

## 액체의 유전상수 정밀측정용 크로스 커패시터 전극 개발

### Development of a Cross Capacitor Electrode for Measurements of Liquids

#### Dielectric Constants

\*김한준, 이래덕, 강전홍, Yu. P. Semenov, 한상옥  
(Kim han jun, Lee rae duk, Kang jeon hong, Yu. P. semenov, Han sang ok)

#### Abstract

Using the principle of the cross capacitor, a precise system for measuring the electric constants of liquids has been developed. The four electrodes of the cross capacitor were formed around fused-silica tube by plating a gold film. The effect of a non-uniform tube wall on the measured permittivity was investigated. As the individual characteristics of the tubes were determined to be constant, the pure dielectric constants extracted from any effect of the fused-silica material could be precisely derived with uncertainty of less than  $\pm 0.02 \sim 0.05\%$ .

**Key Words(중요용어)** : cross capacitor, electric constant, fused-silica, gold film, permittivity.

#### 1. 서론

액체의 유전상수를 정밀하게 측정하기 위해서는 다음과 같은 요구조건이 만족되어야 한다. 즉 (1) 소량의 액체로부터 측정결과를 얻을 수 있어야 하고, (2) 전극구조물을 쉽게 세척 및 재조립이 가능해야 하고, (3) 한번 조립된 측정전극에서 전기용량이 변화되지 않아야 하고, (4) 전극재질과 측정코자 하는 액체와의 화학반응이 없어야 하고, (5) 두 전극과 연결 도선이 적합하게 차폐되어야 하고, (6) 두 전극의 간격을 유지하기 위해 사용되는 절연체가 측정전극 사이에 놓여지지 않아야 하며, (7) 온도조절 및 유지가 가능해야 한다. 그러나 종래에는 스테인리스강,

알루미늄, 두랄루민 등의 금속으로 동축형 구조의 전극을 제작하고 봉규산 유리 또는 용융형 유리등을 절연체로 사용하였기 때문에 측정을 위하여 측정 전후마다 세척을 위해 전극구조를 매번 분해 조립해야 한다. 이 과정에서 각종 세척제를 사용하거나 완전한 세척과정을 거치기 위해서 110 °C에서 30분간 끓여주기도 한다<sup>[1]</sup>. 특히 재조립할 때마다 동축구조의 전극이 완전히 동일하게 재조립되지 않기 때문에 항상 동일한 전기용량을 얻는다는 것은 불가능하다. 또한 높은 안정도의 측정을 위해서는 가드 전극을 적용한 3-단자형 구조의 전극으로 되어야만 한다. 그러나 가드 전극을 동축구조로 제작하기의 어려움으로 대부분 5-단자형 전극구조로 제작하여 사용되고 있다<sup>[1]</sup>. 따라서 측정 불확도는 약  $\pm 0.2 \sim 0.5\%$ 정도에 머무르게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 측정코자 하는 액체의 용기로 석영유리 시험관을 사용하여 시험관의 외부벽면에 4개의 크로스 커

\* 한국표준과학연구원 전기그룹  
(대전시 유성구 유성유체국 사서함 102호  
Fax: 042-868-5018  
E-mail : hanjun@kriss.re.kr)

페시터 전극을 액체 금을 사용하여 형성함으로서 종래의 방법에서 발생되는 문제점과 사용상의 불편함을 완전히 제거하였다. 측정방법은 톰슨 람파드(Thompson-Lampard) 정전기 원리<sup>[2],[3]</sup>를 적용하였고 측정전극간의 절연 및 괴 측정 액체의 일정한 온도 유지를 위하여 전극시험관은 오일 항온장치내에 설치함으로서 불확도  $\pm 0.02\sim 0.05$  %로 측정할 수 있게 되었다.

## 2. 이론 및 측정장치

### 2.1 측정이론

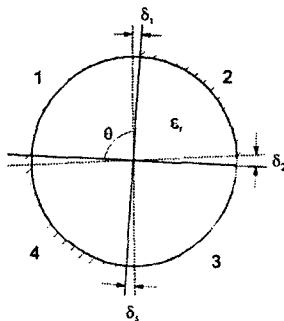


그림 1. 크로스 커패시턴스의 원리.

그림 1과 같이 공기 중에서 4개의 전극이 매우 좁은 간격에 의해 각각 절연되어 있을 때, 대향전극 사이의 전기용량  $C_{13}$  및  $C_{24}$ 는 Thompson-Lampard의 정리<sup>[2],[3]</sup>에 의해

$$C_{13} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \ln \frac{2}{1 + \cos \theta} \quad (1)$$

$$C_{24} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \ln \frac{2}{1 - \cos \theta} \quad (2)$$

이 된다<sup>[4]</sup>. 여기서  $\epsilon_0$ 은 진공의 유전율,  $\epsilon_r$ 은 유전체의 유전상수를 의미한다. 이때 측정에 사용되지 않는 반대쪽 전극은 접지된다. 이것은 원통직경에 관계없이, 원통단면의 크기에 무관하게 성립된다. 만약 전극 사이의 각도( $\theta$ )가  $90^\circ$ 에서 약간 벗어났을 경우, 즉  $\theta = \frac{\pi}{2} + \delta$ ,  $\delta \ll \frac{\pi}{2}$  일 때의 전기용량은

$$C_{13} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \ln \frac{2}{1 - \sin \delta} \quad (3)$$

$$C_{24} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \ln \frac{2}{1 + \sin \delta} \quad (4)$$

로 표현된다. 이들의 평균값은

$$\begin{aligned} \frac{C_{13} + C_{24}}{2} &= \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2\pi} \left[ \ln \frac{4}{1 - \sin^2 \delta} \right] \\ &\approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \left( \ln \frac{2}{1 - \frac{\delta^2}{2}} \right) \\ &\approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \left( \ln 2 + \frac{\delta^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

이 된다. 이것은 단위 길이 당 평균 전기용량은  $\delta$ 항에 대해 상수로 남게 됨을 보여주며 전극간의 각도  $\theta$ 의 작은 변화에 대해 전기용량에 큰 영향을 주지 않음을 보여준다.

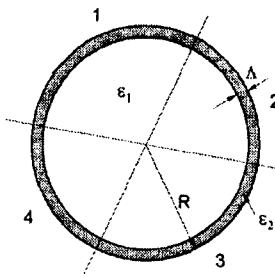


그림 2. 석영시험관 외벽에 형성된 크로스 커패시터 전극.

한편 그림 2와 같이 액체 유전체( $\epsilon_1$ )가 외벽에 전극이 형성된 용기( $\epsilon_2$ )내에 담겨진 경우를 생각하자. 용기 벽의 두께가  $\Delta \ll R$ 이라고 가정하면,  $C_{13}$ 과  $C_{24}$  및 평균값은

$$\begin{aligned} C_{13} &\approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{\pi} \ln 2 \left[ 1 + \frac{\Delta}{R} \left( \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2} \right) + \left( \frac{\Delta^2}{R} \right) \left( \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2} \right)^2 + \dots \right] \\ (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{24} &\approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{\pi} \ln 2 \left[ 1 - \frac{\Delta}{R} \left( \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2} \right) - \left( \frac{\Delta^2}{R} \right) \left( \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2} \right)^2 (1 - \ln 2) + \dots \right] \\ (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{C_{13} + C_{24}}{2} &\approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{\pi} \ln 2 \left[ 1 + \left( \frac{\Delta}{R} \right)^2 \left( \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2} \right)^2 \frac{\ln 2}{2} + \dots \right] \\ &= \frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{\pi} \ln 2 (1 + \gamma) \end{aligned} \quad (8)$$

로 정리된다. 이 식은 단위 길이당의 평균 전기용량

은 전극이 형성되어 있는 유리벽 두께에 대해 상수로 남게 됨을 보여준다. 시험관의 벽 두께에 의한 오차  $\gamma$ 를 제거하기 위하여 전기용량 측정값에 보정( $k$ )을 가할 수 있다. 즉 액체 유전체의 유전상수( $\epsilon_l$ )는

$$\epsilon_l = \frac{C_d}{C_{ao}} = \frac{C_{l(meas)}[1+k_2]}{C_{a(meas)}[1+k_1]} \quad (9)$$

로 정리된다. 여기서  $C_d$  및  $C_{ao}$ 는 각각 액체 및 공기의 전기용량으로서 시험관 재질의 영향을 제거한 참값을 의미하며,  $C_{l(meas)}$  및  $C_{a(meas)}$ 은 각각 시험관 재료의 영향을 포함한 전기용량 측정값을 의미하고  $k_1$  및  $k_2$ 는 보정값이다. 시험관의 외벽에 금 후막 형성 방법을 이용하여 4개의 cross capacitor 전극을 형성하면 시험관의 단면 크기와 유리벽 재질의 유전상수에 의해 결정되는 전극 시험관 각각의 특성은 항상 불변의 상수로 남게 된다. 즉 시험관의 외경( $B$ ) 및 내경( $d$ ), 전극의 길이( $L$ ), 시험관 재질의 유전상수( $\epsilon_w$ ), 시험관에서의 진공 전기용량( $C_v$ ) 등에 의해서 결정된다. 시험관 재질의 유전상수는 시험관 외벽에 형성된 low 전극(2개)과 시험관 내부에 채워진 수은 사이의 전기용량 측정값의 평균값( $C_w$ )으로부터 식(10)에 의해 결정된다.

$$\epsilon_w = \frac{4C_w \ln(D/d)}{2\epsilon_0 \pi L} \quad (10)$$

여기서  $\epsilon_0$ 는 진공중의 유전율,  $D$ 와  $d$ 는 각각 시험관의 외경과 내경,  $L$ 은 가드전극이 있는 전극의 축방향 길이를 의미한다. 시험관의 진공 전기용량은 공기중에서 시험관만의 전기용량을 측정한 후 공기의 유전상수에 대한 보정과 측정값에서의 시험관 재질의 영향을 고려하여 정해진다. 시험관의 공기중 전기용량은 두 쌍의 대향 전극간의 크로스 커패시턴스  $C_{a1}$  및  $C_{a2}$ 를 각각 측정하여  $C_{a(meas)} = (C_{a1} + C_{a2})/2$ 에 의해 계산된다. 실내 환경(온도 15~25 °C, 습도 30~90 %)에서 공기의 유전상수는 1.000 6(불확도, ±0.01 % 이하)이다. 따라서 공기중에서 시험관의 전기용량 측정은 정확도 ±0.01 % 이내에서 상수로서 사용 가능하다. 따라서 시험관의 진공 전기용량은

$$C_v = \frac{C_{ao}}{1.0006} = \frac{C_{a(meas)}}{1.0006(1+k_1)} \quad (11)$$

에 의해 계산된다. 여기서  $C_{a(meas)}$ 는 시험관에 공기가 채워졌을 때의 전기용량 측정값이고,  $k_1$ 은 보정항으로서 식(13)에 의해서 정해진다.

$$C_{ao} = \frac{C_{a(meas)}}{1 + 1.2(\frac{\pi}{\ln 2})^2(\frac{C_{a(meas)}}{C_w})(\frac{\epsilon_w - 1}{\frac{\epsilon_w}{2} + 1})(\frac{D-d}{D})} \\ = C_{a(meas)}[1 + k_1] \quad (12)$$

$$k_1 \approx -1.2(\frac{\pi}{\ln 2})^2(\frac{C_{a(meas)}}{C_w})(\frac{\epsilon_w - 1}{\frac{\epsilon_w}{2} + 1})(\frac{D-d}{D}) \quad (13)$$

한편 시험관에 액체가 채워졌을 때의 전기용량은 두 쌍의 대향 전극간의 크로스 커패시턴스  $C_a$  및  $C_b$ 를 각각 측정하여  $C_{l(meas)} = \frac{(C_a + C_b)}{2}$ 에 의해 계산되며 시험관 재질의 영향을 제거한 참값인  $C_d$ 는 식(14)에 의해 산출된다.

여기서  $\epsilon'_l = C_{l(meas)}/C_{a(meas)}$ 이다. 보정항  $k_2$ 는 식(15)에 의해 구할 수 있다.

$$C_d = \frac{C_{l(meas)}}{1 + 1.2(\frac{\pi}{\ln 2})^2(\frac{C_{l(meas)}}{C_w})(\frac{\epsilon_w - \epsilon'_l}{\frac{\epsilon_w}{2} + \epsilon'_l})(\frac{D-d}{D})} \\ = C_{l(meas)}[1 + k_2] \quad (14)$$

$$k_2 \approx -1.2(\frac{\pi}{\ln 2})^2(\frac{C_{l(meas)}}{C_w})(\frac{\epsilon_w - \epsilon'_l}{\frac{\epsilon_w}{2} + \epsilon'_l})(\frac{D-d}{D}) \quad (15)$$

따라서 측정하고자 하는 액체의 유전상수는 식(16)에 의해 결정된다.

$$\epsilon_l = C_d/C_v \quad (16)$$

## 2.2 측정장치

그림 3과 같이 두 쌍의 전극을 지닌 cross capacitor 전극을 형성시킨 전극시험관을 제작하였다. 전극시험관을 사용하여 쉽게 측정을 할 수 있도록 차폐용 금속원통과 전극 연결용 소형 스프링을 사용하여 측정장치를 제작하였으며 측정 브리지와의 연결을 위해 이 소형 스프링과 BPO 단자와를 연결하여 결선하였다. 이때 스프링과 금속원통이 절연되도록 하기 위하여 절연나사를 이용하여 절연판과 스프링을 고정하였다. 본 연구에서는 불확도 3 ppm 수준의 초정밀 전기용량 브리지 (AH 2500)에 의해 1 kHz에서 측정되었다.

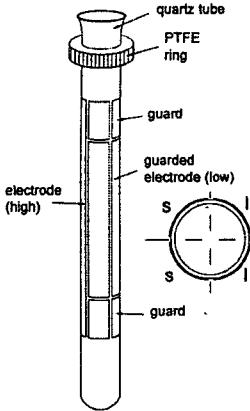


그림 3. 제작된 전극시험관.

### 2.3 측정결과

시험관 각각의 특성을 측정한 결과는 표 1과 같았다.

표 1. 시험관의 고유특성(25 °C).

tube no.	$\epsilon_w$	$C_{a0}$	$C_v$	$C_{a0}/C_{a(meas)}$	$\epsilon_{crm}$
1	3.737	0.1472	0.1507	0.9767	3.0912
2	3.834	0.1468	0.1501	0.9781	3.0941
3	3.884	0.1453	0.1488	0.9766	3.0853
4	3.911	0.1470	0.1505	0.9767	3.0861
5	4.048	0.1473	0.1506	0.9779	3.0865
6	3.744	0.1450	0.1484	0.9771	3.0920
7	3.872	0.1465	0.1498	0.9777	3.0914

동일한 액체 시료에 대해 각 전극시험관에서 측정된 유전상수의 일치도를 확인하기 위하여, 올리브오일에 피마자 오일 5 %를 섞어 시험용 오일을 만든 후 제작된 전극시험관을 사용하여 온도 25~100 °C에서 유전상수를 측정한 결과 그림 4와 같았다. 이 시험용 오일의 유전상수는 온도에 따라 직선적인 특성을 지니고 있었다.

즉  $\epsilon_{crm} = -0.004t + 3.19$ 를 만족시키는 직선이고 직선도는 0.999 97이다. 여기서  $t$ 는 오일의 온도를 의미한다. 따라서 이 시험용 오일은 액체 유전상수의 표준기준물(CRM)로도 사용될 수 있다. 각 시험관 사이의 측정값의 일치도를 확인하기 위하여 실온(25 °C)에서의 측정값을 분석한 결과 표준편차가 0.003이었고 이것은 평균값에 대해 0.05 %가 된다. 즉 시험관의 제작 균일성 및 금 후막 크기의 동일성 등 오차요인이 있지만 현재 어떠한 시험관을 사용하더라도 0.05 % 이내에서 동일한 결과가 측정됨을 의미한다. 특히 동일한 시험관만을 사용하여 측정할 경우 본 측정방법에 의한 액체의 유전상수 측정 불확도는 0.01 % 이하가 될 것이다.

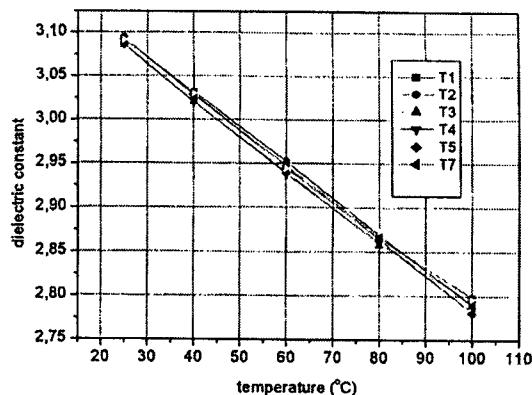


그림 4. 각 시험관에 의해서 측정된 CRM 액체의 온도별 유전상수 특성과 그 일치도.

### 3. 결 론

본 연구에서 제작된 크로스 커패시터 원리를 이용한 액체 유전체 유전상수 측정장치는 첫째, 시험관을 채울 수 있는 소량의 액체만으로 유전상수를 간단히 측정할 수 있고, 둘째, 전극의 재질과 피 측정 액체와의 화학적 반응에 대한 문제점을 완전히 해결한 효과가 있으며, 셋째, 시험관 각각에 대한 특성을 한번만 사전 교정 해주면 항상 상수로서 취급되기 때문에 종래에 전극부위를 반복적으로 세척 및 재조립함으로서 발생되는 오차를 최소화하여 측정불확도가 ±0.02~0.05 %의 수준으로 측정 가능하게 되었다.

### [참 고 문 헌]

- [1] IEC, IEC publication, 250, 1969.
- [2] A. M. Thompson, D. G. Lampard, Nature, 177, p. 888, 1956.
- [3] D. G. Lampard, Proc. IEE, Mono. 216M, p. 271, 1957.
- [4] C. Snow, NBS Circular, p. 544, 1954.
- [5] 이래덕, 김한준 외, KRISS-95-027-IR, 1995.
- [6] 이래덕, 김한준 외, 발명특허 출원번호 10-1999-0024509, 1999.