

## 구조물의 모델링 불확실성을 고려한 강인제어실험

### Experimental Study of Robust Control considering Structural Uncertainties

민경원\*

Min, Kyung-Won\*

김성춘\*\*

Kim, Sung-Choon\*\*

황성호\*\*

Hwang, Seong-Ho\*\*

정진욱\*\*

Joung, Jin-Wook\*\*

#### ABSTRACT

It is demanded to find the dynamic model of a real structure to design a controller. However, as the structure has inherently infinite number of degree-of-freedom, it is impossible to obtain an exact dynamic model of the structure. Instead a reduction model with finite degree-of-freedom is used for the design of a controller. So there exists uncertainty between a real model and a reduction model which causes poor performance of control. All these uncertainties can degrade the control performance and even cause the control instability.

Thus, robust control strategy considering the above uncertainties can be an alternative one to guarantee the performance and stability of the control. This study deals with the experimental verification of robust controller design for the active mass driver.  $\mu$ -synthesis technique is employed as a robust control strategy. Some weights are chosen based on the difference between the initial plant with which the controller is designed and the perturbed plant to be controlled having the actuator uncertainty. The robustness of  $\mu$ -synthesis technique is compared with the result of LQG strategy, which does not consider the uncertainty.

#### 1. 서론

능동 제어 기법에서 제어기 설계시 구조물의 동적모델을 구해야 한다. 그러나, 무한차원의 구조물의 정확한 모델을 구하는 것은 거의 불가능하므로 단순하고 유한 차원인 저차원된 모델을 사용하여 제어기를 설계한다. 그러나, 실제 구조물과 저차원된 모델 사이의 오차, 제어기와 구조물의 상호 작용, 측정과 외란 잡음 등의 불확실성으로 인해 능동 제어시 제어성능의 저하가 발생된다. 또한 이러한 모든 불확실성들은 제어 시스템의 성능 저하를 일으키며 불안정성을 발생시킨다.<sup>(1)</sup>

본 연구에서는 AMD가 설치된 3층 건물 모형에 대한 불확실성을 반영하여 강인제어의 성능과 안정성을 실험으로 통하여 분석하였다.<sup>(2)(3)</sup> AMD가 설치된 3층 건물 모형에 대하여 실험으로 동적 모델을 식별하였으며 각종 함수는 제어 성능과 섭동이 포함된 구조물과 가력기 사이의 불확실성에 근거하여 선택되었다. 강인제어 기법인  $\mu$  합성법을 이용하여 제어기를 설계하였으며 불확실성이 고려되지 않는 LQG 기법의 실험 결과를 비교하였다.<sup>(4)</sup>

\* 인천대학교 건축공학과 교수, 정희원

\*\* 인천대학교 건축공학과, 석사과정

## 2. 강인제어 기법

구조물 모델의 불확실성이 반영된 강인 제어기 문제는 그림 1의 상호 연관도로 묘사된다.  $P$ 는 알고 있다고 가정한 공청모델의 전달 함수이고  $K$ 는 설계가 된 제어기이다. 이 시스템은 구조적 불확실성  $\Delta$ 에 의해 섭동이 발생된다.  $w, z, y, u$ 는 각각 외란 입력, 제어 출력, 측정 출력 그리고 제어 입력이다. 제어 시스템에 모든 허용 가능한 섭동에 대하여 강인 성능을 부합하는 제어기  $K$ 가 선택된다. 제어기가 공청모델에 대하여 설계되므로 공청 폐회로 시스템은 안정하다고 가정할 수 있다.<sup>(5)</sup>

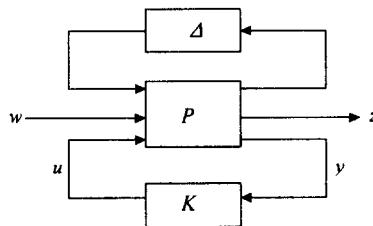


그림 1.  $\mu$  합성법 피드백 시스템

여기서 공청 폐회로 시스템  $M(P, K)$ 는  $P$ 와  $K$ 를 결합하여 구하여 안정하다고 가정한다.

이 때 성능 사양과 섭동을 가진 시스템이 강인 성능을 가지기 위한 필요충분 조건은 다음과 같다.

$$\sup_{\omega} \{\mu_{\Delta}[M(j\omega)]\} < 1 \quad (1)$$

여기서  $\sup$ 는 상한치(supremum),  $\mu_{\Delta}$ 는 전달함수  $M$ 에 대한 구조화된 특이치이며 시스템 루프 전달함수의  $\infty$ -노이 1보다 작으면 시스템이 내부 안정하고 됨을 의미한다.

$\mu$  합성법은 이러한 최대 구조화된 특이치를 최소화하는 과정을 말하며 제어기 설계는 다음의 비용함수를 최소화하는 것이라 볼 수 있다.

$$J = \sup_{\omega} \{\mu_{\Delta}[M(j\omega)]\} \quad (2)$$

그러나, 비용함수를 직접 최소화하는 것이 매우 어렵기 때문에 하나의 대안으로 다음의 구조화된 특이치의 상한치를 최소화하게 만든다.

$$J = \sup_{\omega} \min_{\{d_1, d_2, \dots, d_p\}} \bar{\sigma}[D(j\omega)M(j\omega)D^{-1}(j\omega)] \quad (3)$$

여기서  $\bar{\sigma}$ 는 최대 특이치이며 대각 스케일링 행렬  $D(j\omega)$ 은 주파수에 따라 달라진다. 식 (3)의 비용함수는  $D-K$  반복 사용에 의해 최적의 제어기를 찾는다. 본 논문에서는  $D-K$  반복 알고리듬의 자세한 내용은 생략하기로 한다.<sup>(3),(6)</sup>

## 3. 실험 시스템

본 실험 모델은 그림 2 와 같은 3 층 건물의 최상층에 AMD를 설치한 모델이며 AMD의 이동 질량체의 관성력으로 건물의 제어력을 가하게 된다. 산정된 제어력을 정확히 구현하기 위해서는

AC 서보모터의 회전에 따라 AMD의 이동질량체가 움직여야 된다. 신호처리 보드에서 모터 컨트롤러로 신호를 보내 모터의 회전운동 제어를 하게 된다. 토크성능이 뛰어나며 고속회전이 용이하고 제어성능이 좋은 영국 Parker Motion & Control 사의 AC 서보 모터를 이용하였다.

AMD를 구동시키기 위하여 모터 드라이버에 보내야 할 신호가 아날로그 신호이므로 컴퓨터에서 계산된 디지털 신호를 아날로그 신호로 바꾸기 위해 D/A 보드를 사용하여야 하며, 이와 반대로 가속도계에서 측정된 건물 응답의 아날로그 신호를 컴퓨터가 처리할 수 있도록 A/D 보드를 사용하여 신호를 이산화시켜야 한다. 본 연구에서 사용한 A/D 및 D/A B 보드는 미국 National Instruments 사 제품이며 모델명은 AT-MIO-16-E2이다. 최대 샘플링 속도는 100kHz이며 실험에서는 축소된 건물 모델의 주된 주파수 대역이 저주파수임으로 이를 잘 표현하는 50Hz로 하였다.<sup>(7),(8)</sup>

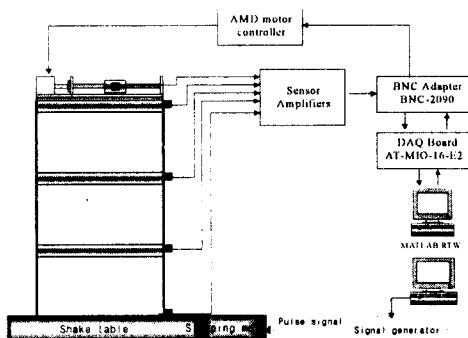


그림 2. 실험 모델 구성도



그림 3. 실험 모델

#### 4. 가중 함수 모델

제어기 설계를 위해서는 우선 제어 대상이 되는 플랜트와 제어기에 요구되는 가중 함수를 명확히 하여야 하며 제어기 설계를 위한 기본 구조에 포함시켜야 한다. 다음 그림 4은 제어기 설계를 위한 불확실성 모델이 포함된 블록 다이어그램이다. 플랜트는 건물 모델과 AMD를 비롯하여 제어기의 성능을 향상시키기 위한 여러 가지 가중 함수를 포함하고 있으며, 섭동  $\Delta$ 와 제어기  $K$ 는 각각 플랜트와 루프를 형성하고 있다.

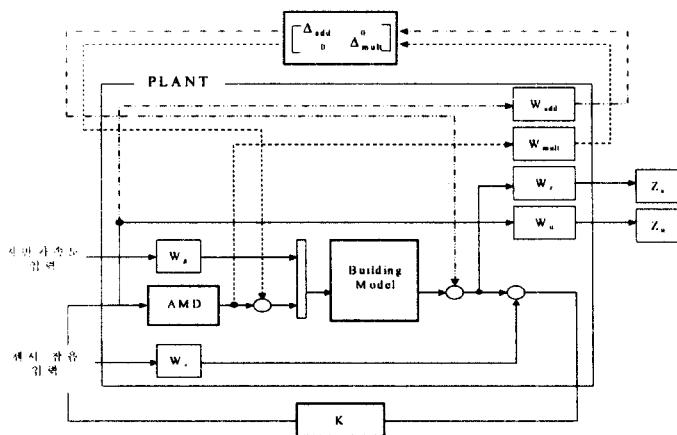


그림 4. 불확실성 플랜트 모델

본 실험에서는 가중 함수 중 외란 입력과 제어 출력에 대한 가중 함수와 불확실성에 대한 적접적인 고려가 가능하도록 불확실성에 대한 가중함수가 플랜트에 추가되었다. 다음 사항들은 가중 함수에 대한 설명이다.<sup>(9)</sup>

- 1) 지진 입력 모델에 관한 가중 함수  $W_g$ 는 건축구조물에 작용하는 지진하중의 주파수 스펙트럼을 나타내며, 건물의 주요 주파수 대역과 일치하도록 모델링하여 Kanai-Tajimi 모델을 사용하였다.

$$W_g = \frac{\sqrt{S_0}(2\zeta_g\omega_g s + \omega_g^2)}{s^2 + 2\zeta_g\omega_g s + \omega_g^2} \quad (4)$$

여기서 사용된 변수는  $S_0 = 2.34$ ,  $\zeta_g = 0.32$ ,  $\omega_g = 19.1 rad/s$ 이다.

센서 잡음에 관한 가중 함수  $W_s$ 은 모든 주파수 대역의 백색 잡음으로 간주하였다. 크기는 센서에서 측정하여 얻은 0.0037g로 선택하였다.

$$W_s = 0.0037 \quad (5)$$

제어 출력 가중 함수  $W_z$ 은 건물모델의 응답이 저주파수 대역에서 크게 발생하므로 제어 에너지를 저주파수 대역에 집중할 필요가 있다. 따라서 건물 모델의 1, 2 차 모드의 고유진동수를 고려하여 다음과 같이 설정하였다.

$$W_z = 1.5 \frac{\sqrt{300}s + 1}{\sqrt{60}s + 1} \quad (6)$$

제어 입력 가중 함수  $W_u$ 는 시스템 식별시 고주파수 대역의 모드는 응답에 대한 영향이 작고 상대적으로 정확한 식별이 어렵기 때문에 시스템의 모델링 과정에서 제외했다. 따라서 이러한 제외된 모드에 대한 제어력의 가진으로 인해 발생되는 스필오버 효과를 방지하기 위해서는 고주파수 대역에 대한 제어력의 사용을 억제할 필요가 있어 다음과 같이 설정하였다.

$$W_u = 0.2 \frac{\sqrt{60}s + 1}{\sqrt{240}s + 1} \quad (7)$$

위 사항에서 언급한 가중 함수는 그림 5과 같다.

- 2) 설계 모델에는 두 개의 불확실성 모델을 포함시켰다. 첫번째로는 덧섭 불확실성 가중 함수  $W_{add}$ 이다. 이 가중 함수는 정확히 표현된 실험 모델의 고차 모드로 인해 얻을 수 있다. 시스템 식별 결과인 AMD와 건물모델을 직렬로 연결하여 구한 해석적인 전달함수와 실험적으로 구한 전달함수 사이의 차이를 보여준다. 제어 입력  $u$ 와 측정치  $y$ 사이의 불확실성 모델  $W_{add}$ 은 다음 그림 6과 같은 형태의 전달함수로 가정하였다.

$$W_{add} = \frac{10s^2 + 20s + 1}{s^2 + 88s + 12100} \quad (8)$$

또한, AMD와 건물모델의 상호작용, 입력에서의 전기 기계적인 오차 등에 의해 발생되는 것으로 5%의 오차를 가정하여 다음과 같이 설정하였다.

$$W_{multi} = 0.05 \quad (9)$$

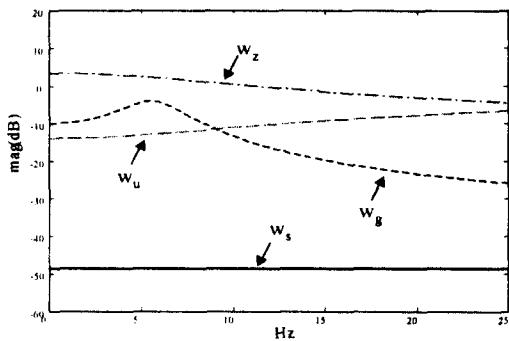


그림 5. 사용된 가중치 함수

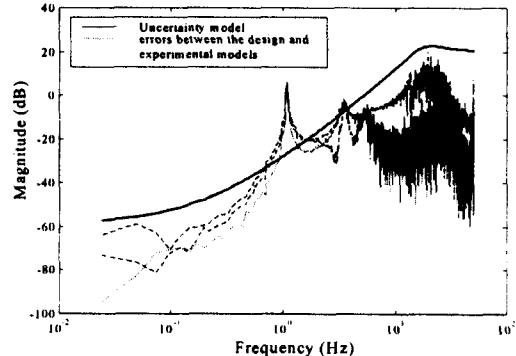


그림 6. 불확실성 모델

## 5. 강인 제어 실험 및 분석

각 제어기는 정확한 구조물의 동적 모델로 제어기를 설계하면 구조물의 변동이 없을 때는 효과적인 제어력을 발휘하여 구조물의 진동을 감소시킬 수 있다. 그러나, 부정확한 구조물의 시스템식별 또는 구조 변경, 일부 부재의 손상 등에 의해 발생되는 구조물의 특성(고유주파수, 감쇠비 등)의 오차로 인해 제어기 설계에 불확실성 섭동으로 제어시스템 안정성의 문제점을 가질 수 있다. 본 실험에서는 이러한 불확실성 섭동에 대한 능동 제어시스템의 안정성을 각각 살펴보았다.

그림 2 와 같은 3 층 건물 모델의 1, 2 층 슬래브 질량을 제거하여 진동수와 감쇠비 등의 변화를 유발시켜 오차가 있는 섭동 모델을 구성하였다. 그림 7 과 표 1 은 질량체 제거시 발생되는 건물의 특성을 전달함수로 표현한 것이다.

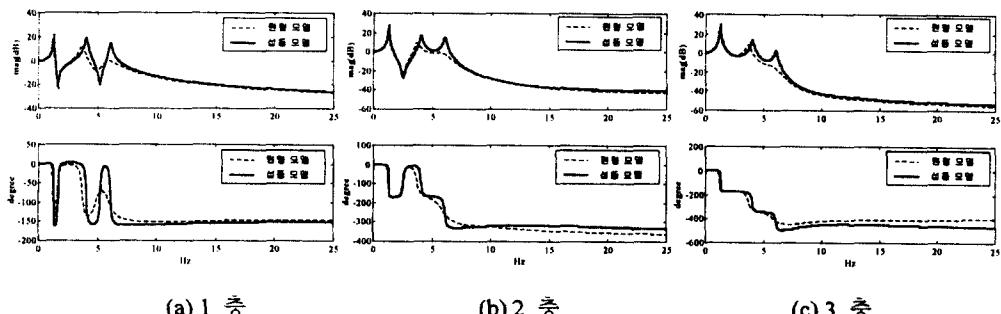


그림 7. 질량체 변화에 따른 구조물의 전달함수

표 1. 변형 전후의 건물의 특성 변화

		1 mode	2 mode	3 mode
원형 모델	고유 진동수	1.23 Hz	3.71 Hz	5.94 Hz
	감쇠비	2.77 %	4.49 %	10.6 %
섭동 모델	고유 진동수	1.29 Hz	4.04 Hz	6.1 Hz
	감쇠비	1.54 %	2.21 %	1.57 %

그림 7과 표 1과 같이 슬래브의 질량 제거에 따른 구조물의 특성이 고주파 대역으로 고유 진동수가 변화하였다. 그림 6과 같이 본 실험 모델은 고주파수 대역의 불확실성 모델이 존재하기 때문에 강인 제어 실험에 적합한 모델로 판단된다.

실험 방법으로는 불확실성을 고려하지 않은 LQG 제어 기법과 고려한  $\mu$  합성법으로 구조물의 변경이 없을 때 제어기를 설계하여 구조물 변경에 따른 제어 응답 비교로 제어 기법의 안정성을 살펴 보았다. 그림 8은 구조물의 변경이 없을 때 구조물의 3층 제어 응답과 전달함수이다. 외란 입력으로는 특정 주파수 대역의 값을 사용하지 않고 건물의 고유 주파수 대역이 저주파임을 고려하여 25Hz 이상 주파수대역이 필터링한 PGA가 0.08g인 랜덤파를 진동대에 발생시켜 불확실성 모델이 표현되게 하였다.

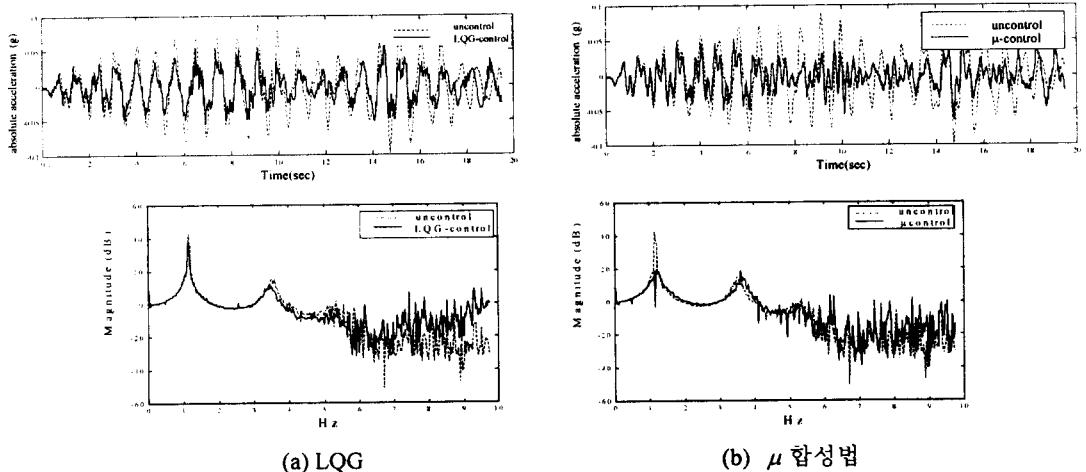


그림 8. 구조물 변경이 없을 때 3층 구조물의 가속도 응답과 전달함수

그리고, 다음 그림 9은 구조물의 변형을 준 후의 3층 구조물의 가속도 응답과 전달함수이다.

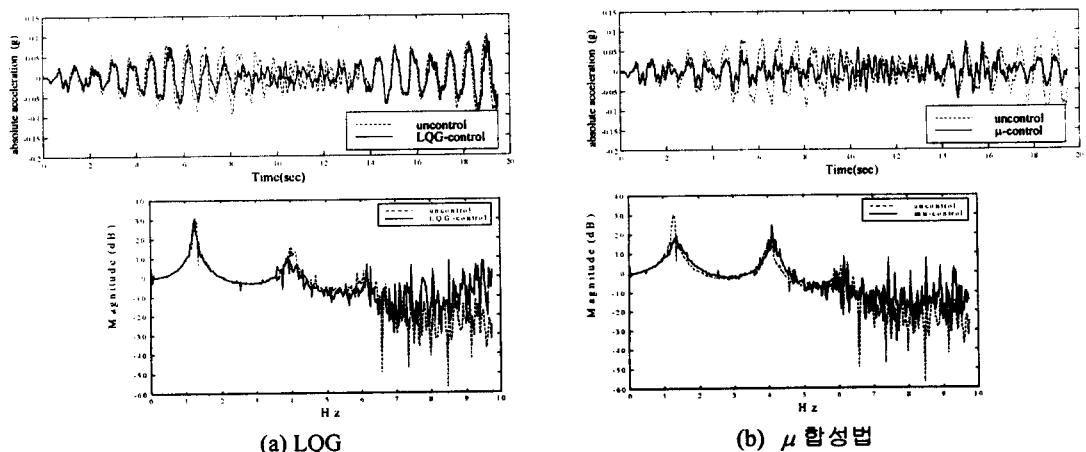


그림 9. 구조물 변경이 있을 때 3층 구조물의 가속도 응답과 전달함수

다음 표 2는 구조물 변형 전후의 제어시와 비제어시의 응답을 비교한 것이다.

표 2. 구조물의 응답 비교

			1 floor	2 floor	3 floor	Control force
비제어시 응답	원형 모델 [g]	Peak value	0.075	0.094	0.098	
		RMS	0.025	0.030	0.035	
	섭동 모델 [g]	Peak value	0.086	0.110	0.104	
		RMS	0.027	0.034	0.041	
LQG 제어 응답	원형 모델 가속도 응답 [g]	Peak value	0.058	0.054	0.057	0.27
		RMS	0.017	0.018	0.021	4.76
		제어율 [%]	77.67	57.22	58.45	
		RMS	69.82	61.56	60.56	
	섭동 모델 가속도 응답 [g]	Peak value	0.059	0.078	0.098	0.30
		RMS	0.020	0.026	0.021	6.06
		제어율 [%]	68.69	70.55	94.10	
		RMS	74.77	76.17	77.06	
	제어율 변화					
$\mu$ 합성법 제어 응답	원형 모델 가속도 응답 [g]	Peak value	0.056	0.055	0.065	0.47
		RMS	0.019	0.016	0.019	9.69
		제어율 [%]	75.07	58.67	66.87	
		RMS	76.25	53.87	52.96	
	섭동 모델 가속도 응답 [g]	Peak value	0.067	0.060	0.071	0.49
		RMS	0.021	0.019	0.021	9.81
		제어율 [%]	77.99	54.36	68.15	
		RMS	77.24	53.87	50.20	
	제어율 변화					

위 그림 8, 9 와 표 2 와 같이 불확실성을 고려한  $\mu$  합성 제어기법은 최대 특이값을 최소화하는 제어기를 설계되므로 구조물의 질량에 따른 특성의 변화에도 건물의 주된 모드인 1차 모드의 크기를 감소시킬 수 있어 불확실성에도 효과적인 제어가 가능하였다. 그러나 LQG 제어기법은 구조물의 변경시 건물의 1차 모드를 제어하지 못하여 건물 3층의 가속도값이 시간이 지날수록 제어 효과가 떨어지는 경향을 나타낸다. 또한, AMD에 입력되는 전압도 구조물의 변화시 오히려 더 커지는 경향이 있어 건물의 불확실성에 의해 제어 시스템이 불안정해 질 수가 있다.

그림 10은 구조물 변경이 없을 때 실험치와 수치 해석치를 응답과 전달함수로 비교한 것으로써 시간 지연과 같은 오차가 거의 발생하지 않았으며 응답의 크기와 전달함수의 형태도 거의 일치한다. 따라서 올바른 제어기 설계시에는 제어시스템의 불확실성에 의한 효과를 줄일 수가 있다.

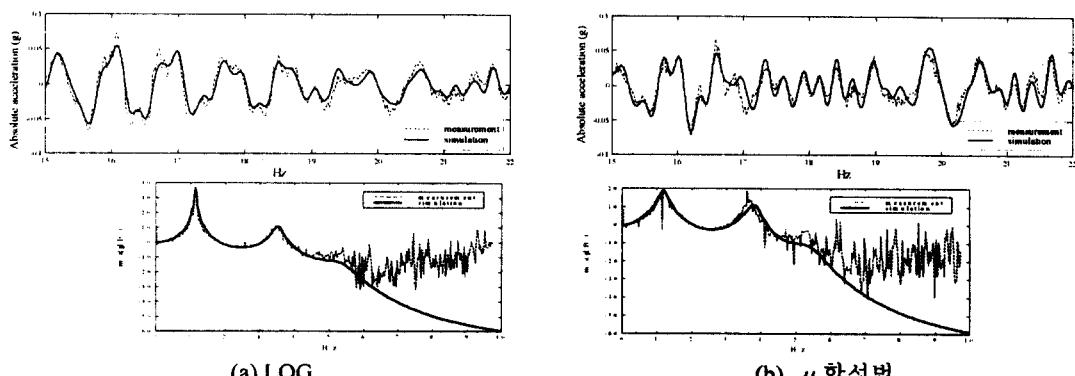


그림 10. 구조물 변경이 없을 때 실험치와 수치 해석치의 제어 응답과 전달함수 비교

## 7. 결론

건축 토목 구조물은 시간이 지날수록 구조 변경, 부재의 손상, 건물 내부의 물품 이동 등에 의해 질량, 감쇠비 등 구조물의 특성이 변화하는 경향이 있다. 본 논문에서는 이러한 구조물의 동적 특성 변화에 따른 능동제어기의 강인제어를 실험으로 검토하였다. 고주파 대역으로 갈수록 구조 시스템의 불확실성이 커지는 경향이 있으므로 실험에서는 구조물에서 슬래브의 질량을 제거하여 동적 특성을 변화한 시스템에 불확실성을 고려한 제어기와 그렇지 못한 제어기를 적용하여 제어 성능 및 강인성을 살펴보았다.

LQG 제어기법은 구조물의 변경시 구조물의 1차 모드를 제어하지 못하여 시간이 지날수록 제어 효과가 떨어지는 경향을 나타낸다. 또한, AMD에 입력되는 전압도 구조물의 변화시 오히려 더 커지는 경향이 있어 건물의 불확실성에 의해 제어 시스템이 불안정해 질 수가 있다. 그러나,  $\mu$  합성 제어기법은 주파수 영역에서의 성능 평가에 의거하여 제어 모델의 불확실성을 정량적으로 다룰 수 있으며 효과적인 제어기 설계를 가능하게 해 준다. 그리고, 실험 결과처럼 구조물 특성의 변화에도 제어시스템의 안정성 및 성능을 동시에 만족하는 강인 성능을 보장해 준다.

## 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구 과제(과제번호; 1999-1-310-001-3)의 일환으로 수행되었으며, 과학재단의 연구비 지원에 대해서 감사 드립니다.

## 8. 참고 문헌

1. Balas, G. J.(1998), "Synthesis of Controllers for the Active Mass Driver System in the Presence of Uncertainty", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Dyn.27, pp. 1189-1202
2. Breneman, S. E. and Smith, H. A.(1998), "Design of  $H_\infty$  Output Feedback Controllers for the AMD Benchmark Problem", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.27, No.11, pp. 1277-1297
3. Balas, G. J., Doyle, J. C., Glover, K., Packard, A., and Smith, R.(1998), " $\mu$ -Analysis and Synthesis TOOLBOX User's Guide", The MathWorks
4. B. Shahian, M. Hassul (1993), "Control System Design using MATLAB", Prentice Hall
5. P.M. Young, B. B. Bienkiewicz (1998), "Robust Controller Design for the Active Driver Benchmark Problem", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Dyn.27, pp. 1149-1164
6. J.B. Burl (1998), "Linear Optimal Control -  $H_2$  and  $H_\infty$  Methods", Addison-Wesley
7. S.J. Dyke, B.F. Spencer, Jr., P. Quast, D.C. Kaspari Jr., and M.K. Sain (1995), "Implementation an AMD Using Acceleration Feedback Control", Microcomputers in Civil Engineering : Special Issue on Active and Hybrid Structural Control
8. 민경원, 김성춘, 황성호, 호경찬, 정진욱, 주석준(2000), "Matlab을 이용한 축소 모형건물의 시스템 식별과 제어기 설계", 소음진동준제학술대회논문집(2), 한국소음진동공학회, pp.978~983.
9. 주석준(2000), "건축구조물의 지진응답의 강인제어에 대한 실험적 연구", 공학박사학위논문, 서울대학교 대학원 건축학과