

설계 민감도 해석을 이용한 PSC 박스거더교의 최적설계

Optimization for PSC Box Girder Bridges Using Design Sensitivity Analysis

조 선 규^{*} 조 효 남^{**} 민 대 홍^{***} 이 광 민^{****} 김 환 기^{****}
Cho, Sun Kyu Cho, Hyo Nam Min, Dae Hong Lee, Kwang Min Kim, Hoan Kee

요약

본 연구에서는 PSC(Prestressed concrete) 박스거더교량의 최적설계를 위한 효율적인 최적설계 알고리즘을 제안하였다. PSC 박스거더교량의 효율적이고 신뢰도 높은 최적설계를 위해 재해석기법은 구조적 거동 분석을 통한 설계민감도를 이용한 근사해석기법을 사용하여 보다 효율적인 최적설계를 할 수 있게 하였다. 수치예제를 통해 기존 알고리즘과 비교하였으며, 본 연구에서 제안한 근사해석기법을 사용한 최적설계 알고리즘의 효율성과 신뢰성을 확인하였다.

ABSTRACT

An optimum design algorithm of PSC box girder bridges using design sensitivity analysis is proposed in this paper. For the efficiency of the proposed algorithm, approximated reanalysis techniques using design sensitivity analysis are introduced. And also to save the numerical efforts, an efficient reanalysis technique through approximated structural responses is proposed. A design sensitivity analysis of structural response is executed by automatic differentiation(AD). The efficiency and robustness of the proposed algorithm, compared with conventional algorithm, is successfully demonstrated in the numerical example.

핵심용어 : PSC박스거더교, 최적설계, 재해석기법

KEYWORD : Prestressed concrete box girder bridge, Optimization, Reanalysis Technique

1. 서론

PSC 박스거더교는 경제적이고, 구조물의 신뢰도 측면에서 우수하여 최근 고속철도 교량 및 일반교량에 그 형식이 증가되고 있다. 하지만 PSC 박스거더교량은 콘크리트 재료의 특성과 시간의존해석 그리고 구조계 변화에 따라 구조해석을 시행해야 하는 아주 복잡한 교량형식이다. 따라서, PSC 박스거더교량의 설계에는 상당히 많은 설계시간과 비용이 소요된다. 따라서 최적설계의 필요성이 더 요구되

* 정회원, 서울산업대학교 토목공학과 교수

*** 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 박사과정

** 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 교수

**** 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 석사과정

어지고 있는 실정이다. 이러한 PSC 박스거더교의 최적설계에 대한 연구들은 몇몇 연구자들에 의해 행해지고 있다. Aziz & Edward(1966)는 PSC박스거더의 강성과 시간비의 최적점을 찾는 연구를 하였고, Bond(1975), Tempeman & Winterbottom(1979)⁴⁾은 내부벌칙함수를 이용한 멀티셀 형식의 PSC박스거더의 상부공사비를 최소화하는 알고리즘을 개발하였으며, 최근에 Kirsch(1997)⁶⁾와 A.Samartan(1997)³⁾에 의해 최적화 알고리즘이 제안되었으나, 이러한 최적설계 알고리즘의 대부분은 복잡한 하중체계를 효과적으로 다룰 수 없고, 실 문제를 최적설계하기엔 적합하지 못하였다. 따라서 본 논문에서는 PSC 박스거더교량의 구조적 거동 분석을 기반으로 설계민감도를 이용한 근사해석기법을 사용하여 보다 효율적이고 실질적인 최적설계 알고리즘을 개발하였다.

2. 최적설계 문제의 정식화

본 연구에서 제안하는 새로운 알고리즘은 PSC박스거더교량을 효율적으로 최적설계하기 위해 바닥판 최적설계 단계와 주형 최적설계 단계로 이루어져 있다. 우선, 바닥판 최적설계 단계에서는 설계시 가장 지배적으로 작용하는 사하중에 의한 모멘트를 이용하여 가장 적합한 길이의 비를 구하였으며, 이를 설계상수로 놓고 바닥판 최적설계 단계의 설계변수에 대해 근사해석기법을 이용한 최적설계를 수행하였으며, 주형최적설계 단계에서는 바닥판 최적설계 단계의 설계변수들을 설계상수로 놓고 근사해석기법을 이용한 최적설계를 수행하였다.

2.1 설계변수

바닥판 최적설계 단계에서는 다음 그림 1에서 나타낸 바와 같이 쉐어레버부의 두께(t_1), 상부 플랜지 두께(t_2), 쉐어레버부 철근량(As_1), 그리고 상부플랜지 철근량(As_2)을 설계변수로 정하였다. 그리고, 주형최적설계 단계의 설계변수는 복부 두께(t_3), 하부 플랜지 두께(t_4), 톨던량(P_s), 그리고 상부플랜지 두께(t_2)로 정하였는데, 이때, 주형 최적설계단계에서의 상부플랜지 두께(t_2)는 바닥판 최적설계 단계의 최적값을 설계변수의 하한치로 고정하고 바닥판 최적설계 단계에서의 설계변수는 설계상수로 고정하여 주형최적설계 단계의 설계변수에 대해 최적설계를 수행하게 된다.

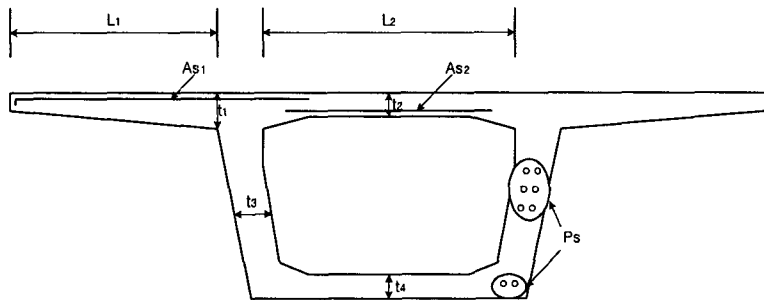


그림 1 설계변수

2.2 목적함수

본 연구에서 제안한 새로운 최적설계 알고리즘의 목적함수는 PSC박스거더교 단면의 제작비용함수로 정하였다. 제작비용의 정확한 이론적인 추정은 간단하지 않지만 제작비용이 구조물의 중량에 비례한다는 설계실무의 관행을 바탕으로 다음 식 1과 2 같이 정식화하였다. 특히, 주형 최적설계 단계에서의 P_s 강재의 제작비용은 P_s 강재와 정착부 그리고 그 외의 제작비용을 포함하여 정식화 하였다.

$$F_1(X) = C_c V_c + C_s W_s \quad (1)$$

$$F_2(X) = C_c V_c + C_{ps} W_{ps} \quad (2)$$

여기서, $F_1(X)$: 바닥판 최적설계 단계의 목적함수

$F_2(X)$: 주형 최적설계 단계의 목적함수

V_c : 콘크리트의 부피(m^3)

C_c : 콘크리트의 단위부피당 비용 (만원/ m^3)

W_s : 철근의 중량 (t)

C_s : 철근의 단위중량당 비용 (만원/ t)

W_{ps} : Ps강재의 중량 (t)

C_{ps} : Ps강재의 단위중량당 비용 (만원/ t)

2.3 제약조건

최적설계 알고리즘을 검증하기 위하여 PSC박스거더교의 바닥판과 주형 최적설계에 사용되는 제약 조건은 도로교 설계기준(건설교통부:2000)⁸⁾과 도로설계실무편람(도로공사:1992)⁹⁾을 기준으로 거동에 가장 지배적인 응력에 대한 항목을 다음 표 1에서와 같이 정식화하였다.

표 1 제약조건

		설계 제약 조건	기호설명
바 다 판 최 적 설 계 단 계	휨 모멘트	$G_1 = M_u / \phi Mn - 1 \leq 0$	M_n : 공칭모멘트, M_u : 계수모멘트 ϕ : 강도감소계수
	최대 철근비	$G_2 = \rho / \rho_{max} - 1 \leq 0$	ρ : 사용철근비, $\rho_{max} = 0.85 \times 0.75 \times \beta_1 \cdot (\frac{f_{ck}}{f_y}) \cdot (\frac{6000}{6000 + f_y})$
	최소 철근비	$G_3 = 1 - \rho / \rho_{min} \leq 0$	ρ : 사용철근비, $\rho_{min} = \frac{0.8\sqrt{f_{ck}}}{f_y} \times b_w d \leq \frac{14}{f_y}$
	단면 최소두께	$G_4 = t_{i_{min}} - t_i \leq 0$	t_i : 사용 단면 치수, $t_{i_{min}}$: 최소 단면 치수, ($i=1, \dots, 3$)
주 형 최 적 설 계 단 계	최대 압축응력	$G_5 = f_c / f_{ca} - 1 \leq 0$	f_c : 압축응력, f_{ca} : 허용 압축응력
	최대 인장응력	$G_6 = f_t / f_{ta} - 1 \leq 0$	f_t : 인장응력, f_{ta} : 허용 인장응력
	최소 강재량	$G_7 = 1 - P_s / P_{s_{min}} \leq 0$	P_s : 사용 강재량, $P_{s_{min}}$: 최소 사용 강재량
	최대 강재량	$G_8 = P_s / P_{s_{max}} - 1 \leq 0$	P_s : 사용 강재량, $P_{s_{max}}$: 최대 사용 강재량
	단면 최소두께	$G_9 = t_{i_{min}} - t_i \leq 0$	t_i : 사용 단면 치수, $t_{i_{min}}$: 최소 단면 치수, ($i=1, \dots, 3$)

3. PSC 박스거더교량의 최적설계 알고리즘 및 재해석기법

3.1 재해석기법

PSC 박스거더교량과 같은 대형구조물의 최적설계에서는 많은 수의 하중 조건과 여러 시방규준으로 이루어진 제약조건을 만족해야 하는데, 이러한 제약조건은 부등제약조건식으로 표현되며 대부분의 제약조건이 구조해석을 필요로 하는 음함수(Implicit Function)로 표현되어 있다. 또한 PSC 박스거더교량을 최적설계하기 위해선 단면이 변할 때마다 구조해석을 수행해야 하기 때문에, 상당히 많은 설계시간과 계산비용이 소요된다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 문제점의 해결방안으로 다음과 같은 근사식을 제안하였다. 이 근사식들은 PSC 박스거더교량의 단면변화와 Ps 강재량의 변화에 PSC 박스거더교량의 구조거동이 상당히 지배적이라는 고찰을 통해 산출되었다. 또한 알고리즘의 효율성을 위해서 바

다판 최적설계 단계와 주형 최적설계 단계로 나누어 최적설계를 수행하게 되는데, 우선 바닥판 최적설계 단계에서는 응력 재해석기법을 사용한다. 그리고 주형 최적설계 단계에서는 정확성이 뛰어난 자동 미분(Automatic Differential)¹⁾을 이용하여 PSC 박스거더교량의 단면 변화에 따른 사하중 모멘트에 대한 설계민감도를 구한다. 그리고 Ps 강재량의 변화에 따른 설계민감도와 크리프 및 건조수축에 대한 설계민감도를 다음 식 4 ~ 8과 같이 구하여 재해석기법으로 사용하였다.

$$f = f_l + f_d + f_{cs} + f_{A_{ps}} + f_{M_{ps}} \quad (3)$$

$$f_d \approx f_d^* + \frac{\nabla M_d^*}{S}(x - x^*) \quad (4)$$

$$f_{A_{ps}} \approx \frac{A_{ps}}{A_{ps}^*} \cdot \frac{P^*}{A} \quad (5)$$

$$f_{M_{ps}} \approx \frac{A_{ps}}{A_{ps}^*} \cdot \frac{M_{ps}^*}{S} \quad (6)$$

$$f_{cs} \approx f_{cs}^* + \nabla f_{cs}^*(A_{ps} - A_{ps}^*) \quad (7)$$

$$f_l \approx f_l^* + \frac{M_l^*(S^* - S)}{S S^*} \quad (8)$$

여기서,

f : 전체 응력 (t/m^2); f_l : 활하중에 의한 응력 (t/m^2); f_d : 사하중에 의한 응력 (t/m^2); $f_{A_{ps}}$: Ps 강재의 압축력에 의한 응력 (t/m^2); $f_{M_{ps}}$: Ps 강재에 의한 2차 응력 (t/m^2); f_{cs} : 크리프 및 건조수축 응력 (t/m^2); A_{ps} : 다음 설계점에서의 텐던량 (m^2); A_{ps}^* : 기 설계점에서의 텐던량 (m^2); A : 단면적 (m^2); x : 다음 설계점에서의 단면치수 (m); x^* : 기 설계점에서의 단면치수 (m); S : 다음 설계점에서의 단면계수 (m^3); S^* : 기 설계점에서의 단면계수 (m^3); ∇f_{cs}^* : 크리프 및 건조수축 응력에 대한 민감도; ∇M_d^* : 사하중 모멘트에 대한 민감도; M_l^* : 기 설계점에서의 활하중 모멘트 ($t \cdot m$); M_{ps}^* : 기 설계점에서의 강재에 의한 모멘트 ($t \cdot m$)

3.2 최적설계 알고리즘

PSC 박스거더교량의 최적설계에는 상당히 많은 제약조건과 하중조건 때문에 많은 계산비용이 소요되었다. 또한 기존 최적설계 알고리즘을 보면 많은 가정하에 비경제적이고 비효율적인 최적설계를 수행하였다. 따라서 본 연구에서는 보다 효율적이고 경제적인 최적설계를 가능하게 할 수 있는 구조적 거동 분석을 통한 근사해석기법을 사용한 최적설계 알고리즘을 다음 그림 2와 같이 제안하였다. 본 최적화 알고리즘에 사용한 최적화 기법으로는 신뢰성면에서 우수한 ALM(Augmented Lagrange Multiplier Method)방법과 BFGS(Broydon-Fletcher-Goldforb-Shanno) 방법을 사용하였다. 또한 선택색은 Golden Section Method를 사용하였다. 이와 같은 알고리즘은 국부 최적화기법들을 부프로그램으로 형성하고 있는 ADS(Automated Design Synthesis)²⁾[G. N. Vanderplaats :1985]를 이용하여 수행하였고, 바닥판 최적설계단계와 주형최적설계단계의 구조해석기로는 상용프로그램인 SAP90 과 RM-SPACEFRAME⁵⁾을 사용하여 보다 신뢰적인 최적설계를 수행하였다.

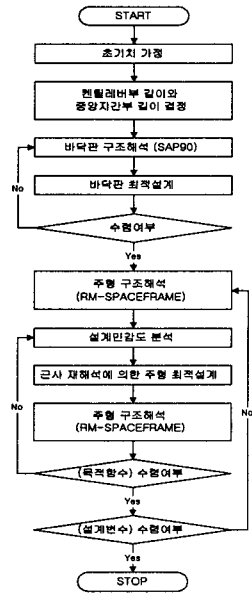


그림 2 제안한 알고리즘

4. 적용에 및 고찰

본 연구에서 새로 제안한 근사해석기법을 이용한 최적설계 알고리즘의 효율성과 신뢰성을 입증하기 위해 대상구조물을 선정하여 최적설계를 수행하였다.

4.1 대상구조물의 일반사항

대상구조물로는 그림 4와 5에서 나타나 있는 3경간 연속 PSC 박스거더교(3@50=150m)로 정하였고, 표 2에서 나타낸 바와 같이 일반적으로 사용하고 있는 제원을 사용하였다.

표 2 대상구조물 제원

구 분	대상교량
교량형식	3경간 연속 PSC 박스거더교
교 장	50+50+50 = 150m
교 폭	12.150m
박스높이	3m

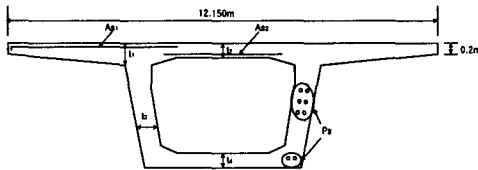


그림 3 횡단면도

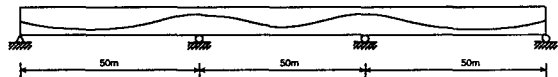


그림 4 종단면도

4.2 결과 및 분석

기존 알고리즘에 의한 최적설계와 본 연구에서 제안한 알고리즘에 의한 최적설계의 결과를 표 3과 그림 5에 나타내었다.

표 3 최적설계 결과

구 분	초 기 값	일반적인 알고리즘	제안한 알고리즘	
바닥판 최적설계	켄틸레버부 두께 (m)	0.45	0.40	0.40
	상부플랜지 두께 (m)	0.25	0.20	0.20
	켄틸레버부 철근량 (m^2)	40.0	49.54	49.54
	상부플랜지 철근량 (m^2)	30.0	37.23	37.23
주형 최적설계	상부플랜지 두께 (m)	0.20	0.20	0.20
	복부 두께 (m)	0.50	0.50	0.50
	하부플랜지 두께 (m)	0.20	0.20	0.20
	Ps 강제량 (m^2)	0.00178	0.00125	0.00122
목적함수	12012.67	11028.80	11026.70	
구조해석수	-	280	10	

그림 5에 나타낸 바와 같이 최적설계 수행 후 초기치 변화(80%, 100%, 120%)에 따른 목적함수값이 11028.80에 일정하게 수렴하였다. 이는 새로운 알고리즘을 이용한 최적설계 해의 안정성을 보장한다고 판단된다. 그리고 표 3에서 일반적인 알고리즘을 이용한 최적설계와 새로 제안한 알고리즘을 이용한 최적설계와의 목적함수값의 차이가 0.02% 였는데, 이는 상대허용오차인 1% 안에 수렴하는 것으로 보아 본 연구에서 제안한 알고리즘의 신뢰성을 확인할 수 있었다. 또한, 구조해석수에 있어서 일반적인 알고리즘을 이용한 최적설계의 구조해석횟수가 280회인데 반해 새로 제안한 알고리즘을 이용한 최적설계에서는 구조해석횟수가 10회였다. 따라서, 본 연구에서 제안한 최적설계 알고리즘은 일반적인 최

적설계 알고리즘에 비해 효율적이고 신뢰성이 높다는 것을 수치예제를 통해 검증할 수가 있었다.

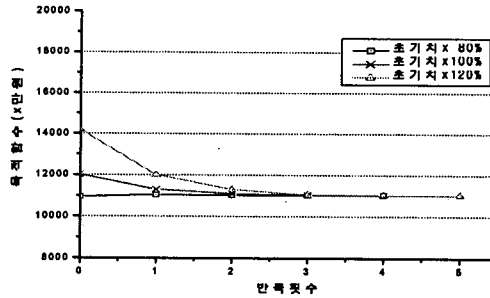


그림 5 새로운 알고리즘을 이용한 초기치 변화에 따른 목적함수

5. 결론

실제 PSC 박스거더교량의 최적설계에는 복잡한 하중조건과 무수히 많은 제약조건을 고려하여야 하지만, 상당히 많은 구조해석과 계산비용이 소요되어 효과적인 최적설계를 할 수가 없다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 PSC 박스거더교량의 실구조물에 대한 최적설계시 고려해야 하는 수많은 제약조건에 대해 보다 효율적으로 최적설계를 하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 본 연구에서 제안한 최적설계 알고리즘은 PSC 박스거더교량의 구조거동 특성 분석을 기반으로 근사해석기법을 사용하였다. 또한, 3경간 PSC 박스거더교량의 수치예제를 통하여 최적설계에서 수행되는 구조해석수를 기존의 알고리즘과 새로운 알고리즘과의 비교를 통해 알고리즘의 효율성을 검증하였고, 서로 다른 초기치에 대해 각각의 목적함수가 어떤 일정한 값으로 수렴함으로써 알고리즘의 신뢰성을 검증하였다. 따라서, 규모가 크고 복잡한 실구조물에 본 연구에서 제안한 알고리즘을 적용한다면, 보다 효율적인 최적설계를 수행할 것이라 예상된다.

※ 참고문헌

- 1) Bichof, C., Carle, A., Corliss, G., Griewank, A., and Hovland, P.(1992). "ADIFOR-generating derivative codes from FORTRAN 77 programs." Scientific Programming, 1(1), 11-29.
- 2) Garret N. Vanderplaats, ADS: A FORTRAN Program for Automated Design Synthesis, Engineering Design Optimization, Inc., Santa Barbara, California.
- 3) M. A. Utrilla and A. Samartin, Optimized design of the prestress in continuous bridge decks, Computers & Structures, Volume 64, Issues 1-4, 8 July 1997, Pages 719-728
- 4) Templeman, A. B. and Winterbottom, S. K., Optimum design of concrete cellular spine beam bridge decks, Proc. Instn. Civ. Engrs. Parr 2, June 1979, 67.
- 5) TDV(1998), RM-SPACEFRAME manual
- 6) U. Kirsch, Two-level optimization of prestressed structures, Engineering Structures, Volume 19, Issue 4, April 1997, Pages 309-317
- 7) 건설교통부(1999), 콘크리트 구조설계기준
- 8) 한국도로교통협회(2000), 도로교 설계기준
- 9) 한국도로공사(1996), 도로설계 실무편람