

# BLDC 모터의 위치 제어를 위한 직접적응 퍼지가변구조제어기의 설계

## Direct Adaptive Fuzzy Variable Structure Control for the Position Control of Brushless DC Motor

배준성, 최병재, 이대식  
대구대학교 공과대학 정보통신공학부 TEL. 053)850-6618

### ABSTRACT

본 논문에서는 브러쉬없는 직류전동기의 위치제어를 위한 직접적응 퍼지가변구조제어기를 설계한다. 가변구조제어는 시스템의 파라미터 변화나 외란에 둔감한 특성을 갖는 반면 떨림현상의 문제점을 가지고 있다. 떨림현상의 진폭은 시스템의 불확실정보를 최악의 상태로 가정한 후 결정되므로, 기존의 가변구조제어에서는 그 크기가 너무 크다. 또한 이런 불확실한 요소들의 최대값을 찾아내기도 어렵다. 본 논문에서는 불확실한 요소의 최대값을 최적으로 추정하기 위하여 퍼지 추론 기법을 사용한다. 아울러 소속함수의 원소들을 직접적응 기법에 의하여 자동 조정할 수 있는 기법을 추가한다. 이를 통하여 우수한 제어 성능을 얻을 수 있음을 확인한다.

가변구조제어 시스템은 시스템의 상태에 따

### I. 서론

보통의 직류 전동기는 인가전압에 비례하는 각속도를 출력하는 장치로서 속도-토크 곡선이 선형적이고 제어가 용이하여 널리 쓰여 왔다. 그러나 회전자에 코일이 위치함으로써 생기는 여러 가지 단점을 가지고 있어 근래에는 BLDC 모터로 대체되는 경우가 많아지고 있다.

브러쉬없는 직류 전동기는 회전자에 고정자를 두고 있으므로 직류 전동기가 갖고 있는 단점을 보완하고 있다. 특히 출력비가 크고 회전자의 관성이 작으며 노이즈가 작은 장점에 산업용 로봇, 공작기계 등에 많이 이용되고 있다. 그러나 비선형적인 특성을 가지고 있어서 제어기 구현 비용이 많이 드는 문제점이 있다. 기존에는 구현이 간편하고 비용이 적게 드는 비례적분제어기를 많이 이용하였다. 하지만 이들의 설정이 비효율적이어서 높은 성능을 요구하는 서보 응용에는 충분하지 않았다. 이를 해결하는 방법의 하나로 가변구조제어방식을 사용한다.

라 변화하는 구조를 갖는 비선형 피드백 제어 시스템으로 그 특징은 스위칭면을 동반한 슬라이딩 모드라 할 수 있다.[1] 이러한 면은 두 구조사이를 스위칭하는 다변수 시스템의 상태 공간상에서 불연속면들을 경계로 하고 있으며, 슬라이딩 모드 동안에는 설계 대상에 따라 파라미터의 변화와 외란에 둔감하다. 그러나 떨림현상의 진폭이 시스템의 불확실한 정보를 최악의 상태로 가정한 후 결정되므로 그 크기가 매우 크다. 또한 이러한 값을 찾아내기가 쉽지 않다. 따라서 본 논문에서는 이러한 불확실한 값들을 최적으로 찾아내기 위하여 직접적응기법에 의해 우수한 성능을 얻을수 있음을 시뮬레이션을 통해 확인한다.

### II. 본론

#### 2.1 가변구조제어기 설계

다음의 canonical 형태로 표현된 SISO(Single Input Single Output) 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}, \quad i=1,2,\dots,n-1 \\ \dot{x}_n &= \sum_{i=1}^n a_i x_i + bu + f(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x \in R^n$ 은 상태변수이고,  $u \in R^m$ 은 제어 입력이며,  $f(t) \in R^1$ 은 외란 그리고  $a_i$ 와  $b$ 는 플랜트의 파라미터이다.

추종오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= x(t) - x_d(t) \\ &= [\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \dots, \tilde{x}^{(n-1)}]^T \end{aligned} \quad (2)$$

식(1)을 간단히 행렬 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + F(t) \quad (3)$$

슬라이딩면은 식(4)와 같이 지수함수를 가지도록 설계한다.

$$\sigma = \sum_{i=1}^n c_i x_i - \sigma(0)e^{-\lambda t} \quad (4)$$

식(4)에 대한 제어 입력  $u$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &= -\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i + K_f\right) \text{sgn}(\sigma(t)) \\ &\quad + \frac{\lambda}{b} \sigma(0) e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (5)$$

슬라이딩 존재 조건을 만족시키기 위하여

$$\begin{aligned} \sigma\dot{\sigma} &= \sigma \left[ \sum_{i=1}^n c_i \dot{x}_i + \lambda \sigma(0) e^{-\lambda t} \right] \\ &= \sigma \left[ \dot{x}_n + \sum_{i=2}^n c_{i-1} x_i + \lambda \sigma(0) e^{-\lambda t} \right] \\ &= \sigma \left[ \sum_{i=2}^n (-a_i - b a \text{sgn}(\sigma(t)) + c_i) x_i \right. \\ &\quad \left. - f - b K_f \text{sgn}(\sigma(t)) + 2\lambda \sigma(0) e^{-\lambda t} \right] < 0 \end{aligned} \quad (6)$$

이 되어야 하고, 여기서  $\alpha$ 와  $K_f$  값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha &< -\max \left\{ \frac{a_i - c_i}{b} \right\} \\ K_f &< -\max \left\{ \frac{f - 2\lambda \sigma(0) e^{-\lambda t}}{b} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

부등식(5)를 만족하면 Lyapunov 안정성에 의하여 전체 시스템은 안정하다.

## 2.2 단일입력 퍼지가변구조제어기

일반적으로 가변구조제어에서는 외란이나 파라미터 변화의 최대값이 존재하게 되는데 이러한 최대값을 찾아내는데 어려움이 있다.

본 논문에서는 외란의 최대값을 추정하기 위하여 퍼지추론기법에 의한 퍼지가변구조제어기를 설계한다.

$\sigma > 0$ 를 POSITIVE,  $\sigma = 0$ 를 ZERO  $\sigma < 0$ 를

NEGATIVE로 나누면 다음과 같은 퍼지 추론 규칙을 세울 수 있다.

R1 : If  $\sigma$  is  $L\sigma_N$  then  $K_f$  is  $LK_P$

R2 : If  $\sigma$  is  $L\sigma_Z$  then  $K_f$  is  $LK_Z$

R3 : If  $\sigma$  is  $L\sigma_P$  then  $K_f$  is  $LK_N$

위의 퍼지 추론 규칙을 퍼지 규칙 테이블로 작성하면 [표 1]과 같다.

[표 1] 단일입력 퍼지 규칙 테이블

$\sigma$	N	Z	P
$K_f$	P	Z	N

## 2.3 직접적용 퍼지가변구조제어기

직접적용 퍼지 제어기는 외란이 심한 환경이나 시스템의 파라미터 변화를 추정하여 시스템의 성능을 개선시킬 수 있다.

일반적인 퍼지 규칙에서 싱클톤 퍼지화기와 곱셈 추론 방법, 그리고 높이 비퍼지화기를 가지는 퍼지 시스템을 식(8)과 같이 형태로 쓸 수 있다.

$$u(\sigma) = \frac{\sum_{k=1}^N u^{-k}(\mu_{L\sigma^k}(\sigma))}{\sum_{k=1}^N (\mu_{L\sigma^k}(\sigma))} \quad (8)$$

여기서,  $u^{-k}$ 는  $\mu_{Lk}$ 가 최대치( $\mu_{Lk}(u^{-1})=1$ )를 가지는 R에서의 어떤 점이고, N은 일차원 규칙표에 존재하는 규칙의 수이다.

식(8)에서 다음의 퍼지 베이스스 함수를 요약할 수 있다.

$$\xi^k(\sigma) = \frac{\mu_{L\sigma^k}(\sigma)}{\sum_{k=1}^N (\mu_{L\sigma^k}(\sigma))} \quad (9)$$

그러므로 일차원의 퍼지 규칙 R에서 아래와 같은 논리 수학적식으로 표현할 수 있다.

$$u(\sigma) = \Theta_u^T \Xi_u(\sigma) \quad (10)$$

$\Theta_u = [u^{-1}, u^{-2}, \dots, u^{-N}]^T$  : 적응 변수 벡터,

$\Xi_u(\sigma) = [\xi^1(\sigma), \xi^2(\sigma), \dots, \xi^N(\sigma)]^T$  : 회귀 벡터

제어 목적은 추종 오차를 보다 작게 하는 다음과 같은 궤환 제어 입력을 결정하는 것이다.

$$u = u_f(\sigma | \Theta_u) + u_a \quad (11)$$

여기서  $u_f$ 는 직접적용 퍼지제어기, 그리고  $u_a$ 는 궤환의 안정성을 위한 보조 제어 입력이다.

먼저 식(4)에서 설계한 슬라이딩 면  $\sigma = 0$ 를 고려하자.

$$\begin{aligned} \sigma &= 0 \\ &= \tilde{x}^{(n-1)} + c_{n-1}\tilde{x}(n-2) \\ &\quad + \dots + c_2\tilde{x} + c_1\tilde{x} - \sigma(0)e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (12)$$

제어 시스템인 식(1)에서  $\sum_{i=1}^n a_i x_i$ ,  $b$ ,  $f(t)$ 를 안다면, 제어 규칙  $u^*$ 는 다음과 같이 결정된다. 여기서  $\sigma = 0$ ,  $\sigma \neq 0$  두 경우를 독립적으로 고려해야 한다.

$\sigma = 0$ 의 경우

$$\begin{aligned} u^* &= b^{-1} \left( - \sum_{i=1}^n a_i x_i - f(t) + x_d^{(n)} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=10}^{n-1} c_i \tilde{x}^{(i)} + \sigma(0)e^{-\lambda t} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$\sigma \neq 0$ 인 경우는 다음의 슬라이딩 조건으로부터 구할 수 있다.

$$\sigma \dot{\sigma} \leq -\eta |\sigma|, \quad (14)$$

$\eta$ : 임의의 양의 상수

식(13)으로부터

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \dot{\tilde{x}}e^{(n)} + C_{n-1}\dot{\tilde{x}}^{(n-1)} + \dots + C_1\dot{\tilde{x}} + \lambda\sigma(0)e^{-\lambda t} \\ &= \sum_{i=1}^n a_i x_i + bu + f(t) - x_d^{(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} C_i \tilde{x}^{(i)} + \lambda\sigma(0)e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (15)$$

식(15)의 양변에  $\sigma$ 를 곱하면 식(16)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sigma \dot{\sigma} &= \sigma \left( \sum_{i=1}^n a_i x_i + bu + f(t) - x_d^{(n)} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^{n-1} C_i \tilde{x}^{(i)} + \lambda\sigma(0)e^{-\lambda t} \right) \\ &\leq -\eta |\sigma| \end{aligned} \quad (16)$$

그리고, 식(16)으로부터 아래와 같은 제어 규칙을 구할 수 있다.

$$u^* \begin{cases} \leq b^{-1} \left( - \sum_{i=1}^n a_i x_i - f(t) + x_d^{(n)} \right. \\ \quad \left. - \sum_{i=10}^{n-1} C_i \tilde{x}^{(i)} + \sigma(0)e^{-\lambda t} - \eta \right) & \text{for } \sigma > 0 \\ \geq b^{-1} \left( - \sum_{i=1}^n a_i x_i - f(t) + x_d^{(n)} \right. \\ \quad \left. - \sum_{i=10}^{n-1} C_i \tilde{x}^{(i)} + \sigma(0)e^{-\lambda t} + \eta \right) & \text{for } \sigma < 0 \end{cases} \quad (17)$$

식(13)과 (17)로부터 식(18)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} u^* &= b^{-1} \left( - \sum_{i=1}^n a_i x_i - f(t) + x_d^{(n)} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=10}^{n-1} C_i \tilde{x}^{(i)} + \sigma(0)e^{-\lambda t} - \rho \operatorname{sgn}(\sigma) \eta_m \right) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,

$$\rho = \begin{cases} 1 & \text{for } \sigma \neq 0 \\ 0 & \text{for } \sigma = 0 \end{cases} \quad \eta_m \geq \eta$$

제어 시스템인 식(1)에서 정확한 정보를 알지 못하고  $b$ 의 부호만을 알고 있다고 하자.

식(15)의 우변에  $bu^*$ 를 더하고 빼면 다음의 식 (19)를 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \sum_{i=1}^n a_i x_i + b(u_f + u_a) + f(t) - x_d^{(n)} \\ &\quad + \sum_{i=10}^{n-1} C_i \tilde{x}^{(i)} + \lambda\sigma(0)e^{-\lambda t} + bu^* - bu^* \\ &= b(u_f - u^*) + bu_a + (1 + \lambda)\sigma(0)e^{\lambda t} - \rho \operatorname{sgn}(S_1) \eta_m \end{aligned} \quad (19)$$

최적 변수 벡터  $\Theta_u^*$ 와 최소 근사 오차  $\varepsilon_u$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Theta_u^* = \arg \min_{\theta_u} [\sup x | u_f(\sigma | \Theta_u) - u^* |] \quad (20)$$

$$\varepsilon_u = u_f^* - u^* \quad (21)$$

여기서,

$$u_f^* = u_f(\sigma | \Theta_u^*)$$

$\varepsilon_u$ : 제어 규칙이 충분히 존재하는 한 매우 작은 값

$$|\varepsilon_u| = |u_f^* - u^*| \leq \varepsilon \quad (22)$$

여기서,  $\varepsilon > 0$ 는 매우 작은 값이다.

식(19)를 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= b(u_f - u^*) + b\varepsilon_u + bu_a + (1 + \lambda)\sigma(0)e^{\lambda t} \\ &\quad - \rho \operatorname{sgn}(\sigma) \eta_m \\ &= b\Phi_u^T \varepsilon_u + b\varepsilon_u + bu_a + (1 + \lambda)\sigma(0)e^{\lambda t} \\ &\quad - \rho \operatorname{sgn}(\sigma) \eta_m \end{aligned} \quad (23)$$

과 같이 쓸 수 있다.

여기서,  $\Phi_u = \Theta_u - \Theta_u^*$ 이고  $\varepsilon_K$ 는 퍼지 베이스 함수이다.

식(18)과 식(10)에서 보조 제어 입력  $u_a$ 를 식(24)과 같이 선택한다면, 시스템은 리아푸노브의 관점에서 안정하고, 파라미터 적응 법칙은 식(25)와 같다.

$$u_a \leq -\operatorname{sgn}(b\sigma) |\varepsilon_u| \quad (24)$$

$$\dot{\Theta}_u = -\operatorname{sgn}(b) \gamma \sigma \varepsilon_u \quad (25)$$

식(26)과 같이 리아푸노브 후보 함수를 두자.

$$V = \frac{1}{2} S^2 + \frac{|b|}{2\gamma} \Phi_u^T \Phi_u \quad (26)$$

그러면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma(b\varepsilon_u + bu_a + (1 + \lambda)\sigma(0)e^{-\lambda t} - \rho \operatorname{sgn}(\sigma) \eta_m) \\ &\quad + \frac{|b|}{\gamma} \Phi_u^T (\dot{\Phi}_u + \operatorname{sgn}(b) \gamma \sigma \varepsilon_u) \end{aligned} \quad (27)$$

식(27)과  $\dot{\theta}_u = \theta_u$ 로부터 적응 제어 규칙(25)을 구할 수 있다. 또한 주어진 조건(24)를 만족하도록 보조 제어 입력  $u_a$ 를 선택하면 식(24)는 다음의 식으로 요약된다.

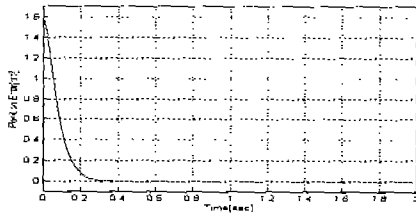
$$\dot{V} \leq -\rho \eta_m \quad (28)$$

즉, 제안한 직접적응 퍼지가변구조제어기는 리아푸노프의 관점에서 안정하다.

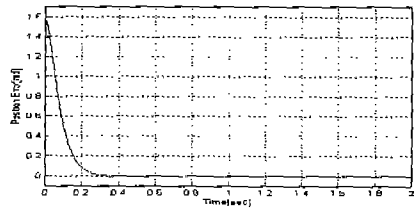
## 2.4 시뮬레이션

앞에서 설계한 단일입력 퍼지가변구조제어기와 직접적응 퍼지가변구조제어기를 브러쉬 없는 직류전동기에 대하여 시뮬레이션을 하였다.

[그림 1]은 각각의 위치 응답 특성을 나타내고 있다. 두가지 제어기 모두 같은 위치 응답 특성을 나타냄을 볼 수 있다. [그림 2]는 각각의 제어 입력이다. 단일입력 퍼지가변구조제어의 제어 입력인 [그림 2]의 (a)와 직접적응 퍼지가변구조제어의 제어 입력인 [그림 2]의 (b)를 보면 직접적응 퍼지가변구조제어의 제어 입력에서 채터링의 현저히 감소함을 볼 수 있다.

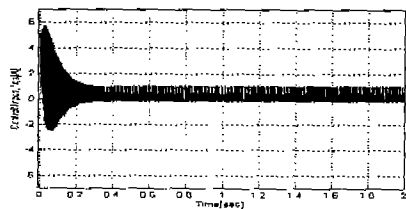


(a) 단일입력 퍼지가변구조제어

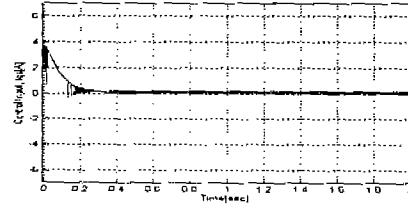


(b) 직접적응 퍼지가변구조제어

[그림 1] 위치 응답 특성



(a) 단일입력 퍼지가변구조제어



(b) 직접적응 퍼지가변구조제어

[그림 2] 제어 입력

## III. 결론

본 논문에서는 가변구조제어에 불확실한 값인 외란을 최적으로 추종하기 위해 퍼지 이론과 직접적응 기법을 적용하여 직접적응 퍼지가변구조제어기를 설계하였다. 일반적으로 가변구조제어는 파라미터의 변화와 외란으로 인해 불확실한 요소의 최대값이 존재한다. 그러나 제어의 실제 응용에서 불확실한 요소의 최대값을 찾아내기가 쉽지 않다. 본 논문에서는 최대값을 추정하기 위하여 퍼지 추론 기법을 사용하였고 제어 입력의 채터링 현상을 최소화하기 위하여 직접적응 가변구조제어기를 제안하였으며, BLDC서보 모터의 위치제어 시뮬레이션을 통하여 우수한 성능을 보임을 확인하였다.

## IV. 참고 문헌

- [1] J. J. E. Slotine, and Weiping Li, "Applied Nonlinear Control," Prentice Hall, 1991.
- [2] Paul. C. Krase, "Analysis of Electric Machinery," MacGraw-Hill, 1986.
- [3] Byung-Jae Choi, Seong-Woo Kwak, and Byung-Kook Kim, "Design and Stability Analysis of Single-Input Fuzzy Logic Controller," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Vol. 30, pp. 303-309, 2000.
- [4] Li-Xin Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems," IEEE Trans. Fuzzy Sys., Vol. 1, pp. 146-155, 1993.
- [5] Byungkook Yoo and Woonchul Ham, "Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control of Nonlinear System," IEEE Trans. Fuzzy Sys., Vol. 6, No. 2, pp. 315-321, 1998.
- [6] F.-J. Lin, S.-L. Chiu, " Adaptive fuzzy sliding-mode control for PM synchronous servo motor drives," IEEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 145, No. 1, 1998.