

트러스 모델을 이용한 철근콘크리트 보의 전단거동 예측에 관한 연구

A Study on the Shear Behavior Prediction of Reinforced Concrete Beams Using Truss Model

김상우*
Kim, Sang-Woo

이정윤**
Lee, Jung-Yoon

ABSTRACT

The shear strength and strain of reinforced concrete beams are predicted by using the Transformed- Angle Truss-Model. This proposed analytical method simplified the fixed-angle softened-truss model (FA-STM) and removed the limitation of applicability of the FA-STM. The results of the proposed method for reinforced concrete beams were compared to those of the FA-STM and RA-STM.

1. 서론

ACI 규준을 비롯한 대부분의 규준에서 채택하고 있는 전단 설계는 45도 트러스 모델에 바탕을 둔 반실험적 방법이다. 이 트러스 모델은 힘의 평형조건만을 이용하여 비교적 간단히 전단강도를 구할 수 있는 장점이 있으나, 부재의 변형 및 재료 상태의 변화에 대하여 예측할 수 없으며, 구조물의 비경제적인 설계를 초래할 수 있다. 따라서, 경제적이면서도 안전한 전단설계를 위하여 부재의 전단파괴에 도달시까지의 변형 및 재료 상태의 변화를 정확히 파악할 필요가 있다.

이러한 시도의 일환으로 캐나다의 토론토대학과 미국의 휴스턴대학에서는 힘의 평형조건과 변형을 적합조건을 이용한 전단해석법을 개발하였다. 지금까지 개발된 것으로는 토론토대학의 Collins 등에 의해 제안된 수정압축장 이론¹⁾(이하 MCFT), 휴스턴대학의 Hsu등에 의해 제안된 회전각 연화 트러스 모델^{2,3)}(이하 RA-STM)과 고정각 연화 트러스 모델^{4,5)}(이하 FA-STM)이 있다. 하지만, 이것 모두 면 내 전단응력을 받는 철근콘크리트 패널 실험에 기본을 둔 것이므로 휨과 전단이 동시에 작용하는 보에 대한 적용에는 한계를 가지고 있다.

토론토대학의 MCFT와 휴스턴대학의 RA-STM은 균열각이 콘크리트 주압축 응력 방향과 일치한다고 가정함으로써 균열 각도는 철근량과 작용하중에 따라 변화하게 된다. 따라서, 이 두 이론에서는 균열면에서의 골재의 맞물림 작용으로 인한 응력의 전달을 평가할 수 없다.^{4,5)}

이러한 모순을 해결하고자 Hsu등은 균열각을 외력에 의한 초기 균열각도로 고정한 FA-STM을 제안하여 골재의 맞물림 작용을 평가하였다. 그러나, FA-STM은 $\eta = (\rho_y f_{yy} - \sigma_y) / (\rho_x f_{xy} - \sigma_x)$ 가

* 정회원, 성균관대학교 건축공학과 박사과정

** 정회원, 성균관대학교 건축공학과 전임강사

0.2에서 5를 벗어나는 경우에는 사용할 수 없는 사용성의 한계를 가지고 있으며 콘크리트 구성법칙에서도 문제점을 가지고 있다.⁵⁾ 여기서, ρ_x 와 ρ_y 는 각각 x와 y방향의 철근비이며, f_{xy} 와 f_{yy} 는 각각 x와 y방향의 항복강도, σ_x , σ_y 는 각각 x와 y방향으로 작용하는 외력이다.

따라서, 본 연구에서는 보의 전단강도와 변형률을 예측하기 위한 첫 번째 과정으로서, 주응력 방향의 콘크리트의 응력과 변형률을 균열면의 응력과 변형률로 회전시켜 철근콘크리트 보의 전단강도 및 변형률을 구하였다. 이를 본 논문에서는 변환각 트러스 모델(이하 TATM: Transformed-Angle Truss Model)이라 칭한다. 그리고, 계산과정을 두 부분으로 나누어 해를 얻는 Hsu의 FA-STM을 Li-Mackawa의 균열면에서의 전단응력 전달식을 직접 이용함으로써 사용성의 한계를 제거함과 동시에 하나의 계산과정으로 간략화 시켰다.

2. 이론적 배경

TATM의 지배 방정식은 Hsu등의 FA-STM과 동일하다. 그림 1은 σ_x , σ_y , τ_{xy} 를 받아 균열이 발생한 콘크리트의 한 요소이다. 외력의 주압축 및 주인장 응력 방향은 각각 m, n축이며, 콘크리트 스트럿의 주압축 및 주인장 응력방향은 각각 2, 1축이다. 이 때, 철근콘크리트 요소에 발생하는 균열은 m축을 따라 발생하며 x축과 m축 사이의 각도는 α 이다. 그리고, x축과 콘크리트 스트럿의 주압축 응력 방향(2축) 사이의 각도는 θ 이고, 외력에 의한 주압축 응력 방향(m축)과 콘크리트 스트럿에서의 주압축 응력 방향(2축) 사이의 각도는 β 이다.

2.1 응력의 평형 방정식

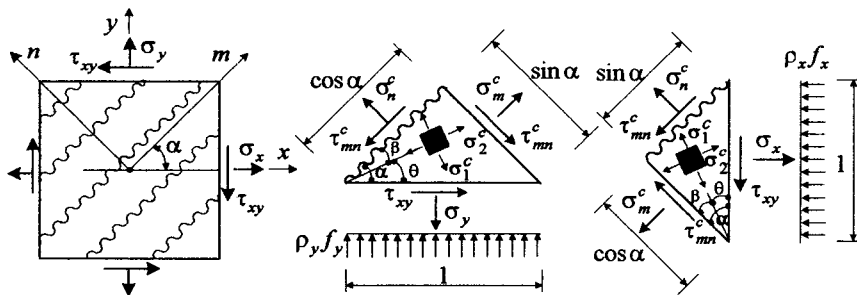
응력의 평형 방정식은 그림 1(b)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_x = \sigma_m^c \cos^2 \alpha + \sigma_n^c \sin^2 \alpha + 2\tau_{mn}^c \sin \alpha \cos \alpha + \rho_x f_x \quad (1)$$

$$\sigma_y = \sigma_m^c \sin^2 \alpha + \sigma_n^c \cos^2 \alpha - 2\tau_{mn}^c \sin \alpha \cos \alpha + \rho_y f_y \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = (-\sigma_m^c + \sigma_n^c) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{mn}^c (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (3)$$

여기서, σ_x , σ_y 는 각각 x와 y방향의 주응력, τ_{xy} 는 x-y 좌표에서의 전단응력, σ_m^c , σ_n^c 는 각각 m, n 방향의 콘크리트 주응력, τ_{mn}^c 는 m-n 좌표에서의 콘크리트 전단응력, ρ_x , ρ_y 는 각각 x와 y방향의 철근비, f_x , f_y 는 각각 x와 y방향의 철근응력이다.



(a) Reinforced concrete element

(b) Stress states of concrete elements

그림 1. Stress conditions and coordinates in reinforced concrete

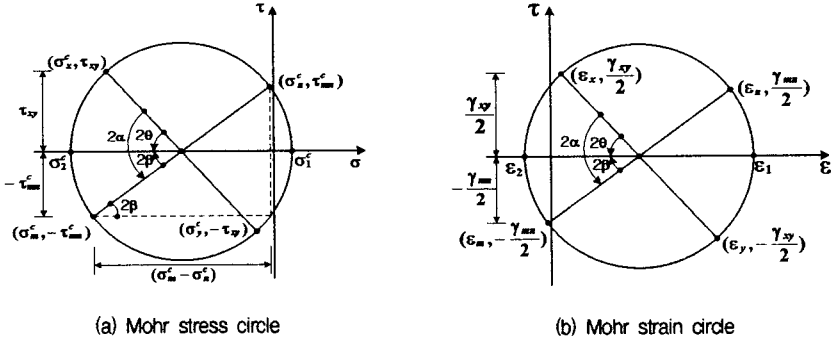


그림 2. Mohr circles for concrete

2.2 변형률의 적합 방정식

변형률의 적합 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\epsilon_x = \epsilon_m \cos^2 \alpha + \epsilon_n \sin^2 \alpha + \gamma_{mn} \sin \alpha \cos \alpha \quad (4)$$

$$\epsilon_y = \epsilon_m \sin^2 \alpha + \epsilon_n \cos^2 \alpha - \gamma_{mn} \sin \alpha \cos \alpha \quad (5)$$

$$\frac{\gamma_{xy}}{2} = (-\epsilon_m + \epsilon_n) \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\gamma_{mn}}{2} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (6)$$

여기서, ϵ_x, ϵ_y : 각각 x 과 y 방향의 주변형률, γ_{xy} : x - y 좌표에서의 전단변형률, ϵ_m, ϵ_n : 각각 m, n 방향의 주변형률, γ_{mn} : m - n 좌표에서의 전단변형률이다.

2.3 구성 법칙

Hsu등이 제안한 FA-STM에서 사용된 구성법칙은 m, n 방향의 $\sigma_m^c - \epsilon_m$ 과 $\sigma_n^c - \epsilon_n$ 을 2 및 1 방향의 $\sigma_2^c - \epsilon_2$ 와 $\sigma_1^c - \epsilon_1$ 이 같다는 가정하에 m 과 n 방향의 콘크리트 구성법칙을 사용하고 있다. 하지만, η 가 매우 작은 경우 그림 2에서 보는 바와 같이, $\sigma_m^c, \sigma_n^c, \epsilon_m, \epsilon_n$ 의 값이 실제 $\sigma_2^c, \sigma_1^c, \epsilon_2, \epsilon_1$ 의 값과 큰 차이를 보임을 알 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 m, n 방향이 아닌 2와 1 방향의 콘크리트 구성법칙을 사용하여 m 과 n 방향으로 β 만큼 변환시키는 변환각 이론을 사용하였으며 식은 다음과 같다.

$$\sigma_m^c = \sigma_2^c \cos^2 \beta + \sigma_1^c \sin^2 \beta \quad (7)$$

$$\sigma_n^c = \sigma_2^c \sin^2 \beta + \sigma_1^c \cos^2 \beta \quad (8)$$

$$\epsilon_m = \epsilon_2 \cos^2 \beta + \epsilon_1 \sin^2 \beta \quad (9)$$

$$\epsilon_n = \epsilon_2 \sin^2 \beta + \epsilon_1 \cos^2 \beta \quad (10)$$

여기서, σ_m^c, σ_n^c : 각각 m 과 n 방향의 콘크리트 응력, σ_2^c, σ_1^c : 각각 2와 1방향의 콘크리트 주응력, ϵ_m, ϵ_n : 각각 m 과 n 방향의 변형률, ϵ_2, ϵ_1 : 각각 2와 1방향의 주변형률이다.

본 논문에서 사용한 콘크리트의 압축응력-변형률 관계와 인장응력-변형률 관계 및 철근의 인장응력-변형률 관계는 다음과 같다.⁵⁾

콘크리트의 $\sigma_2^c - \varepsilon_2$ 관계

$$\sigma_2^c = \zeta f_c' \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\zeta \varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\zeta \varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad (11)$$

$$\zeta = \frac{5.8}{\sqrt{f_c' (MPa)}} \frac{1}{\sqrt{(1 + 400 \varepsilon_1)}} \quad (12)$$

콘크리트의 $\sigma_1^c - \varepsilon_1$ 관계

$$\varepsilon_1 \leq 0.00008 \text{ 일 때, } \sigma_1^c = E_c \varepsilon_1 \quad (13a)$$

$$\varepsilon_1 > 0.00008 \text{ 일 때, } \sigma_1^c = f_{cr} \left(\frac{0.00008}{\varepsilon_1} \right)^{0.4} \quad (13b)$$

철근의 $f_s - \varepsilon_s$ 관계

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{np} \text{ 일 때, } f_s = E_s \varepsilon_s \quad (14a) \text{ 또는 } (15a)$$

$$\varepsilon_s > \varepsilon_{np} \text{ 일 때, } f_s = f_y \left[(0.91 - 2B) + (0.02 + 0.25B) \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_y} \right] \quad (15a) \text{ 또는 } (15b)$$

$$\varepsilon_{np} = \varepsilon_y (0.93 - 2B) \quad (16)$$

$$B = \frac{1}{\rho} \left(\frac{f_{cr}}{f_y} \right)^{1.5} \quad (17)$$

여기서, ζ 는 연화계수이며, E_c 는 탄성계수로서 $3875\sqrt{f_c' (MPa)}$ 을, f_{cr} 은 콘크리트 인장강도로서 $0.31\sqrt{f_c' (MPa)}$ 을 사용하였다.

2.4 m-n 좌표에서의 콘크리트 전단응력-변형률 관계

Hsu등의 FA-STM에서는 m-n 좌표에서의 콘크리트 전단응력-변형률 관계를 두 개의 알고리즘에서 구하고 있다.⁵⁾ 즉, 첫 번째 알고리즘에서 γ_{mn} 을 $-0.85 \varepsilon_{np} (1 - \eta)$ 라 가정하여 최대전단응력(γ_{mnd})과 최대전단변형률(τ_{mnd}^c)을 구한 뒤 두 번째 알고리즘에서 m-n 좌표에서의 콘크리트 전단응력(τ_{mn}^c)과 전단변형률(γ_{mn})을 구한다. 하지만, 이것은 패널시험에 의해 구한 실험 변수 η 를 사용함으로써, $0.2 < \eta < 5$ 의 범위를 넘어가는 일반적인 보의 경우에는 적용이 어렵고 계산과정 또한 복잡하다.

본 연구에서는 콘크리트 전단응력과 전단변형률 관계를 Li-Maekawa가 제안한 다음 식을 사용하였다.⁶⁾

$$\tau_{mn}^c = 3.83 (f_c')^{\frac{1}{3}} \frac{v^2}{(w^2 + v^2)} \quad (18)$$

여기서, f_c' 은 MPa 단위이며, w 는 균열폭, v 는 전단변위로서 간단히 다음과 같이 구할 수 있다.

$$w = a \cdot \varepsilon_n \quad (19)$$

$$v = a \cdot \gamma_{mn} \quad (20)$$

여기서, a 는 전단 균열 간격이다. 따라서, 본 제안 해석은 MCFT와 RA-STM과 같이 1개의 알고리즘에서 전단 응력-변형률을 구할 수 있는 장점이 있다 (그림 3 참조).

3. 계산 방법

TATM을 철근콘크리트 보에 적용하기 위하여, 본 논문은 전단 위험 단면 요소를 순수 전단 응력을 받는 요소로 가정하였고, 모멘트의 영향은 무시하였다(모멘트의 영향에 대한 연구는 진행중이며 추후 발표될 예정이다). 또한, 부재 축 방향(x 방향)의 인장철근이 위험 단면 요소에 균등하게 배근되었다고 가정하였다.

지금까지 유도된 식(1)~(15)와 (18)의 미지수는, 10개의 응력($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \sigma_m^c, \sigma_n^c, \tau_{mn}^c, f_x, f_y, \sigma_2^c, \sigma_1^c$), 8개의 변형률($\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \epsilon_m, \epsilon_n, \gamma_{mn}, \epsilon_2, \epsilon_1$), 2개의 각도(α, β), 1개의 재료상수(ζ)로서 총 21개이지만, 가정으로부터 $\sigma_x = \sigma_y = 0$ 이며, 각도 α 는 외력에서 구해진다($\alpha = 45^\circ$). 그리고, β 값은 그림 2(a)의 점선으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tan 2\beta = \frac{2\tau_{mn}^c}{\sigma_m^c - \sigma_n^c} \quad (21)$$

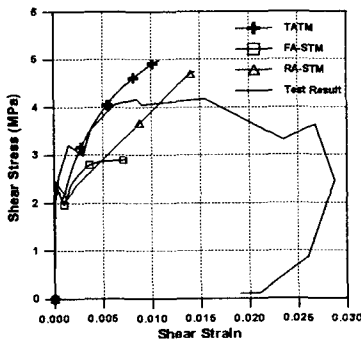
해석에서는 그림 3과 같이 ϵ_2 의 값을 증가시켜 변화하는 철근콘크리트 보의 전단응력과 변형률을 구한다.

4. 철근콘크리트 보의 전단 실험결과와 해석결과의 비교 및 분석

본 장에서는 앞서 설명된 각각의 트러스 모델의 특징을 철

표 1. Specifications of specimens 단위 : MPa

Beams	f_c'	ρ_x	f_{xy}	ρ_y	f_{yy}	η
B3	63.8	0.0306	973.9	0.0031	375.6	0.039
B5	63.8	0.0306	973.9	0.0084	929.4	0.262



(a) Shear stress-strain relationships of B3

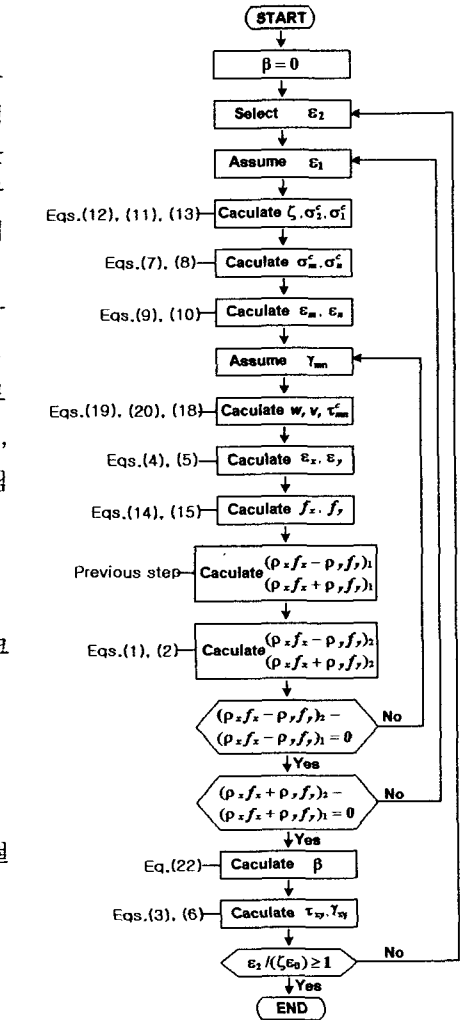
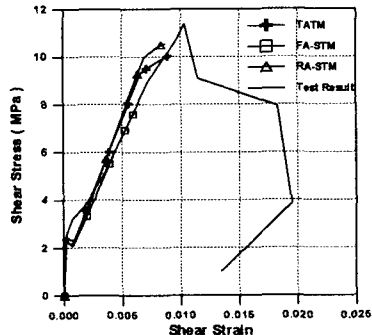


그림 3. Flow chart



(b) Shear stress-strain relationships of B5

그림 4. Comparison of the test and theoretical results of the each truss models

근콘크리트 보의 전단 실험결과와 비교함으로써 TATM의 적합성을 기술하고자 한다.

비교를 위해 사용된 B3과 B5 실험체는 역대칭 하중을 받는 철근콘크리트 보로서, 상세는 표 1과 같다.⁸⁾ 그림 4(a)에서 철근량이 적어 콘크리트의 역할이 상대적으로 큰 실험체 B3의 경우, 콘크리트의 맞물림 작용을 고려하지 않은 RA-STM은 전단 응력-전단 변형률 관계가 직선에 가까워 전단강도 이전에 전단응력을 최대 33%까지 과소평가하고 있음을 알 수 있다. 그러나, 철근량이 많은 실험체 B5의 경우, 콘크리트의 역할이 상대적으로 작기 때문에 RA-STM과 TATM의 예측결과는 거의 동일하다.

한편, 콘크리트의 주응력과 주변형률이 균열면의 응력과 변형률과 동일하다고 가정하는 Hsu등의 FA-STM은 실험값 η 의 영향을 크게 받아, η 값이 작은 B3의 전단강도를 약 45% 과소평가하고, η 값이 큰 B5의 전단강도를 약 50% 과소평가하고 있다. 그러나, 골재의 맞물림 작용을 고려하며 균열면의 콘크리트의 응력과 변형률을 주응력 방향의 응력과 변형률의 회전값에서 구하는 TATM은 철근량에 관계없이 철근콘크리트 보가 전단파괴할 때 까지의 전단응력-변형률 관계를 잘 예측하고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

변환각 트러스 모델에 의한 철근콘크리트 보의 전단 강도 예측에 관한 본 연구의 결론은 다음과 같다.

- 1) 골재의 맞물림 작용이 고려되지 않은 RA-STM에 대하여, 골재의 맞물림 작용을 고려한 해석법은 전단 보강근의 양이 작은 철근콘크리트 보의 전단강도-전단변형률 관계를 보다 정확히 예측하였다.
- 2) 균열면의 콘크리트의 응력과 변형률을 주응력 방향의 응력과 변형률의 회전값에서 구하는 제안된 해석법 TATM은 η 의 영향을 크게 받는 Hsu등의 FA-STM에 비하여 철근콘크리트의 전단강도와 변형률을 보다 정확히 예측하였다.
- 3) 제안한 해석법 TATM은 균열면의 전단변형률과 전단응력의 관계를 직접적으로 구함으로써 Hsu 등의 FA-STM을 간략화시켰다.

본 논문에서 해석된 철근콘크리트 보에서는 모멘트의 영향이 고려되지 않았다. 모멘트의 영향에 대한 연구는 현재 진행중이며 추후 논문집에 발표할 예정이다.

참 고 문 헌

1. Frank J. Vecchio and Michael P. Collins, "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear," *ACI Journal*, March-April 1989, pp. 219-231.
2. Thomas T. C. Hsu, "Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion," *ACI Structural Journal*, November-December 1988, pp. 624-635.
3. Thomas T. C. Hsu, "Nonlinear Analysis of Concrete Membrane Elements," *ACI Structural Journal*, September-October 1991, pp. 552-561.
4. Xiao-Bo "David" Pang and Thomas T. C. Hsu, "Fixed Angle Softened Truss Model for Reinforced Concrete," *ACI Structural Journal*, March-April 1996, pp. 197-207.
5. Thomas T. C. Hsu and Li-Xin "Bob" Zhang, "Nonlinear Analysis of Membrane Elements by Fixed-Angle Softened-Truss Model," *ACI Structural Journal*, September-October 1997, pp. 483-492.
6. Fumio Watanabe and Jung-Yoon Lee, "Theoretical Prediction of Shear Strength and Ductility of Reinforced Concrete Beams," *ACI Structural Journal*, V. 95, No. 6, November-December 1998, pp. 749-757.
7. Thomas T. C. Hsu, *Unified Theory of Reinforced Concrete*, CRC Press, Inc., 1993, 313 pp.
8. Jung Yoon Lee, "Theoretical Prediction of Shear Strength and Ductility of Reinforced Concrete Beams," Ph.D. dissertation, Kyoto University, 1998.