

2축 휨과 압축을 받는 임의 단면 철근 콘크리트 장주의 해석 및 설계

Analysis and Design of Arbitrarily Shaped RC Slender Columns in biaxial bending and Compression

진 치 섭* 노 경 배** 이 승 훈*** 하 민 규****
Jin, Chi Sub Noe, Kyong Bae Lee, Seung Hoon Ha, Min Gyu

ABSTRACT

The practical computer program COL3 was developed through this study to design of arbitrarily shaped reinforced concrete slender columns subjected to combined compression and biaxial bending. The program COL3 has been developed for user-friendly environment using spreadsheets. Several examples including for analysis of geometrically complex column sections subjected biaxial bending are introduced in this paper.

1. 서 론

1970년에 시행된 ACI와 ASCE의 조사에 의하면 횡방향 상대변위가 방지된 기둥(Braced column) 중 약 10%와 횡방향 상대변위가 발생하는 기둥(Unbraced column) 중 약 60%가 장주로 분류되었다.^[1] 교량의 장대화, 고강도 콘크리트의 사용으로 인한 기둥단면의 감소 등의 요인에 의해 장주로 설계되는 기둥의 비율이 증가할 것으로 예상된다. 따라서 본 연구에서는 스프레드시트 프로그램을 이용하여 일반적으로 널리 이용되는 원형, 사각형, 트랙형, 팔각형 및 그에 따른 중공단면과 임의 단면 장주의 해석 및 설계를 사용자와의 대화식 입출력 형태로 작성한 GUI(Graphic User Interface) 환경의 컴퓨터 프로그램 COL3를 작성하였다. 프로그램의 검증을 위해 원형 단면 기둥, L형 단면 기둥에 관한 엄밀해석법에 의한 해석결과와 COL3에 의한 해석결과를 비교하였으며, COL3를 이용한 사각형 단면 기둥의 설계 예를 소개하였다.

2. 프로그램 COL3의 입력 및 출력

프로그램 COL3의 입력 데이터는 단면 형상, 단면 치수, 철근의 항복응력 f_y , 철근 수, 철근 치수,

* 정회원, 부산대학교 토목공학과 교수

** 정회원, (주) 백송 엔지니어링 대표이사

*** 정회원, 부산대학교 토목공학과 박사과정

**** 정회원, 부산대학교 토목공학과 석사과정

콘크리트 설계기준강도 f_{ck} 및 작용하중 등이며, 그림 1과 같은 입력 대화 상자를 이용하여 데이터를 입력하므로 프로그램의 입력이 간편하다. 프로그램 COL3는 모두 6개의 워크시트로 구성되어 있다(그림 2~그림 7).

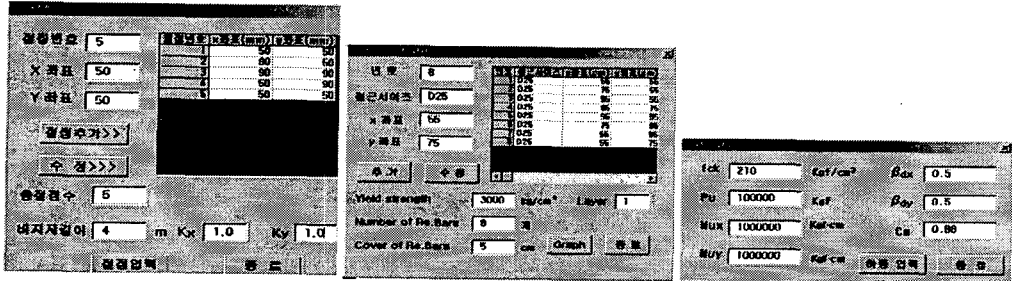


그림 1 입력 대화 상자 (임의 단면)

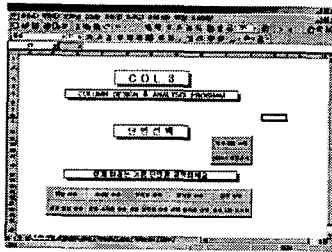


그림 2 단면선택

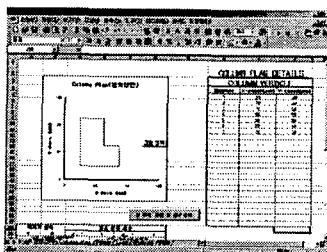


그림 3 COLUMN PLAN

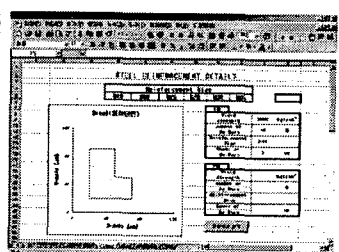


그림 4 철근 상세

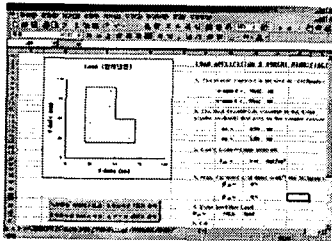


그림 5 하중 상세

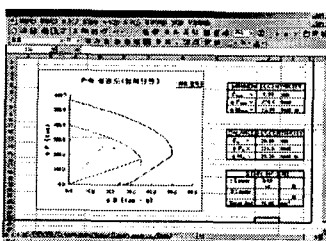


그림 6 P-M 상관도

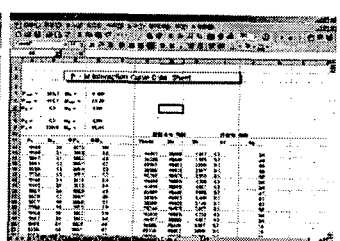


그림 7 데이터

데이터의 입력이 끝나면, 전체좌표계 X-Y에 대한 단면의 소성중심 X_{PC} , Y_{PC} 와 작용 하중의 편심 e_x 와 e_y 가 구해진다(그림 5). 그 다음 중립축의 가정에 따른 각 단계의 극한 강도를 구하고, 세장의 영향(slenderness effect)으로 인한 확대 모멘트가 구해지며 이 값들이 데이터 시트에 저장된다. 이 값을 토대로 콘크리트 구조설계기준에 따라 강도감소계수 ϕ 를 고려한 P-M 상관도가 작성된다(그림 6).^[2]

3. Green 정리를 이용한 단면 특성 계산

편심하중을 받는 기둥의 평형 방정식은 다음과 같다.

$$N_u = 0.85 f_{ck} \int_{A_{ec}} dXdY + \sum_{j=1}^m f_{sj} A_{sj} \quad (1)$$

$$M_{ux} = -0.85 f_{ck} \int_{A_{ec}} YdXdY - \sum_{j=1}^m f_{sj} A_{sj} Y_j \quad (2)$$

$$M_{uy} = 0.85 f_{ck} \int_{A_{ec}} XdXdY + \sum_{j=1}^m f_{sj} A_{sj} X_j \quad (3)$$

여기서, N_u 는 극한 축하중강도, M_{ux} , M_{uy} 는 극한 모멘트강도이며, A_{ec} 는 콘크리트 압축축 단면적이고, f_s 는 철근응력이다. 복잡한 형상의 기둥 단면에서는 식 (1) ~ 식 (3)의 단면적 및 단면 1차 모멘트 계산이 매우 복잡하지만, Green 정리를 이용하면 이러한 계산을 간단하게 할 수 있다.

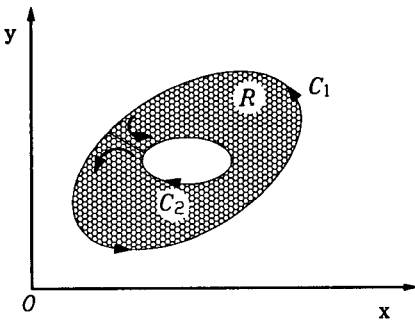


그림 8 경계 C를 갖는 폐영역 R

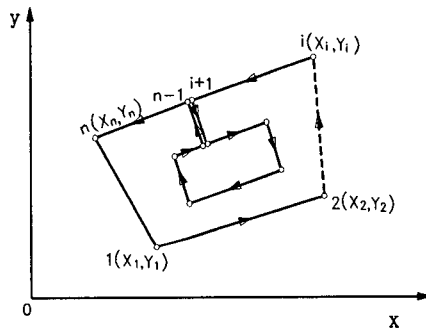


그림 9 Green 정리를 위한 단면 꼭지점 번호

경계 C_1 , C_2 를 갖는 $x-y$ 평면상의 폐영역 R 을 고려하고 (그림8), 함수 $f(x,y)$ 와 $g(x,y)$ 가 R 을 포함하는 임의의 영역에서 연속 편미분 $\partial f/\partial y$, $\partial g/\partial x$ 등을 갖는 연속함수라 할 경우, Green 정리는 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\int \int_R \left(\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} \right) dx dy = \oint_C (f dx + g dy) \quad (4)$$

식 (4)의 선적분을 동일 차원의 경계에 걸쳐 수행하면 임의의 단면 형상의 면적을 계산하는 식을 유도할 수 있다^[3].

$$A = \frac{1}{2} \int_C (x dy - y dx) \quad (5)$$

주어진 다각형의 꼭지점 좌표를 (+)가 되도록 X, Y 좌표를 잡으면 식 (5)은 다음과 같이 쓸 수 있다 (그림 9).

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i \quad (6)$$

여기서, $a_i = X_i Y_{i+1} - Y_i X_{i+1}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n, n+1$ [꼭지점 $n+1$ 은 꼭지점 1과 같다])이다. 주축에 관한 단면 1차모멘트는 면적 A 를 구하는 식과 유사하게 다음과 같은 식으로 유도할 수 있다.

$$A\bar{X} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n a_i (X_i + X_{i+1}), \quad A\bar{Y} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n a_i (Y_i + Y_{i+1}) \quad (7)$$

여기서, \bar{X} 와 \bar{Y} 는 면적 중심의 좌표이다

4. 모멘트 확대계수법

단주의 해석과 설계에 있어서는 좌굴, 탄성변형, 횡방향 처짐에 의한 2차 모멘트는 기둥의 극한강도에 거의 영향을 미치지 않으므로 단주의 해석과 설계에서는 2차 모멘트의 영향들은 포함되지 않는다. 그러나, 장주의 해석과 설계에 있어서는 이러한 2차 모멘트의 영향들이 고려되어야 하며, 기둥의 유효길이, 단면의 세장비 그리고 기둥 단부의 조건에 따라서 기둥의 강도를 감소시켜야 한다. 장주의 영향을 반영하는 방법으로는 기둥의 극한 강도를 감소시키는 방법과 모멘트를 확대시키는 방법이 있는데, 콘크리트 구조설계기준에서는 모멘트를 확대시키는 방법을 채택하고 있다. 모멘트 확대계수법에서는 횡방향 상대변위가 방지된 기둥(Braced column)의 경우 식 (8)의해 모멘트를 확대시키며, 횡방향 상대변위가 발생하는 기둥(Unbraced column)인 경우 식 (9)에 의해 모멘트를 확대시킨다. 그리고, 기둥은 계수 축하중 P_u 와 확대 계수모멘트 M_c 에 대하여 설계하여야 한다.

$$M_c = M_2 \delta_{ns} = M_2 \cdot \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} \quad (8)$$

$$M_c = M_s \delta_s = \frac{M_s}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \quad (9)$$

여기서, P_c 는 기둥의 임계하중, δ_{ns} 와 δ_s 는 모멘트 확대계수이며, P_u 는 계수 축하중이다. C_m 은 기둥의 양단 사이에 횡하중이 없는 경우 식 (10)에 의하여 계산한다.

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (10)$$

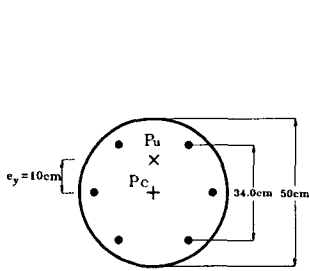
식 (10)에서 M_1/M_2 는 단일 곡률일 경우 양(+)의 값이고, 기둥의 양단 사이에 횡하중이 없는 경우 C_m 을 1.0으로 취하여야 한다.

5. 수치 예 및 고찰

본 연구를 통하여 작성한 장주 해석 및 설계 프로그램의 검증을 위해 원형 단면 기둥과 L형 단면 기둥에 대하여 엄밀해석법에 의한 해석결과를 COL3에 의한 해석결과와 비교하였으며, 표 3에 주어진 설계조건에 대하여 사각형 단면 기둥을 설계하였다. 엄밀해석법에서는 콘크리트의 압축축 응력-변형률 분포를 Whitney의 등가 직사각형 응력 분포^[4]를 사용하였다.

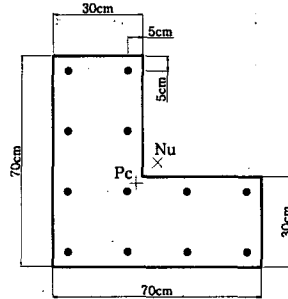
그림 10의 원형 단면 기둥과 그림 11의 L형 단면 기둥에 대한 엄밀해석법과 COL3의 해석결과를 비교하여 표 1과 표 2에 각각 나타내었다. 원형 단면 기둥의 경우 COL3에 의한 해석결과가 엄밀해석법에 의한 해석결과 보다 임계하중에서는 4.8%, 극한 축하중 강도에서는 1.1%, 극한 모멘트 강도에서는 1.5% 작게 나타났다. L형 단면 기둥의 경우 COL3에 의한 해석결과가 엄밀해석법에 의한 해석결과 보다 극한 축하중 강도에서는 0.2%, 극한 모멘트 강도에서는 0.4% 작게 나타났다.

원형 단면 기둥에서는 곡선으로 이루어진 단면을 직선으로 이루어진 단면으로 근사시키는 과정에서 L형 단면 기둥에 비해 비교적 큰 오차가 발생하는 것으로 판단된다. COL3로 계산한 값들이 엄밀해석법으로 계산한 값보다 약간 과소평가 되었으나 이러한 오차들이 크게 문제가 되지 않는다고 본다.



- $f_y = 3000 \text{ kgf/cm}^2$
- $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$
- $f_{ck} = 210 \text{ kgf/cm}^2$
- $\epsilon_c = 0.003$
- 6 - D 22
- $\beta_d = 0.5$
- $C_m = 0.88$
- $l_u = 4.0 \text{ m}$

그림 10 엄밀해석법으로 해석한 원형 단면 기둥



- $f_y = 3000 \text{ kgf/cm}^2$
- $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$
- $f_{ck} = 210 \text{ kgf/cm}^2$
- $\epsilon_c = 0.003$
- 12 - D 25
- $\beta_d = 0.6$
- $C_m = 0.92$
- $l_u = 6.0 \text{ m}$

그림 11 엄밀해석법으로 해석한 L형 단면 기둥

표 1 엄밀해석법과의 비교 (원형 단면 기둥)

구 분	엄밀해석법	COL3	오차(%)
P_n (tonf)	219.7	217.3	1.1
P_c (tonf)	1095	1042	4.8
M_n (tonf · m)	24.23	23.74	1.5
M_c (tonf · m)	16.82	17.02	1.1
모멘트확대계수(δ_s)	1.085	1.098	1.2

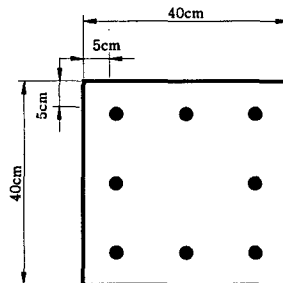
표 2 엄밀해석법과의 비교 (L형 단면 기둥)

구 분	엄밀해석법	COL3	오차(%)
P_n (tonf)	459.3	458.3	0.2
P_c (tonf)	1866.7	1866.7	0.0
M_n (tonf · m)	53.43	53.21	0.4
M_c (tonf · m)	34.77	34.77	0.0
모멘트확대계수(δ_s)	1.171	1.171	0.0

표 3과 같은 설계조건을 가진 2축 휨을 받는 사각형 단면 기둥을 COL3를 이용하여 설계하였다. 그리고, 설계 단면과 사각형 단면 기둥의 P-M 상관도를 그림 12~그림 13에 나타내었다.

표 3 설계조건 (사각형 단면 기둥)

단면형상	직사각형
P_u (tonf)	160.0
M_{ux} (tonf · m)	8.0
M_{uy} (tonf · m)	8.0
C_m	0.92
β_d	0.5
k_x	1.0
k_y	1.0
l_u (m)	4.0



- $f_{ck} = 210 \text{ kgf/cm}^2$
- $f_y = 3000 \text{ kgf/cm}^2$
- 철근량
- 8 - D 25 = 40.54cm²

그림 12 COL3를 이용하여 설계한 사각형 단면 기둥

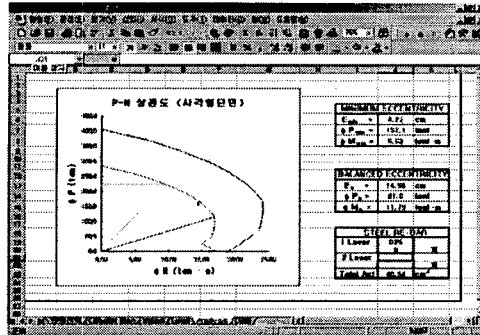


그림 13 P-M 상관도 (사각형 단면 기둥)

6. 결 론

본 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 본 연구를 통하여 단면 특성 계산에 Green 정리를 적용하여 임의 단면 철근 콘크리트 장주의 극한 강도를 계산할 수 있음을 보여주었다.
- 2) 스프레드시트가 복잡한 수치연산을 수행하는 프로그램의 작성에 유용하게 이용될 수 있음을 보여주었으며, 본 연구를 통하여 작성한 COL3는 2축 휨을 받는 임의 단면 철근 콘크리트 장주의 해석 및 설계에 유용하게 적용될 수 있을 것으로 본다.

7. 참고문헌

- [1] Phil M. Ferguson, John E. Breen, James O. Jirsa, "Reinforced Concrete Fundamentals", p. 209, 1988
- [2] 건설교통부, "콘크리트 구조설계기준", 한국콘크리트학회·대한건축학회, pp. 107-125, 1999
- [3] Marin, J., "Computing Unidimensional Normal Stress Resultants", Journal of Structural Division, ASCE, V. 106, No. ST1, pp. 233-245, 1980
- [4] Mattock, A. H. and Kriz, L. B., Hognestaad, E., "Rectangular Stress Distribution in Ultimate Strength Design", Journal ACI, Vol. 57, No. 8, pp. 875~928, 1964