

효율적인 파선추적을 위한 파선코드 자동 생성에 관한 연구 Automatic ray-code generation for efficient ray tracing

이희일* 조창수* 박정호*
Lee, Hee-Il Cho, Chang-Soo Park Jung-Ho

ABSTRACT

In constructing a synthetic seismogram using ray-tracing method a suite of ray-code is required to obtain a realistic seismogram which is similar to the actual seismogram or earthquake record under consideration. An infinite number of rays exist for any arbitrarily located source and receiver. One select only a finite number of such rays in computing a synthetic seismogram, so their selection becomes important to the validity of the seismogram being generated. Missing certain important rays or an inappropriate selection of ray-codes in tracing rays may result in wrong interpretation of the earthquake record or seismogram. Automatic ray-code generation will eliminate such problems. In this study we have developed an efficient algorithm with which one can generate systematically all the ray-codes connecting source and receiver arbitrarily located. The result of this work will be helpful in analysing multiple reflections in seismic data processing as well as simulating Lg wave and multiply reflected or converted phases in earthquake study.

1. 서론

파선추적법(ray tracing)은 유한차분법이나 유한요소법과 같이 파동방정식의 모든 해를 직접 구하는 방법에 비해 계산시간이 빠를 뿐 아니라 실제파의 전파경로를 각 phase별로 계산할 수 있는 장점이 있어 지진연구나 탄성파탐사 특히 탄성파 토모그래피 연구분야에서 많이 사용되고 있다. 그러나 파선추적법을 이용하여 실제 지진기록과 유사한 합성탄성파기록(synthetic seismogram)을 작성하기 위해서는 지진기록상에 나타난 각 phase에 대한 진원으로부터 수진점까지의 전파경로를 하나 하나 지정해 주어야만 하는 단점이 있다. 진원에서 발생한 지진파는 지층 경계면에서 일어나는 반사, 굴절 그리고 모드변환에 의해 무수히 많은 경로를 거쳐 수진기에 도달하게 되는데, 이 모든 전파경로를 일일이 지정하는 것은 굉장히 번거로운 뿐만 아니라 경우에 따라서는 지진기록을 해석하는 데 오류를 일으킬 가능성이 매우 높다. 따라서 파선추적법을 이용하여 효율적으로 합성탄성파기록을 계산하기 위해서는 주어진 진원지와 수진점을 잇는 모든 전파경로를 빠짐없이 구한 다음에 이 가운데 원하는 특정한 경로만을 선별하여 파선추적을 수행하도록 하는 알고리즘을 개발할 필요가 있다.

이에 관한 연구는 Hron⁽¹⁾에 의해 처음 시도되었는데, 그의 연구에서는 수평다층 구조모델에서 진원과 수진점 모두가 지표에 위치하는 경우만 고려하여 지진과 같이 진원지가 지하의 다른 층에

*한국자원연구소 지진연구센터, 정희원

있는 경우에는 이용할 수가 없었다. 그 후 Vered와 Ben-Menahem⁽²⁾에 의해 진원이 지하에 있는 경우에 대해서도 파선코드를 자동으로 계산할 수 있는 방법이 고안되었으며, Engelkemeir⁽³⁾는 수신점과 진원 모두가 지하의 같은 층에 있는 경우에도 적용할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.

본 연구에서는 이들 연구를 보다 확장하여 지층이 수평층이 아니고 수신점과 진원이 서로 다른 지층에 있는 경우에도 진원과 수신점을 연결하는 모든 파선경로에 대한 코드를 자동으로 작성할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.

2. 파선코드 생성 알고리즘

2.1. 기본 원리(Hron's approach) : 수평다층의 경우

그림 1과 같이 n개의 수평층으로 이루어진 지층모델에 대해 각 지층에 일련 번호를 부여하여 진원으로부터 수신점까지의 전파경로를 지층번호의 집합으로 나타낸 것을 파선코드(ray-code)라 하는데, 종파는 양수로 횡파는 음수로 나타냄으로써 특정한 전파경로를 수학적으로 표현할 수 있다. 즉 그림에서 여덟 개의 파선 선분(ray segment)으로 이루어진 파선경로는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\{8:1, -2, -2, 2, 3, -3, -2, -1\}.$$

그림에서 진원과 수신점이 지표에 있는 경우에는 각 지층을 통과하는 파선 선분의 개수는 항상 짝수임을 알 수 있다. 여기서 전파경로는 다르지만 전파시간이 같은 kinematic analog와 전파경로는 다르지만 진폭이 같은 dynamic analog개념을 도입하면 좀 더 체계적으로 파선코드를 구성할 수 있다. 그림 2에서 모드변환을 고려하지 않는다면 3개의 파선은 그 경로는 서로 다르지만 전파시간은 같은 것을 알 수 있는데 이와 같은 파선들을 kinematic analog그룹이라 하며, 그림 2-(b)의 2개의 파선은 경로는 다르지만 같은 경계면에서 투과와 반사가 같은 횡수만큼 일어나기 때문에 진폭이 서로 같은 것을 알 수 있다. 이와 같은 파선들을 dynamic analog그룹이라 한다.

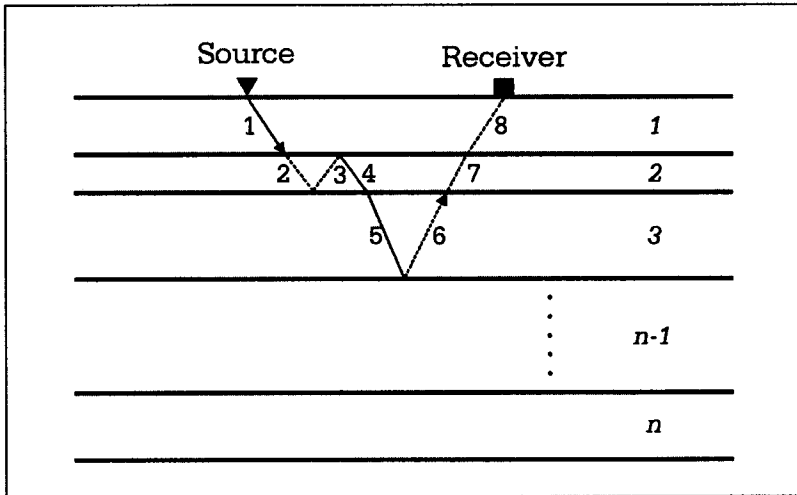


그림 1. 파선코드의 정의. 진원과 수신점을 잇는 전파경로를 수학적으로 지층 번호의 집합으로 나타낸 것을 파선코드라 하며, 그림에서 실선은 종파를 점선은 횡파를 의미한다.

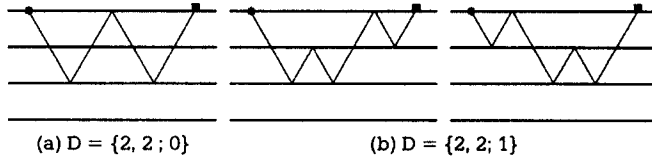


그림 2. kinematic analog의 예. 그림에서 3개의 서로 다른 파선들은 경로는 다르지만 전파시간은 같은 데 이와 같은 파선들을 kinematic analog그룹이라 하며, (b)와 같이 전파경로는 다르지만 진폭이 같은 파선들을 dynamic analog그룹이라 한다.

Kinematic analog

파선 선분의 개수가 $2n$ 이고 가장 깊이 통과하는 지층번호를 J 라 할 때 이 전파경로에 대한 kinematic analog는 원소의 개수가 J 인 다음과 같은 집합으로 표현할 수 있다.

$$K = \{n_1, n_2, n_3, \dots, n_J\}.$$

여기서 n_i 는 i 번째 층을 지나는 파선 선분 개수의 반이며, n_i 의 합은 n 이다. 이는 수학적으로 주어진 정수 n 의 구성(composition) - 각 원소의 합이 n 이 되는 양의 정수의 집합 -을 의미하며, 정수 n 에 대한 서로 다른 구성은 총 $2^{(n-1)}$ 개가 있다(Lehmer⁽⁴⁾). 예를 들면, 파선 선분의 개수가 8 ($n = 4$)인 파선경로에 대한 kinematic analog는 다음과 같이 서로 다른 8종류가 있음을 알 수 있다(그림 3.).

$$\{4\}, \{3, 1\}, \{2, 2\}, \{2, 1, 1\}, \{1, 2, 1\}, \{1, 1, 2\}, \{1, 1, 1, 1\}.$$

따라서 파선 선분의 개수 ($2n$)와 파선이 가장 깊이 통과하는 지층번호(J)로부터 최대 원소의 개수가 J 가 되는 n 의 모든 구성을 계산함으로써 모든 kinematic analog 그룹을 산출할 수 있다. 또한 각 kinematic analog 그룹에 속한 서로 다른 파선경로의 개수는 다음의 식에 의해 계산할 수 있다(Hron⁽¹⁾).

$$N_K(n_1, n_2, \dots, n_J) = \prod_{i=1}^{J-1} C_{n_i, n_{i+1}}^{n_i + n_{i+1} - 1}, \quad J \geq 2. \quad (1)$$

$J = 1$ 인 경우에는 오직 한 가지의 kinematic analog만이 존재한다. 그림 2의 경우 위 식을 이용하여 계산하면 $K\{2, 2\}$ 인 kinematic analog에 속하는 파선경로는 그림에 나타낸 바와 같이 서로 다른 3가지가 있음을 알 수 있다.

Dynamic analog

그림 2에서 본 바와 같이 특정한 kinematic analog에는 전파시간은 같지만 진폭이 서로 다른 2가지 이상의 서로 다른 파선경로그룹이 존재하는 것을 알 수 있다. 이들 그룹은 각 지층 경계면의 상부에서 일어나는 반사횟수에 의해 결정되며, 이를 dynamic analog라 한다. 즉, 주어진 kinematic analog $K = \{n_1, n_2, n_3, \dots, n_J\}$ 에서 각 층의 경계면에서 일어날 수 있는 반사횟수 (m_i)는 파선경로의 연속성에 의해 다음과 같은 관계식에 의해 결정된다.

$$\max(0, n_i - n_{i+1}) \leq m_i \leq n_i - 1, \quad 1 \leq i \leq J-1. \quad (2)$$

따라서 경계면 i 에서 일어날 수 있는 반사횟수와 경계면 상·하부를 지나는 파선 선분의 개수로 부터 주어진 kinematic analog에 속하는 모든 dynamic analog들을 유일하게 결정할 수 있으며

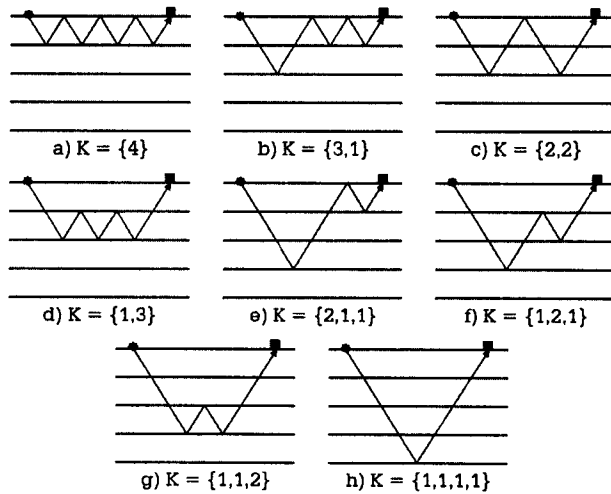


그림 3. 8개의 파선 선분으로 최대 3층까지 통과하는 경우에 각 kinematic analog에 속하는 대표적인 파선경로.

일반적으로 다음과 같이 나타낸다.

$$D = \{n_1, n_2, \dots, n_j ; m_1, m_2, \dots, m_{j-1}\}.$$

또한 주어진 kinematic analog로부터 파생되는 dynamic analog의 개수와 각 dynamic analog 그룹에 속하는 파선경로의 개수는 조합이론을 이용하여 각각 다음의 관계식에 의해 계산할 수 있다.

$$K_{N_d} = \prod_{i=1}^{j-1} \max(i) - \min(i) + 1, \quad (3)$$

$$N_d\{n_1, n_2, \dots, n_j ; m_1, m_2, \dots, m_{j-1}\} = \prod_{i=1}^{j-1} C_{m_i}^{n_i} C_{n_i - m_i - 1}^{n_{i+1} - 1}, \quad (4)$$

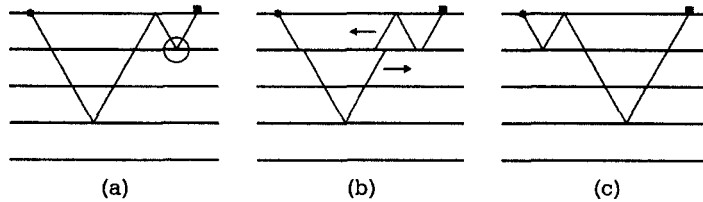
여기서 $\max(i)$, $\min(i)$ 는 각각 (2)식으로부터 계산되는 경계면 i 에서 일어날 수 있는 최대, 최소 반사횟수의 값이다. 따라서 예를 들면 kinematic analog $K = \{3, 3\}$ 에 속하는 dynamic analog 그룹 $D = \{3, 3 ; 1\}$ 에는 (4)식으로부터 총 $6 (= C_1^3 C_2^3)$ 개의 서로 다른 파선경로가 존재함을 알 수 있으며, 이 kinematic analog에 속하는 dynamic analog 그룹은 $D = \{3, 3 ; 1\}$ 외에도 $D = \{3, 3 ; 0\}$, $D = \{3, 3 ; 2\}$ 두 개가 더 있음을 쉽게 알 수 있다.

Hron이 그의 연구에서 이와 같은 kinematic analog와 dynamic analog의 개념을 도입한 가장 큰 이유는 수평다층 구조모델에 대해 합성탄성파기록을 계산할 때, 모든 파선경로에 대해 반응을 계산하는 대신에 각 dynamic analog에 속하는 대표적인 파선에 대해 전파시간과 진폭을 계산한 다음 그 그룹에 속하는 파선경로의 개수를 곱함으로써 실제 진폭을 쉽게 계산하고자 함이었다. 그러나 본 연구에서와 같이 지층이 수평이 아닌 경우에는 각 dynamic analog 그룹에 속하는 모든 파선경로에 대한 코드를 작성해 주어야 한다.

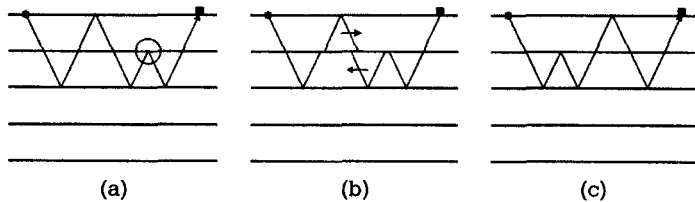
자동 파선코드 생성

특정한 dynamic analog에 속하는 대표적인 파선경로로부터 이 그룹에 속하는 모든 파선경로를 구하는 과정은 그림을 통해 쉽게 이해할 수 있다. 첫 번째 경우는 지층 경계면 상부에서 반사가 일어나는 경우로 그림 4.는 주어진 파선경로 (a)로부터 새로운 파선경로 (c)를 생성하는 과정을 나

타낸 것이다. 즉, 그림 4.의 상부에서 (a)의 원으로 표시된 반사점과 지층경계면 하부에 있는 부분을 절단하여 절단된 부분을 서로 이동시켜 각각의 절단점에 연결함으로써 동일한 dynamic analog에 속하는 새로운 파선경로를 생성할 수 있다. 또 다른 경우는 지층 경계면의 하부에서 반사가 일어나는 경우로 그림 4.의 하부에서 앞서 설명한 바와 마찬가지로 (c)의 원으로 표시된 부분과 지층상부에 있는 부분을 절단하여 절단된 부분을 서로 이동시켜 각각의 절단점에 연결함으로써 새로운 파선경로 (c)를 생성할 수 있다.



(a) (b) (c)
First type of operation for ray cutting and reassembly



(a) (b) (c)
Second type of operation for ray cutting and reassembly

그림 4. 특정한 dynamic analog에 속하는 대표적인 파선경로로부터 동일한 그룹에 있는 새로운 파선경로를 생성하는 과정.

그림 5.는 dynamic analog $D = \{3, 3 ; 1\}$ 의 경우에 이 그룹에 속하는 6개의 서로 다른 전파 경로를 앞서 설명한 방법을 이용하여 순차적으로 생성하는 과정을 나타낸 것이다.

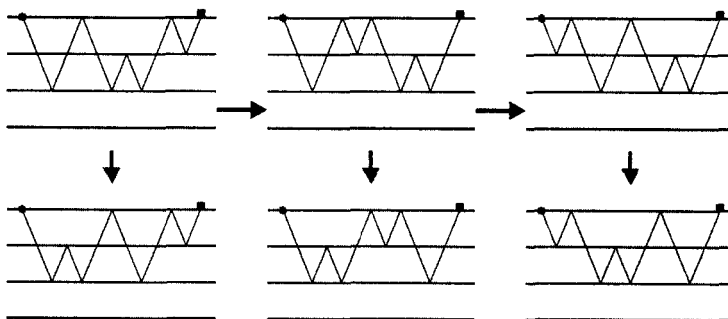


그림 5. Dynamic analog $D = \{3, 3 ; 1\}$ 에 속하는 대표적인 파선코드 $\{12:1,2,2,1,1,2,2,2,1,1,1\}$ 로부터 나머지 5개의 서로 다른 파선 경로를 생성하는 과정.

따라서 최대 파선 선분의 개수와 가장 깊이 통과하는 층 번호가 주어지면 진원과 수신점을 연결하는 모든 파선 경로에 대한 코드를 지금까지 설명한 방법을 이용하여 중복되거나 빠짐없이 계산할 수 있다. 다음은 최대 파선 선분의 개수가 N , 이고, 지층경계면 J 까지 전파하는 모든 파선경로에 대한 파선코드를 자동 생성하는 알고리즘을 요약한 것이다.

For $i = 1, 2, \dots, N_s/2$

- (1) Find the all the kinematic analog, i.e., composition of i
- (2) Find the dynamic analog for every kinematic analog using equation (3)
- (3) Carry out cutting and reassembly operation as explained in figure 4

2.2. 진원 또는 수진기가 지층 내에 있는 경우

진원이 지표에 있는 경우와는 달리 수직탄성파탐사나 지진과 같이 진원이 지층 내부에 있는 경우에는 상향파와 하향으로 전파되다가 하부의 지층경계면에서 반사된 다음 상향 전파되는 두 종류의 파가 존재한다. 이 경우에도 앞서 설명한 방법을 이용하여 수진기에 도달하는 모든 파선 경로의 코드를 간단하게 작성할 수 있다. 본 논문에서는 편의상 진원이 지표에 있고 수진기가 지층 내부에 있는 것으로 가정하고 서술하고자 한다.

그림 6에서 반무한공간을 포함하여 5개의 지층으로 이루어진 모델에서 최대 파선 선분의 개수가 8인 경우에 총 $22(=1+2+5+14)$ 개의 서로 다른 파선경로가 있음을 알 수 있다(그림 6-a,b,c,d). 그런데 여기서 흥미로운 점은 앞서 설명한 파선코드 생성법이 그림의 왼쪽에 있는 진원으로부터 오른쪽에 있는 수진기까지 파선과 지층경계면의 교차점들을 순차적으로 조합하는 것임을 알 수 있다. 따라서 그림의 예와 같이 수진기가 두 번째 층에 있는 경우(그림에서 까만 원) 앞서 설명한 방법에 의해 작성한 파선코드 가운데 끝에서 2번째 또는 3번째 원소가 2인 코드들만을 골라 파선코드의 마지막 1 또는 2개의 원소를 제거함으로써 원하는 파선코드를 생성할 수 있다. 일반적으로 수진기가 있는 지층번호를 L_r 이라 할 때, 진원과 수진기가 모두 지표에 있는 경우에 작성한 파선코드들 가운데 끝에서부터 $L_r - 2$ 또는 $L_r - 3$ 번째 원소가 L_r 인 코드들만 선택하여 $L_r - 1$ 또는 $L_r - 2$ 개의 원소를 잘라버림으로써 모든 파선코드를 중복되거나 빠짐없이 생성할 수 있다. 이 경우에 제거된 개수만큼 파선코드의 원소의 수가 줄어들기 때문에 이를 보상하기 위하여 줄어드는 원소 개수만큼 최대 파선 선분의 개수를 증가시킨 경우까지 고려함으로써 주어진 조건을 만족하는 모든 파선코드를 생성할 수 있다(그림 6-e).

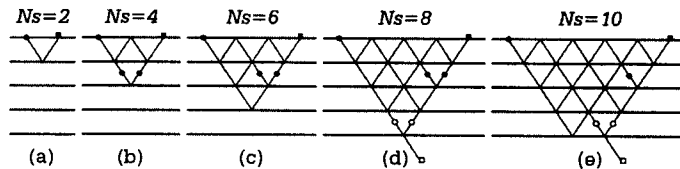


그림 6. 진원과 수진기 지표에 있는 경우의 파선경로들로부터 수진기가 지층내부에 있는 경우의 파선코드를 생성하는 과정을 도식적으로 나타낸 그림.

한편 수진기가 반무한공간에 있는 경우에는 그림 6-d,e와 같이 마지막 경계면에서 반사가 일어나는 파선코드(그림 6에서 속이 빈 원)만을 선별하여 $L_r - 1$ 개의 원소를 제거한 후 값이 L_r 인 원소(그림 6-d,e에서 속이 사각형)를 추가함으로써 조건에 맞는 파선코드를 생성할 수 있다. 이와 같은 방법으로 모든 파선코드를 작성한 후 파선코드의 원소들을 거꾸로 재배열함으로써 최종적으로 진원이 지층 내부에 있는 경우에도 모든 파선 경로에 대한 코드를 생성할 수 있다.

또한 수진기와 진원이 모두 지층 내부에 있는 경우에도 같은 방법으로 파선코드의 양쪽 부분에 지금까지 설명한 방법을 적용함으로써 조합 가능한 모든 파선코드를 생성할 수 있다. 따라서 본 연구에서 개발된 알고리즘을 이용하면 진원과 수진기의 위치에 관계없이 진원과 수진기를 잇는

모든 파선경로에 대한 코드를 작성할 수 있을 뿐 아니라, 일단 생성된 코드의 부호를 조합 가능한 범위 내에서 바꿔줌으로써 모드변환파에 대한 코드도 쉽게 작성할 수 있다.

3. 파선추적의 예

본 연구에서 개발한 알고리즘을 이용하여 작성된 파선코드를 이용하여 3차원 지층모델에 대해 파선추적을 수행하였다. 본 연구에서 사용한 모델은 네 개의 불규칙한 지층으로 구성되어 있으며 모델변수는 표 1과 같다. 파선추적을 위해서는 3차원 굴곡법(bending method)(Lee⁽⁵⁾)을 사용하였다.

표 1. 파선추적에 사용한 3차원 지층모델의 변수

Layer	P-velocity(km/s)	S-velocity(km/s)	Density
1	2.0	$V_s = V_p / \sqrt{3}$	$\rho = 1.7 + 0.2 V_p$
2	2.5		
3	2.3		
4	2.7		

그림 7.은 파선추적 결과를 3차원으로 나타낸 것인데, 그림이 복잡해지는 것을 피하기 위해 맨 하부의 지층경계면과 몇 개의 선택한 파선경로만을 나타내었다. 그림에서 (a), (b)는 수진기와 진원이 모두 지표에 있는 통상적인 지표탄성파탐사의 경우이고, (c)는 진원이 제 3층에 있고 수진기는 지표에 있는 지진관측의 경우, 그리고 (d)는 진원과 수진기가 모두 지층 내에 위치하는 탄성파 토모그래피탐사로 가정하고 파선추적을 수행한 결과이다. 파선추적을 수행한 파선 경로에 대한 코드는 각 그림의 하부에 나타내었다. 그림 7.의 예는 진원에서 종파만 발생되고 경계면에서 모드변환은 일어나지 않는 것으로 가정하고 계산한 것이다. 파선 추적 결과 본 연구에서 개발된 알고리즘은 진원이나 수진기의 위치에 관계없이 진원과 수진기를 연결하는 모든 파선 경로에 대한 파선코드를 중복되거나 빠진 것이 없이 체계적으로 생성하는 것을 확인할 수 있었다.

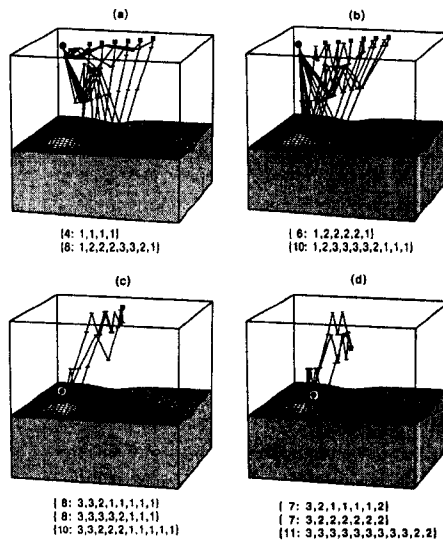


그림 7 자동으로 생성된 파선코드를 이용하여 3차원 지층모델에서 파선추적을 수행한 예.

4. 결론

본 연구에서는 Hron이 개발한 파선코드 자동생성 이론을 더욱 확장하여 지층 경계면이 수평이 아니고 진원과 수진기가 지층 내부의 임의의 곳에 있는 경우에도 진원과 수진기를 연결하는 모든 파선 경로에 대한 코드를 체계적으로 중복되거나 빠진 것이 없이 생성하는 알고리즘을 개발하였다. 본 연구결과를 파선추적법에 적용하면 진원과 수진기를 연결하는 모든 파선에 대한 진폭과 전파시간을 효율적으로 계산할 수 있어 실제 지진기록과 유사한 합성탄성파기록을 얻을 수 있을 것이다. 또한 본 연구 결과는 파선추적법을 이용하여 지진기록 및 탄성파탐사자료를 해석하는데 있어 유용하게 사용될 수 있으며, 특히 다음과 같은 연구분야에 적용할 수 있다.

- 1) Lg파와 같이 다중반사에 의한 phase의 전파경로 규명 및 진폭계산.
- 2) 지진기록을 해석하는데 있어 중요한 phase 구분.
- 3) 분지에서 다중반사에 의한 지진신호의 증폭현상
- 4) 석유탄사를 위한 탄성파탐사에서 다중반사 패턴 규명 및 이를 제거하기 위한 연구.
- 5) 채널파탐사

참고문헌

1. Hron, F.(1972), "Numerical methods of ray generation in multilayered media: Methods in Computational Physics, vol. 12 Seismology: Body Waves and Sources", Academic Press Inc., pp.1-34.
2. Vered M. and Ben-Menahem, A.(1974), "Application of synthetic seismograms to the study of low magnitude earthquakes and crustal structure in the northern Red sea region", Bull. Seis. Soc. Am., v. 64, pp. 1221-1237.
3. Engelkemeir, R.(1979), "Multimode theoretical seismograms using automatic ray generation", M.Sc. thesis, Colorado School of Mines.
4. Lehmer, D. H.(1964), "The machine tools of combinatorics in applied combinatorial mathematics": E. F. Beckenbach, Editor, John Wiley, New York.
5. Lee, H.I.(1990), "3-dimensional ray-tracing and cross-hole tomography", Ph.D. thesis, University of Grenoble, France.