 없다고 가정하면 유

막 두께는 다음과 같이 근사화될 수 있다

$$h = c + e_r(t) \cos \theta + \frac{x}{L}(e_b(t) - e_r(t)) \cos \theta + f(y) \quad (20)$$

여기서  $f(y)$ 는 축 방향의 피스톤 스커트의 프로파일이다.

식(18)의 피스톤 부가적 운동의 지배방정식을 만족하는  $e_r, e_b$ 을 식(20)에 대입하여 유막 두께를 계산하여 무차원화된 레이놀즈 방정식을 해석함으로써 피스톤 스커트와 실린더 사이의 유막 압력  $p(\theta, y)$ 을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = -6\mu U \frac{\partial h}{\partial y} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (21)$$

Figure 3에서와 같이 *double patch skirt*인 경우 위의 식(1)은 *anti-thrust* 측면과 *스러스트* 측면의 두 부분으로 구분하여 경계 조건을 적용해야 되며 두 부분의 유희 영역 경계에서의 압력은 연소실압력과 같다.

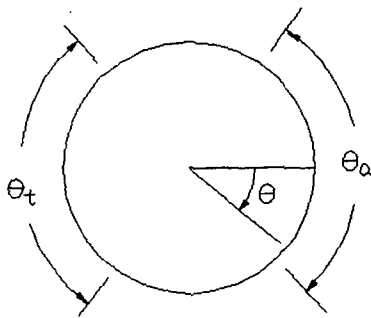


Figure 3 Lubricated extent of the skirt

### Friction Force & Loss

상대 운동을 하는 두 물체 사이에서는 항상 마찰이 존재하며 피스톤 스커트, 피스톤 링과 실린더 라이너와의 마찰은 엔진의 효율 향상과 깊은 관계가 있다.

일반적으로 상대 운동하는 두 물체간의 최소 간극이 표면 거칠기의 3 ~ 4배 이상인 경우에는 두 물체간의 상대 운동은 완전 유체 유희 구간으로 점성 마찰이 지배적으로 발생되고 최소 간극이 표면 거칠기의 1 ~ 3배일 경우에는 경계 마찰이 발생되어 점성마찰과 동시에 발생한다. 따라서 피스톤 스커트와 실린더 라이너와의 마찰은 다음 두 가지 조건으로 발생한다고 볼 수 있다.

- 1) 오일에 발생하는 *viscous friction force*
- 2) 두 물체의 표면돌기 접촉 압력에 의한 경계 마찰.

우선 피스톤 스커트에서 발생하는 점성 전단 응력은 다음과 같다.

$$\tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (22)$$

$\frac{\partial w}{\partial y}$ 는  $\frac{\partial u}{\partial z}$ 에 비해 무시할 만큼 작고  $\frac{\partial u}{\partial z}$

에 대한 속도 구배(velocity gradient)를 적용하면 식(22)은 다음과 같이 된다.

$$\tau_y = -\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\mu}{h} U \quad (23)$$

따라서 레이놀즈 방정식을 해석하여 유막 압력을 구한 후 식(23)을 피스톤 스커

트 전체 윤활 영역에 대해 적분하면 점성 마찰력  $F_v$ 을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$F_v = -2 \int_0^L \int_0^\pi \left( \frac{h}{2} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\mu}{h} U \right) X(p) d\theta dy \quad (24)$$

여기서 함수  $X(p)$ 는 다음과 같이 정의된다

$$X(p) = \begin{cases} 0, & p \leq 0 \\ 1, & p > 0 \end{cases}$$

또한 유막 두께가 얇아져서 두 물체 사이의 표면돌기가 간섭을 일으킬 정도가 되면 표면돌기를 변형시키는 힘이 필요하게 되어 마찰 특성은 현저하게 변화하게 된다.

경계 윤활에 대한 마찰력  $F_{asp}$ 을 구하기 위해 Greenwood-Williamson 모델을 사용한다.[4]

$$P_{asp} = \frac{16\sqrt{2}}{15} \pi (\sigma\beta\eta)^2 E \sqrt{\frac{\sigma}{\beta}} F\left(\frac{h(y)}{\sigma}\right) \quad (25)$$

여기서  $F(y)$ 는 다음과 같고

$$F(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^\infty \left[ (s-y)^2 \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) \right] ds \quad (26)$$

$F_{asp}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$F_{asp} = -2 \int_0^L \int_0^\pi P_{asp} d\theta dy \quad (27)$$

식(24)의 점성 마찰력과 식(27)의 경계 마찰력의 합으로 전체 마찰력을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$F = F_{asp} + F_v \quad (28)$$

전체 마찰력이 구해짐에 따라 마찰 손실은 다음과 같다.

$$P_L = -F U \quad (29)$$

## 결 과

피스톤 스커트의 유막 압력과 마찰력 및 마찰손실을 구하기 위해 사용되는 입력 변수는 Table.1에 열거하였다. 엔진 회전 속도가 5200 rpm일 때의 연소 가스 압력은 Figure 4에 나타내었다. 피스톤 스커트의 형상과 오프셋의 유무에 따른 마찰력과 마찰 손실의 상관 관계를 분석해 보기 위해 Table.2와 같이 피스톤 스커트의 형상에 따라 barrel 형과 flat형으로 구분하였고, 오프셋의 부여 유무로써 4가지 Mode를 통해 실행하였다. 여기서 탄성 변형 등 피스톤 스커트의 변형은 없다고 가정하였다. 각 Mode에 따른 피스톤 형상에 대하여 피스톤의 거동을 크랭크축 회전각도  $-180^\circ$ 에서  $540^\circ$ 의 엔진구동 전 구간에 걸쳐 해석하였다. Figure 5 와 Figure 6에서는 barrel 형 스커트에 대하여 오프셋의 유무에 따른 피스톤의 거동을 나타낸 것이다. Figure 6에 의하면 팽창할 때에 기울임 각도가 오프셋을 부여하지 않은 피스톤에서 더 크게 발생하는 것을 볼 수 있다. 이것은 연소실내의 압력이 급격히 상승함에 따라 축 방향의 힘이 피스톤의 횡방향으로 충격력을 가하기 때문이다. 이를 감소하기 위해 편 오프셋을 사용한다. 기울임 각도가 너무 크면 피스톤 스커트와 실린더 라이너의 접촉부에서 경계마찰이 발생하므로 전체적인 마찰 손실은 증가하게 된다.

Table.1 Dimensions of piston components and parameters

Values used in the Simulation	
Piston Model	barrel and flat type
Engine RPM	5200RPM
Bore diameter	0.0765m
Stroke	0.082m
Con-rod length	0.13m
Piston crown-head clearance	0.001m
Pin offset	0.0008m
Liner length	0.14m
Clearance	0.00002m
Pin diameter	0.1788m
Position of Pin from skirt top	0.0102m
Circumferential extent of skirt Lubrication	97.5°
Friction coefficient	0.12 N.s/ $m^2$
Oil viscosity (SAE30)	0.026 Pa.s

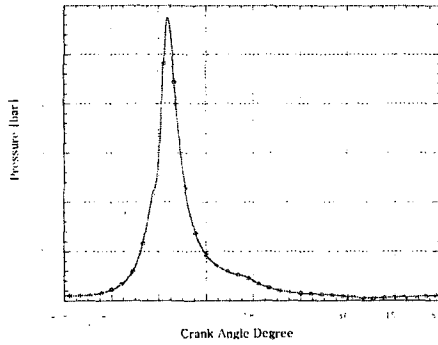


Figure 4 Combustion gas pressure

Table 2 Modes of piston components

Simulation Mode	
Mode 1	With offset, Barrel skirt
Mode 2	Without offset, Barrel skirt
Mode 3	With offset, flat skirt
Mode 4	Without offset, flat skirt

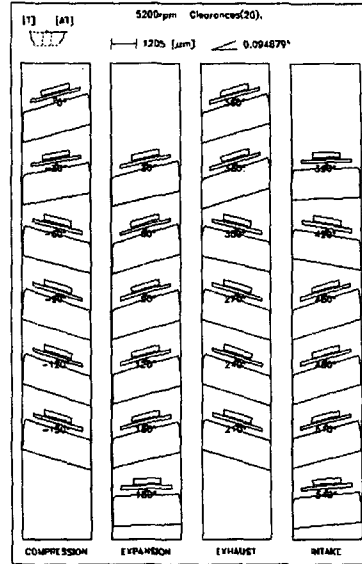


Figure 5 Piston displacement for mode 1

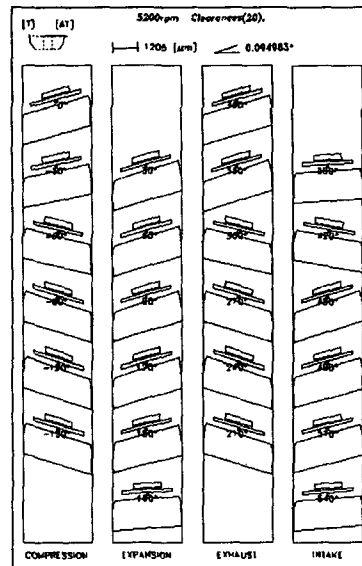


Figure 6 Piston displacement for mode 2

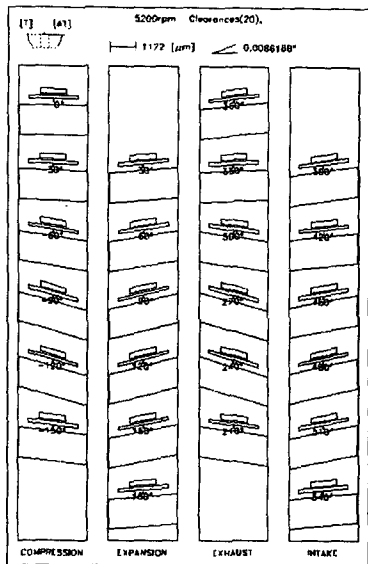


Figure 7 Piston displacement for mode 3

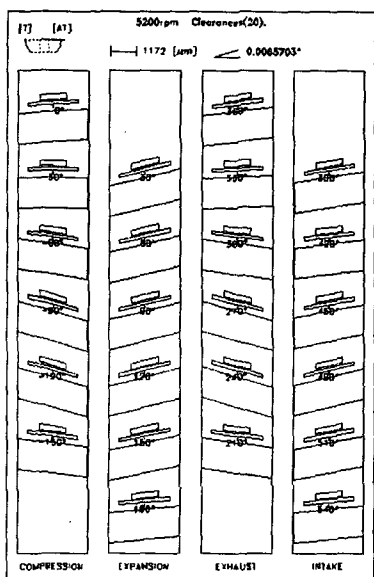


Figure 8 Piston displacement for mode 4

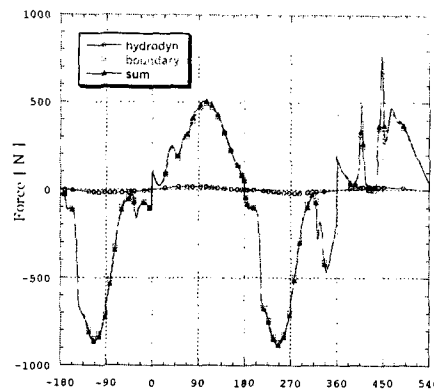


Figure 9 Friction force for mode 1

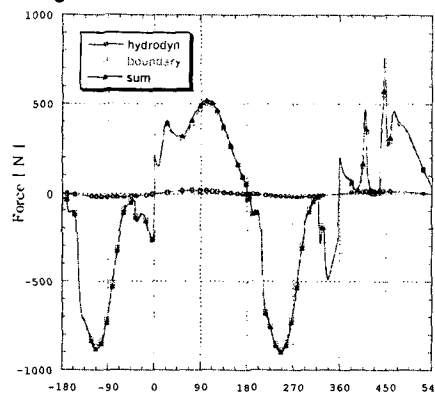


Figure 10 Friction force for mode 2

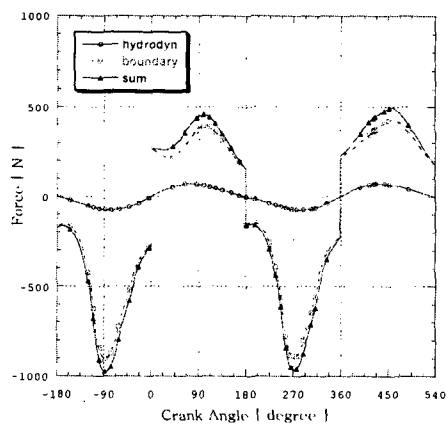


Figure 11 Friction force for mode 3

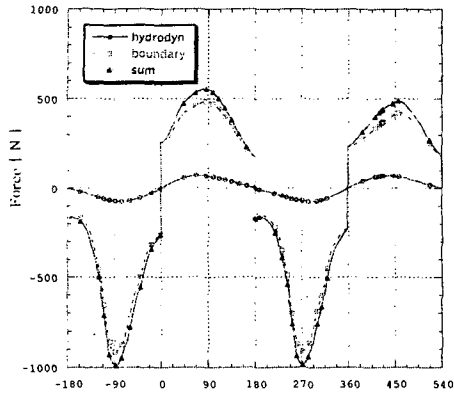


Figure12 Friction force for mode 4

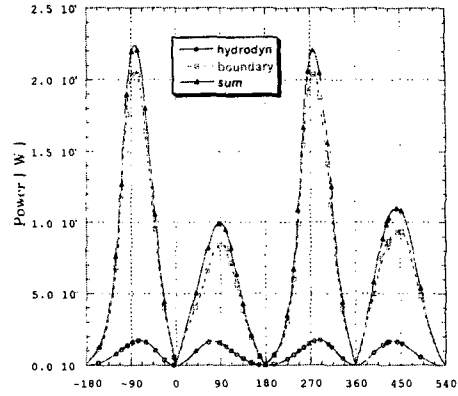


Figure 15 Friction power loss for mode 3

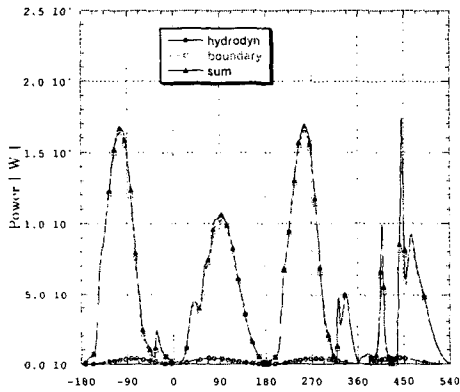


Figure13 Friction power loss for mode 1

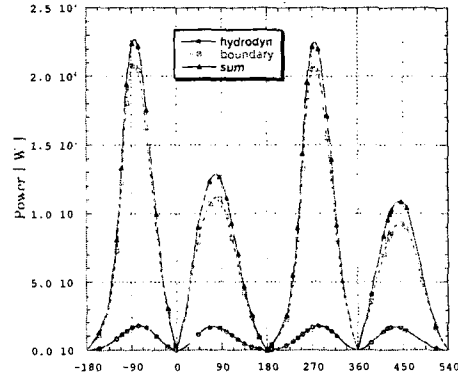


Figure16 Friction power loss for mode 4

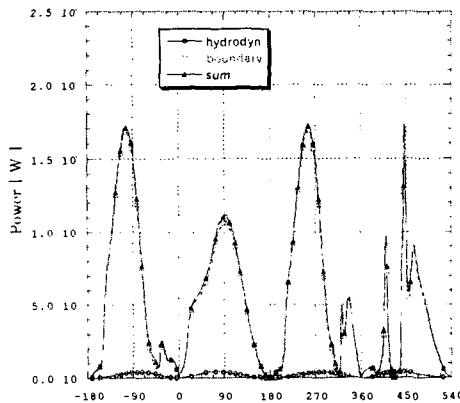


Figure14 Friction power Loss for mode 2

flat 형 스커트에 오프셋을 부여한 것과 없는 것은 Figure 7 과 Figure 8 에 나타내었다.

마찬가지로 전체적인 거동은 크게 차이는 없으나 팽창 구간에서 크랭크 회전 각이 약  $-30^{\circ} \sim 30^{\circ}$ 인 곳에서 오프셋이 없는 피스톤의 기울임 각도가 커지는 것으로 나타난다. flat형의 피스톤 스커트는 오프셋의 영향이 barrel 형보다는 더 크게 나타난다. 따라서 Barrel 형보다 오프셋의 유무



에 따라 상대적으로 실린더와의 접촉 면적이 크게 변화하므로 flat 형에서는 핀 오프셋이 마찰 손실을 크게 개선시킬 수 있다.

Figure 9에서 Figure 12는 각 모드에서의 마찰력을 나타낸다. 전체적으로 보면 barrel형(Figure 9와 Figure 10)이 flat 형(Figure 11와 Figure 12)보다 마찰력 감소에 효과가 있는 것으로 나타났다. 최대 마찰력은 최대 약 180 N 정도까지 개선이 되는 것을 볼 수 있으며 이런 현상은 barrel형이 flat형보다 크랭크각도가 약 30° 정도 빨리 발생한다. flat형은 전구간에 걸쳐 마찰력을 받는 대역이 barrel형보다 넓기 때문에 마찰 동력 손실이 커진다. 그리고 동수압에 의한 마찰력의 감소도 큰 영향을 끼친다는 것을 알 수 있다.

Figure 9과 Figure 10에서 보는 것과 같이 크랭크 각도가 약 -30°인 구간에서 오프셋이 없는 경우가 마찰력이 더 증가함을 볼 수 있다. 즉 연소 가스가 폭발할 때 오프셋의 마찰력에 대한 영향이 커짐을 알 수 있고 고속 회전일수록 이런 현상은 뚜렷하게 보인다. Figure 11과 Figure 12에서는 이런 현상은 더욱 뚜렷이 나타나는데 같은 구간에서 오프셋이 마찰력 감소의 영향뿐만 아니라 연소 가스가 폭발할 때에 최대 마찰력 발생 시기를 앞당기고 있다.

Figure 13에서 Figure 14까지는 크랭크 각도에 따른 마찰 손실을 나타내고 있다. 마찰 손실 또한 barrel형은 flat형과 현저한 차이를 나타내고 있으며 연료 흡입 상태에서는 손실 동력이 국부적으로 큰 값을 나

타내지만 전체 구간으로 보면 flat형에 비해 개선된 엔진 효율을 나타낸다고 할 수 있다. 또한 오프셋의 영향은 연소 가스 폭발 구간에서 마찰 손실의 감소로써 나타난다.

## 결론

마찰력과 마찰 손실을 해석함에 있어서 피스톤 스커트의 형상과 오프셋의 마찰 감소에 끼치는 영향을 분석한 결과는 다음과 같다. 엔진 구동 사이클 과정에서 일어나는 피스톤의 동적 거동에 의해 유막 두께가 감소할 때 flat형 스커트보다 barrel형 스커트가 실린더와의 접촉 면적을 작게 해 줄 수 있다. 따라서 마찰 손실 감소에 있어서 barrel형 스커트가 더 우수하다. 핀 오프셋은 barrel형과 flat형 모두 연소 가스 폭발 구간에서 기울임 각도를 작게 해주므로 마찰 손실 감소 효과를 나타낸다.

barrel형 스커트와 핀 오프셋을 갖는 피스톤은 핀 오프셋을 갖지 않는 barrel형보다 -30° ~ 180° 구간에서 약 9.2%의 마찰 손실 감소 효과를 나타낸다. 그리고 flat형 스커트보다는 같은 구간에서 약 30.5%의 감소 효과를 나타내었다. 따라서 엔진 회전 속도에 따른 차이는 있겠지만 피스톤 스커트의 형상 변화로 인한 마찰 손실 감소량은 핀 오프셋에 의한 것보다 약 10배 이상의 효과가 있는 것으로 나타났다.

결국 피스톤과 실린더 사이의 마찰 손실은 핀 오프셋 양과 피스톤 형상에 따른 접촉 면적에 밀접한 관계가 있다. 결과적

으로 이로 인해 발생하는 유막 두께의 변화를 고려한 레이놀즈 방정식을 해석하여 피스톤의 동적 거동 상태의 압력을 구할 수 있다. 이 압력을 통하여 발생하는 마찰력을 계산해서 마찰 동력 손실을 감소시키는 것이 엔진 효율을 향상시키는 중요한 방안 중의 하나이다. 이를 위해 현재 저마찰 패드 피스톤의 연구가 활발한 것처럼 최적화된 피스톤 스커트 프로파일과 핀 오프셋을 구현하는 것이 피스톤의 마찰 손실을 최소화하는 데 필요하다.

### Nomenclature

$\alpha$  : 피스톤의 축방향 가속도  
 $c$  : 기준 틈새  
 $e_t$  : 스커트 상단에서 측정되는 편심  
 $e_b$  : 스커트 하단에서 측정되는 편심  
 $C_p$  : 피스톤 핀의 편심량  
 $C_G$  : 피스톤 스커트의 무게중심 편심량  
 $x$  : lateral Coordinate  
 $y$  : axial Coordinate  
 $L$  : 피스톤 스커트 길이  
 $\mu$  : 오일 점성계수  
 $R$  : 피스톤의 반지름  
 $U$  : 피스톤의 축방향 속도  
 $F_G$  : 연소가스압력에 의한 힘  
 $\bar{F}$  : 커넥팅 로드에 의해 전달되는 힘  
 $F$  : 동수압에 의해 발생하는 힘  
 $M$  : 동수압에 의해 발생하는 모멘트  
 $F_{IC}$  : 피스톤 관성력의 X방향 분력  
 $F_{IP}$  : Wrist Pin 관성력의 X방향 분력  
 $\bar{F}_{IC}$  : 피스톤 관성력의 Y방향 분력  
 $\bar{F}_{IP}$  : Wrist Pin 관성력의 Y방향 분력  
 $M_{IC}$  :  $F_{IC}$ 에 의한 모멘트  
 $\phi$  : 커넥팅 로드 각도  
 $a$  : 피스톤 스커트 상단부터 핀까지의 거리

$b$  : 피스톤스커트상단부터 질량중심까지거리  
 $m_{pm}$  : 피스톤 핀의 질량  
 $m_{ps}$  : 피스톤 스커트의 질량  
 $I_{pis}$  : 피스톤의 회전관성  
 $r$  : 크랭크 암 길이  
 $\omega$  : 엔진 회전 속도  
 $\theta$  : 크랭크 각  
 $l$  : 커넥팅 로드 길이  
 $F_{asp}$  : 경계 마찰력  
 $F_v$  : 점성 마찰력  
 $\sigma$  :  $\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_c^2}$   
 $\sigma_r$  : 실린더 라이너의 거칠기  
 $\sigma_c$  : 피스톤 스커트 표면의 거칠기  
 $\eta$  : asperity density

### References

1. Dann, R.T. "Auto engines: Goodbye to Conventional Design", Jan. 12, Machine Design, 1985.
2. Dennis F. Li and Steve M. Rohde and Hazem A. Ezzat, "An Automotive Piston Lubrication Model", Volume 26, 2, 151-160, ASLE TRANSACTIONS, 1982
3. Rifat Keribar and Zafer Dursunkaya, "A Comprehensive Model of Piston Skirt Lubrication" SAE 920483, 1992
4. Ricardo Software Pisdyn ver 2.6 Manual, 1999
5. Hamrock, B.J., "Fundamentals of Fluid Film Lubrication", McGraw-Hill, 1995
6. G.D. Knoll and H.J. Peeken, "Hydrodynamic Lubrication of Piston Skirt", Volume. 104, ASME TRANSACTION, 1982