

# 웨이브릿 신경회로망을 활용한 슬라이딩 매니폴드 조정기법

## Sliding Manifold Tuning Method Using Wavelet Neural Network

홍석우, 전홍태

[Seok-Woo Hong, Hong-Tae Jeon]

중앙대학교 전자공학과 ☎ 02-820-5297

[Dept. of Electronic Eng. Chung-Ang-University]

### Abstract

Sliding mode control method is popularly used for robustness to disturbance and variance of system's internal parameter. However, one of the serious problem of this method is Chattering which occurs in neighborhood of sliding manifold. Another problem is that we cannot expect robustness before system starts sliding mode.

A new tuning method of sliding manifold which changes the parameter of sliding manifold dynamically using Wavelet Neural Network is proposed in this paper.

We can expect the better performance in sliding mode control by the wavelet neural network's excellent property of approximating arbitrary function for multi-resolution analysis and decrease chattering drastically.

### I. 서론

슬라이딩 모드 제어기법의 가장 큰 특징은 일단 시스템의 상태가 슬라이딩 모드로 들어가게 되면, 시스템의 내부적인 파라미터의 변화와 외란에 대하여 강건하다는 점에 있다. 따라서, 실제 시스템에 대한 정확한 수학적인 모델이 없이도 효과적인 제어가 가능하다는 장점을 지니며, 이러한 특성이 요구되는 다양한 분야에 비교적 널리 사용되고 있다.

그러나, 슬라이딩 모드 제어기법의 가장 큰 문제점은 슬라이딩 모드에서 발생하는 고주파 떨림 현상, 즉 채터링이라 할 수 있다. 이는 제어 입력이 시간에 따라 불연속적인 값을 취하기 때문에 발생하는 문제로서, 이 불연속적인 값을 연속적인 값으로 변화시키면 채터링은 감소시킬 수 있으나, 정상 상태 오차가 발생한다는 문제점을 가지고 있다.

또한, 파라미터의 변화와 외란에 대하여 강건한 특성 역시, 시스템이 초기 상태에서부터 슬라이딩 모드에 도달하기 전까지는 기대할 수가 없으므로, 이 시간을 최소한으로 줄이는 것이 시스템 성능을 결정하는 중요한 요인이 될 수 있다.

이러한 점을 개선시키기 위하여, 일정한 규칙에 따라 연속 스위칭의 파라미터와 제어입력의 이득을 변화시키거나, 슬라이딩 평면의 파라미터를 변화시키는 방법이 제안된 바 있으나, 이에 대한 연구는 아직 미흡한 실정이다[4][5].

본 논문에서는 웨이브릿 신경회로망을 사용하여 슬라이딩 매니폴드의 관련 파라미터를 시스템의 상태에 따라서 능동적으로 변화시켜서, 전술한 문제점을 해결할 수 있는 방안을 제시하고자 한다.

웨이브릿의 다중분해 해석법을 신경회로망 구조로 표현한 웨이브릿 신경회로망은 우수한 수렴속도와 임의의 함수에 대한 근사화 능력을 가지고 있으므로[8], 슬라이딩 매니폴드의 파라미터의 조정에 유리한 특성을 얻을 수 있다.

### II. 본론

#### 1. 슬라이딩 모드 제어기법

제어대상이 되는 시스템의 입출력 관계가 다음과 같은 비선형 방정식으로 주어진다 가정하자.

$$\dot{y}_{i,1} = y_{i,2}, \quad \dot{y}_{i,2} = a_i(\mathbf{y}) + b_i(\mathbf{y})u_i \quad [1]$$

제어 목적은 이 시스템이 제어에 적절한 참조모델을 추종하도록 하는 것으로, 참조모델의 입출력 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{y}_{i,1}^m = y_{i,2}^m, \quad \dot{y}_{i,2}^m = a_i(\mathbf{y}^m) + b_i(\mathbf{y}^m)u_i \quad [2]$$

여기서, 추종오차를  $e_{i,j} = y_{i,j}^m - y_{i,j}$  라고 정의하면, 이 시스템의 목적은 오차 시스템의 궤적을 0으로 수렴시키는 것이다. 오차시스템의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_{i,1} &= e_{i,2} \\ \dot{e}_{i,2} &= \tilde{a}_i(\mathbf{y}, \mathbf{y}^m) + b_i^m(\mathbf{y}^m)u_i^m - b_i(\mathbf{y})u_i \end{aligned} \quad [3]$$

※  $\tilde{a}_i(\mathbf{y}, \mathbf{y}^m)$ 는  $a^m(\mathbf{y}^m) - a_i(\mathbf{y})$  를 의미한다.

이 때, 그림 1과 같이 2차원 평면에 존재하는 직선 형태로 슬라이딩 매니폴드를 정의한다.

그림 1.에 의하면 가로축이  $e_{i,2}$  를 의미할 때, 다음 식을 만족시키는 궤적을 의미한다.

$$s_i = k_i e_{i,2} + d_i(e_i) = 0 \quad [4]$$

이는 결국  $d_i(e_i) = -k_i e_{i,2}$  으로서,  $e_{i,2}$ 에 대하여 음의 기울기를 갖는 직선이다.

$e_i = [e_{i,1}, e_{i,2}]^T$ 으로, 오차와 그 미분치를 의미하고,  $k_i$ 는 기울기 관련상수이다.

시스템의 오차의 궤적이 임의의 초기 상태에서부터 적절한 제어 입력에 의하여 슬라이딩 매니폴드에 도달하여 이를 따라 원점으로 수렴해 가는 형태를 슬라이딩 모드라고 한다. 슬라이딩 모드에 돌입하면, 시스템 오차는 식 [4]의 슬라이딩 매니폴드 관계식을 만족시킨다.

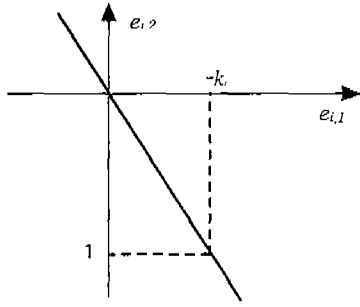


그림 1. 오차의 궤적 평면과 슬라이딩 매니폴드

이 때, 오차의 궤적이 원점으로 수렴하는 점진적인 안정성을 보장하기 위하여  $d_i(e_i)$ 와  $k_i$ 를 적절한 값으로 선택해 주어야 한다.

즉,  $e_i$  : x축,  $e_{i,2}$  : y축 인 Plot에서 슬라이딩 매니폴드의 기울기  $-\frac{1}{k_i}$ 를 잘 조정하여야 한다.

시스템의 오차 궤적을 슬라이딩 매니폴드로 유도하기 위한 조건은 일반적으로 다음과 같이 주어진다.

$$s_i \dot{s}_i < 0 \quad [5]$$

이 의미에 따르면, 스위칭 변수  $s_i$ 의 미분치에 대한 조건이 다음과 같이 주어질 경우

$$\dot{s}_i = -p_i \text{sgn}(s_i), \quad p_i > 0 \quad [6]$$

식 [5]의 도달 조건을 만족시키며, 오차 궤적은 슬라이딩 모드가 보장된다.  $p_i$ 는 제어입력의 이득을 의미한다.

이를 바탕으로 슬라이딩 모드를 발생시키기 위한 제어입력을 구할 수 있다.

슬라이딩 모드를 발생시키기 위한 적절한 제어입력  $u_i$  이에 따라 다음과 같다.

$$u_i = \frac{1}{k_i b_i(y)} [p_i \text{sgn}(s_i) + k_i \tilde{a}_i(y, y^m) + b_i^m(y^m) u_i^m] + \dot{d}_i(e_i) \quad [7]$$

식 [1]과 같은 시스템에서 식 [7]의 입력을 사용하면, 식 [2]의 참조모델을 추종하는 제어가 가능하다.

슬라이딩 모드 제어기법의 주된 장점은 플랜트에 대한 파라미터 변화나 외란에 대한 강건성이라 할 수 있다. 식 [3]의 오차 방정식에 파라미터의 변화나 외란을 의미하는 미지의 항을 추가하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_{i,1} &= e_{i,2} \\ \dot{e}_{i,2} &= \tilde{a}_i(y, y^m) + b_i^m(y^m) u_i^m - b_i(y) u_i + h_i \end{aligned} \quad [8]$$

$h_i$ 는 모든 내부 파라미터의 변화와 외란을 표현하는 값이다. 이 때 식 [7]의 제어 입력값을 사용할 때, 식 [5]의 조건을 만족시키기 위해서는 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$k_i h_i < p_i \frac{|s_i|}{s_i} \quad [9]$$

따라서 제어 이득  $p_i$ 를 적절하게 결정하면 외란의 효과를 억압할 수 있음을 알 수 있다.

모든 가능한 크기의 외란을 억압하기 위하여, 여기서,  $p_i$ 를 매우 큰 값으로 잡을 수도 있으나, 이러한 방식은 대량의 채터링을 유발시킨다.

## 2. 슬라이딩 매니폴드의 특성

슬라이딩 매니폴드의 관계식이  $e_{i,1}$ ,  $e_{i,2}$ 의 평면에 존재하는 직선 형태로 주어진다 하자.

$$s_i = e_{i,2} + c_i e_{i,1} = 0 \quad [10]$$

시스템의 오차의 궤적이 슬라이딩 매니폴드에 존재하는 시간을 슬라이딩 시간이라 하고, 오차의 궤적이 초기상태로부터 슬라이딩 매니폴드까지 도달하는 시간을 도달 시간이라고 정의한다.

오차의 궤적 평면에서, 임의의 초기상태  $[e_{i,1}^0, e_{i,2}^0]$ 가 있을 때, 지정된 제어기 이득  $p_i$ 와 슬라이딩 매니폴드의 파라미터  $c_i$ 에 대하여 도달 시간은 다음과 같이 나타난다[4].

$$t_r = \left| \frac{c_i e_{i,1}^0 + e_{i,2}^0}{p_i \text{sgn}(s_i)} \right| \quad [11]$$

이는 제어이득  $p_i$ 에 반비례하며,  $p_i$ 가 고정된 경우 파라미터  $c_i$ 가 감소하면  $t_r$ 이 감소한다.

$[e_{i,1}^s, e_{i,2}^s]$ 를 오차의 궤적이 시간  $t = t_r$ 에서 슬라이딩 매니폴드에 도달하였을 때, 오차의 초기 상태라고 할 때, 시스템의 오차 궤적이 원점으로부터  $\varepsilon$ 만큼의 거리 내에 진입하는 슬라이딩 시간  $t_s$ 는 다음과 같다[4].

$$t_s = \frac{1}{c_i} \ln\left(\frac{\rho_s}{\varepsilon}\right) \quad [12]$$

시스템의 오차의 절대값이  $\varepsilon$ 의 범위에 들어오게 되는 총 시간은  $t_r + t_s$ 이다.

식 [11]와 [12]에 의하면 도달 시간을 줄이기 위하여 파라미터  $c_i$ 의 크기를 감소시키면, 반대로 슬라이딩 시간은 증가한다.

그 외에 또한가지 고려할 수 있는 점은 불연속적인 스위칭 함수를 연속함수로 대체하는 Boundary Layer의 도입을 들 수 있다.

슬라이딩 모드의 제어입력에 따르면 불연속적인  $\text{sgn}(s_i/\Phi)$  함수를 포함하고 있음을 알 수 있다.

이 함수를 연속함수로 대체하면 Boundary Layer에 의하여 불연속성은 없어진다. 적절한 폭 이상의 Boundary Layer를 사용하면 불연속 스위칭에서 발생하던 채터링 현상은 없앨 수 있으나, 이 폭에 비례한 정상상태 오차가 나타나기 때문에 정확성은 그만큼 줄어들게 된다. 반대로 크기를 너무 작은 값으로 줄이면 이는 불연속 스위칭과 유사한 현상이 나타나게 된다.

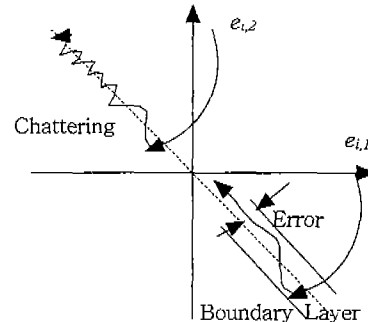


그림 2 스위칭 함수에 따른 오차 궤적의 특성

슬라이딩 모드 제어에 있어서는 제어 이득, 슬라이딩 매니폴드의 기울기 파라미터, Boundary Layer의 3가지가 전체 시스템의 제어 특성을 결정짓는 중요한 변수가 된다. 이들의 특징을 각각 정리하면 표 4.1)과 같이 요약된다.

	제어이득 증가	매니폴드의 기울기 증가	Boundary Layer 폭의 증가
도달 시간	감소 (반비례)	증가(비례+상수)	직접 관계없다.
슬라이딩 시간	직접 관계없다.	감소 (반비례)	직접 관계없다.
채터링	증가	직접 관계없다.	감소 (없어진다)
기타	하한값 있음	상, 하한값 설정	정상상태 오차발생

표 1. 슬라이딩 모드 제어 파라미터의 변화에 따른 시스템의 특성

결국, 슬라이딩 모드 제어시스템의 단점을 보완하고, 보다 우수한 특성을 얻어내기 위해서는 각종 제어 관련 파라미터를 반드시 적절한 값으로 적용시켜야 주어야 한다.

### 3. 슬라이딩 매니폴드 조정계획

먼저, 슬라이딩 매니폴드의 기울기 파라미터  $c_i$ 에 대한 조정계획을 세운다. 표 1에 따르면,  $c_i$ 가 증가하면 슬라이딩 시간은 감소하지만, 도달시간이 증가한다. 이 특성에 따라, 제적이 슬라이딩 매니폴드에 도달할 때까지는, 도달시간이 최소가 되도록 가장 작은 값으로 하고, 제적이 슬라이딩 매니폴드에 도달한 이후부터는  $c_i$ 의 크기를 점차 증가시켜서, 슬라이딩 시간의 감소를 꾀한다.

제어입력 이득  $p_i$ 의 조절계획은 제어 이득값이 높으면 도달 시간을 감소시키는 효과가 있으므로, 초기치를 최대값으로 하고, 슬라이딩 매니폴드에 도달한 뒤 점차 감소시켜, 채터링의 크기를 줄인다. 단, 제어이득의 최소값은 슬라이딩 모드의 특성이 유지되는 한도 내에서 가능하다 (식 [9])

Boundary Layer의 조절계획 시스템의 상태가 슬라이딩 매니폴드에 들어가기 전까지는 설정할 필요가 전혀 없다. 그러나, 시스템이 슬라이딩 모드로 들어가서, 채터링 현상이 발생하면 이때부터 가능한 한 작게 사용하여 채터링을 억제하며, 오차가 적절히 감소한 이후로는 이를 없애는 방법으로 정상상태 오차를 방지한다.

### 4. 웨이브릿 신경회로망에 의한 슬라이딩 모드 시스템

본 논문에서는 프레임함수로 신경회로망을 구성하였는데, 이는 직교성 유지에 필요한 제한조건을 감소시키고, 프레임이 가지는 Redundancy 특성에 의하여 에러나 외란에 대한 강건성을 얻기 위함이다[1].

웨이브릿 신경회로망으로 제어시스템 구성시, 먼저 목적함수와 그 구간에 대하여 근사화에 사용할 부공간을 선정하여 필요한 히든노드의 갯수를 정의하며, 프레임 조건에 부합되는 프레임 함수와 Dilation 및 Translation을 결정하여 주어진 시스템에 적합한 파라미터 및 구조를 결정한다[8].

웨이브릿 신경회로망에서는 입력차원이 크게 증가하면 필요한 히든노드의 갯수가 기하급수적으로 증가하는 문제점이 있으나, 본 논문에서 슬라이딩 매니폴드의 조정에 필요한 입력차원의 갯수는 명백히 한정되기 때문에 이러한 입력차원 증가 문제를 전혀 발생시키지 않으므로 웨이브릿 신경회로망을 적용하기에 매우 적합하다.

본 논문에서는 웨이브릿 신경회로망은 다음의 2가지 목적으로 활용된다.

#### 1. 시스템의 입력에 대한 출력의 비선형 관계 학습

이는 불확실한 파라미터를 가진 시스템에 대한 동정에 의하여 시스템의 입출력 관계를 학습한다. 신경망의 출력과, 실제 시스템의 출력과 비교한 오차값이 신경회로망의 학습에 직접 이용된다[7].

#### 2. 시스템의 상태에 대한 슬라이딩 매니폴드 파라미터의 관계 학습

여기서, 신경회로망은 시스템의 상태를 입력으로, 제어 입력에 필요한 파라미터의 값을 출력하는데 사용된다. 신경망의 입력으로는 출력과 관계된 시스템의 상태에 대한 값을 사용한다.

이는 사전에 설정된 조정계획에 의하여 Off-Line으로 각 입력 패턴에 대한 바람직한 출력값을 충분히 학습시킨 뒤에 시스템에 적용시켜, 슬라이딩 매니폴드 파라미터의 Prediction으로 활용한다.

신경회로망에 대하여 On-line 학습을 시키기 위해서는 플랜트에 대한 입출력 정보가 필요한데, 불확실한 시스템에서는 이를 정확히 구할 수 없으므로, 설명한 시스템의 입력에 대한 출력의 비선형 관계를 학습하는 신경회로망에 의하여 이 값을 동정하여야 한다.

전체 시스템 블록도는 그림 3과 같다.

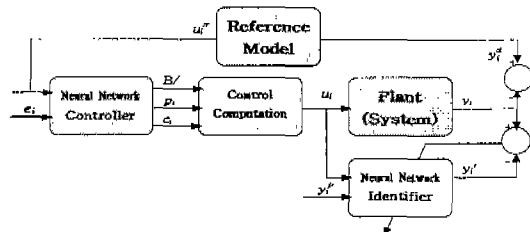


그림 3 전체 시스템 구성도

전체 시스템의 구성은 다음과 같이 이루어진다.

1. 플랜트의 Dynamics와 외란 및 불확실한 파라미터를 고려하여 슬라이딩 매니폴드를 구성한다.
2. 슬라이딩 매니폴드 파라미터 조정 계획을 세운다.
3. 웨이브릿 신경회로망 제어기를 사용하여 2. 에서 세운 계획에 대한 패턴별 감독 학습이 이루어진다.
4. 불확실한 특성을 갖는 플랜트는 웨이브릿 신경회로망에 의하여 동정이 이루어진다.

### 5. 모의실험 및 결과분석

모의실험에서는 다음과 같은 비선형 시스템에 대하여 슬라이딩 모드 제어기법을 적용하며, 슬라이딩 매니폴드의 파라미터를 고정시킨 기존의 슬라이딩 모드 제어기법에 의한 결과와 비교한다.

$$\dot{y}_{i,1} = y_{i,2} \quad \dot{y}_{i,2} = \frac{1 - e^{-y_{i,2}}}{1 + e^{-y_{i,1}}} + 2(1 + \Delta u_d) u_i \quad [13]$$

여기서,  $\Delta u_d$ 는 외란이나 파라미터의 불확실성을 의미하며, [-0.2, +0.2]의 범위를 가진다.

제어 시스템의 목적은 이 시스템이 다음의 참조 모델을 추종하도록 하는 것이다.

$$\dot{y}_{i,1}^m = y_{i,2}^m \quad \dot{y}_{i,2}^m = 0.25 y_{i,1}^m + 2u_i^m \quad [14]$$

$u_i^m$ 는  $\sin(2\pi t/20) + \cos(2\pi t/12)$ 으로 주어진다.

오차 관계식은 다음과 같다.

$$\dot{e}_{i,1} = e_{i,2} \quad \dot{e}_{i,2} = 0.25 y_{i,1}^m - \frac{1 - e^{-y_{i,2}}}{1 + e^{-y_{i,1}}} + 2u_i^m - 2u_i \quad [15]$$

슬라이딩 모드 제어 입력은 다음과 같다.

$$u = \frac{1}{2} k_s [p_s \text{sgn}(s_i) + k_i [\tilde{a}_i(y, y^m) + b_i^m(y^m) u_i^m] + e_{i,1}] \quad [16]$$

불연속적인 스위칭에 Boundary Layer를 정의하면 위 식은 다음과 같이 변화된다.

$$u = \frac{1}{2} k_s [p_s \text{sat}(s_i/\Phi) + k_i [\tilde{a}_i(y, y^m) + b_i^m(y^m) u_i^m] + e_{i,1}] \quad [17]$$

이 때 각 파라미터는 다음과 같다.

$$\tilde{a}_i(\mathbf{y}, \mathbf{y}^m) = 0.25y_{i,1}^m - \frac{1 - e^{-y_{i,2}}}{1 + e^{-y_{i,1}}} \quad [18]$$

$$b_i^m(\mathbf{y}^m)u_i^m - b_i(\mathbf{y})u_i = 2u_i^m - 2u_i$$

슬라이딩 매니폴드 관계식은 다음과 같다.

$$s_i = k_i e_{i,2} + e_{i,1} = 0 \quad [19]$$

웨이브릿 신경회로망을 사용하지 않을 경우의 파라미터는 고정되며, 외란을 억압하기 위해서 식 [9]에 의거 적절한 제어이득을 선택한다.

모의 실험의 결과는 그림 4와 같다.

a>는 기존의 슬라이딩 모드 방식에 제어 결과로, 떨림 현상이 필연적으로 발생한다.

b>는 1차적으로 수립한 조정계획에 의한 슬라이딩 매니폴드의 조정 제어 결과이다. 떨림 현상은 거의 제거되었으나, 도달/슬라이딩 시간으로 볼 때 큰 향상이 없었다.

c>는 파라미터 조정계획을 새로 작성한 결과이나, 도달시간이 만족스럽지 못하다.

d>가 가장 적절한 파라미터 조정결과로, 가장 빠른 계획을 발전시킨 결과로, 도달/슬라이딩 시간에서도 가장 우수하다.

결국 시스템의 특성에 따라 웨이브릿 신경회로망을 학습시키기 위한 Tuning Scheme이 매우 중요함을 보여준 결과라 할 수 있다.

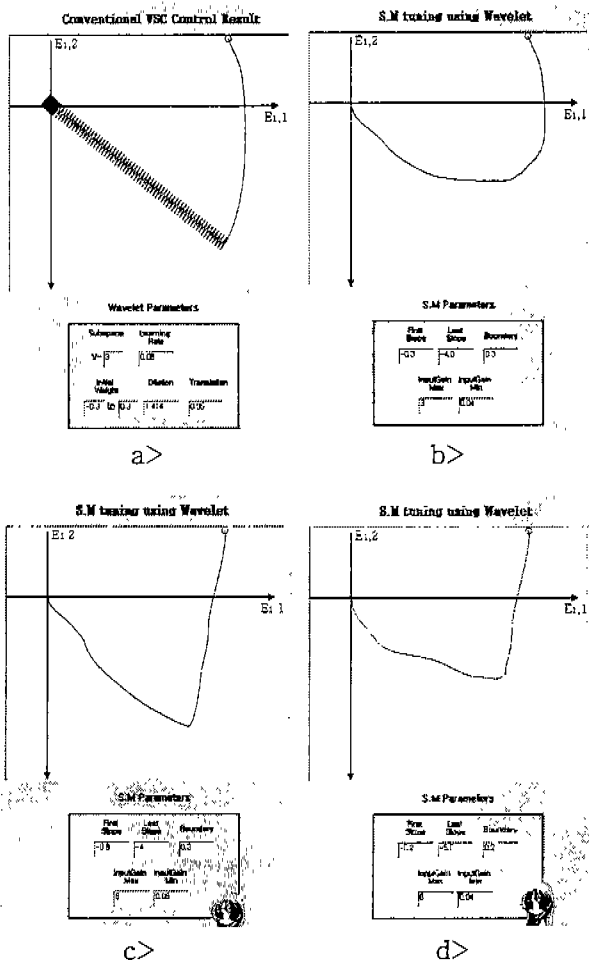


그림 4 모의 실험 결과

### III. 결 론

시스템의 오차 공간을 '슬라이딩 매니폴드로 유도하는 슬라이딩 모드 제어기법은 외란이나 파라미터의 변화에 대한 강건성이 입증되어 현재 널리 사용되고 있으나, 슬라이딩 매니폴드의 주변에서 발생하는 고주파 떨림현상과, 시스템이 슬라이딩 모드에 도달하기 이전까지 강건성이 보장되지 않는다는 문제점도 가지고 있다.

본 논문에서는 동적 웨이브릿 신경회로망을 사용하여 슬라이딩 매니폴드의 관련 파라미터를 시스템의 상태에 따라서 능동적으로 변화시켜서, 이러한 문제점을 해결할 수 있는 방안을 제시하고자 하였다.

웨이브릿 신경회로망은 임의의 비선형 함수를 직교함수의 조합으로 표현하는 방법에서 시작된 웨이브릿 다중분해 해석법을 기반으로, 우수한 수렴속도와 함수근사화 능력을 가지고 있으며 제안된 웨이브릿 신경회로망에 의한 슬라이딩 매니폴드의 조정에 따라 채터링이 현격히 감소하고, 기존의 우수한 특성을 유지할 수 있는 안정적인 시스템을 얻을 수 있었다.

#### [ 참고 자료 ]

- [1] Martin Vetterli, "Wavelets and Subband Coding", University of California at Berkeley, pp. 14~28, pp. 200~221, pp. 299~323
- [2] Jun Zhang, Gilbert G. Walter, Yubo Miao, Wan Ngai Wayne Lee, "Wavelet Neural Networks for Function Learning", IEEE, Transactions on Signal Processing, Vol. 43, NO. 6, June Neural Networks, Vol. 3, NO. 6, June 1995, pp. 1485~1496
- [3] A. Primer, "Wavelets and Wavelet Transforms", Rice University, Houston, Texas, Prentice Hall International, Inc. pp. 1~46
- [4] MALUR K. SUNDARESHAN, "A Recurrent Neural Network-based Adaptive Variable Structure Model-following Control of Robotic Manipulators" Automatica, Vol. 31, No.10 pp.1495~1507, 1995
- [5] YONG FANG, TOMMY W. S. CHOW, "Synthesis of the sliding model neural network controller for unknown nonlinear discrete time systems", International Journal of Systems Science, 2000, Volume 31, Number 3, pp. 401~408
- [6] T. Kugarajah, Q. Zhang, "Multidimensional Wavelet Frames", IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 72, November 1995, pp. 1552~1556
- [7] Chao-Chee Ku, Kwang Y. Lee "Diagonal Recurrent Neural Networks for Dynamic System Control", IEEE, Transactions on Neural Networks, Vol. 6, NO. 1, January 1995, pp.144~156
- [8] Shioh-Shung Yang and Ching-Shioh Tseng, "An Orthogonal Neural Network for Function Approximation", IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, 26(5), pp. 779-785, 1996.