

local 페이즈를 이용한 표면결 지역 분할

오 석, 경인여자대학 사무자동화과

Local Phase-based Texture Region Segmentation

Suk Oh, Kyungin Women's College

요 약

페이즈를 계산하는 전통적인 방법인 역탄젠트로부터 계산된 페이즈는 불연속 속성을 갖는 wrapped 페이즈이다. unwrapping 과정을 거쳐 연속적인 함수로 표현되는 unwrapped 페이즈는 linear 요소와 local 요소로 구성된다 이 중 local 요소가 표면결 분할에 유용하게 사용된다 local 요소를 구하기 위해 linear 요소를 찾아서 제거해야 하는 경우 먼저 linear 요소를 구하는 방법이 제안되어야 한다 본 논문은 필터의 방향에 제한을 두지 않고 어떠한 필터를 적용하더라도 linear 요소를 구할 수 있는 새로운 계산법을 제안하였다.

1 서론

신호처리분야에서 페이즈는 중요한 정보의 일부분을 이루고 있다 페이즈가 음성과 영상의 고유한 성질을 포함하고 있어, 대부분의 경우에서 페이즈에 대한 정보없이 는 음성과 영상의 구별이 불가능하다 우리는 페이즈를 두 종류로 분류해서 정의한다. 하나는 Fourier 페이즈(혹은 spectral phase라고도 함)로서 Fourier 변환을 통해서 주파수영역에서 구해지는데, 이것은 많은 사람들에[1] 의해 연구, 분석되어 왔다 또 하나는 공간적 페이즈(혹은 음성의 경우에는 시간적 페이즈라고 함)로서 한정된 몇 개의 분야에서 특별한 관심을 보이고 있지만 아직까지 연구가 부진한 상태이다. 그러나 최근에 공간적 페이즈의 개념적 문제들을 해소하면서 그들을 구할 수 있는 수학적 도구가 제시되었는데, 현재 제시된 방법들은 주로 Gabor 함수를 사용하는 것으로 제한되어 있다 우리는 Gabor 함수를 적용하여 얻어지는 이 공간적 페이즈를 표면결 분할을 목적으로 표면결 특징치로서 사용한다

90년 초에 공간적 페이즈 중 local 요소가 표면결의 특성치로서 표면결 분할에 유용함을 증명하는 논문들이[2,3] 발표되었다 이들 local 요소를 구하는 방법으로는 unwrapped 페이즈로부터 linear 요소를 제거하여 얻거나[3] 필터링된 영상으로부터 직접적으로[2,4] 구한다. 본 연구의 목적은 참고문헌 [3]에서 local 요소를 구하는 방법의 단점을 보완하고자 한다 그들의 시스템은 수평과 수직방향의 필터만을 적용해야 하는 단점이 있다. 이 단점은 linear 요소의 계산에서 야기된다. 우리는 이들 시스템에서 필터의 매개변수에서 적용 가능 방향의 한계를 극복하기 위하여 어떠한 방향을 가진 필터도 배제하지 않는다. 본 연구의 linear 요소 계산 방식의 개요는 unwrapped 페이즈와 linear 요소를 최소자승법으로 해결하여 어떤 방향의 필터에서도 linear 요소를 계산할 수 있도록 함으로써 이들 시스템의 단점을 보완하였다.

2. 페이즈 정의

2차원인 영상의 경우 필터링된 후의 결과인 output image를 $i_1(x,y)$ 로 표기하면 $i_1(x,y)$ 는 모듈과 페이즈로 표현될 수도 있고 실수부분과 허수부분으로도 표현할 수 있다

$$i_1(x,y) = |\rho(x,y)|e^{i\phi(x,y)} \quad 1$$
$$= Re(x,y) + jIm(x,y) \quad 2$$

수식 2로부터 고전적인 방법을 이용하여 모듈(수식 3)과 페이즈(수식 4)를 구한다

$$|i_1(x,y)| = \sqrt{[Re(x,y)]^2 + [Im(x,y)]^2} \quad 3$$
$$\phi_{v,p}(x,y) = \arctg\left[\frac{Im(x,y)}{Re(x,y)}\right] \quad 4$$

수식 4에서 처럼 페이즈는 전통적으로 역탄젠트를 적용해서 구하는데, 이 역탄젠트 오퍼레이터는 페이즈의 값을 $-\pi/2$ 와 $\pi/2$ 사이에만 국한시킨다. 수식4의 분모와 분자의 부호를 다음과 같이 이용하면 이 한정된 범위를 $(-\pi, \pi)$ 까지 확장할 수 있다

$$a \geq 0, b > 0 \text{ 이면 } \arctg(a/b) = \phi_{v,p}(x,y)$$
$$a \geq 0, b < 0 \text{ 이면 } \arctg(a/b) = \pi - \phi_{v,p}(x,y)$$
$$a < 0, b < 0 \text{ 이면 } \arctg(a/b) = \pi + \phi_{v,p}(x,y)$$
$$a < 0, b > 0 \text{ 이면 } \arctg(a/b) = 2\pi - \phi_{v,p}(x,y)$$

그러나 아무리 확장을 해도 이렇게 구한 페이즈 값은 그 한계를 갖고, 이것은 $\pm \pi$ 값만큼의 페이즈의 불연속을 낳게 되어 정보를 왜곡시킨다 이러한 페이즈($\phi_{v,p}(x,y)$)를 wrapped 페이즈라 한다 반면에 왜곡되지 않은 페이즈, 즉 $(-\infty, +\infty)$ 의 범위를 갖는 수식 1의 $\phi(x,y)$ 를 unwrapped 페이즈라 한다. 불연속 속성을 지닌 wrapped 페이즈로부터 연속적 함수로써 표현되는 unwrapped 페이즈를 구하기 위해서는 unwrapping이라는 과정이 필요하다 unwrapping을 위해 수많은 방법들[5]이 제안되어 왔으니 보편적

방법으로는 불연속이 발생되는 그 지점에서 2π 를 더해준지 빼주는 다음과 방식을 택한다.

$$\varphi(x, y) = \varphi_{\text{global}}(x, y) + 2\pi n(x, y) \quad 5$$

이 unwrapped 페이즈는 linear요소와 local 요소로 구성되고 그 중 local 요소만이 표면결 분할에 유용한 정보를 가지고 있으므로 이 local 요소를 어떤 방법으로 구하느냐에 따라 적용가능한 표면결 유형이나 계산속도 또는 결과의 유용성을 좌우한다

$$\varphi(x, y) = \varphi_{\text{lm}}(x, y) + \varphi_{\text{local}}(x, y) \quad 6$$

본 논문의 참고문헌 [3]에서는 직접 unwrapped페이즈로부터 linear요소를 계산하여 제거함으로써 local요소를 구한다. 우리는 이 linear요소의 새로운 계산법을 아래 3에서 제안한다

3. linear 요소

3.1 linear 요소의 정의

linear요소는 적용하는 필터의 방향에 따라 기울어진 편이며 각기 X축과 Y축 방향에 대해 다음처럼 정의한다 [2,3]

$$\varphi_{\text{lm}}(x, y) = 2\pi u_x(x-1) + 2\pi u_y(y-1) \quad 7$$

이 때 $2\pi u_x$ 는 X축 방향의 기울기이고 $2\pi u_y$ 는 Y축 방향의 기울기이다. 따라서 linear요소는 이들 기울기를 구하는 문제라고 할 수 있다. 앞에서 거론했듯이 linear요소가 필터의 방향에 의존하므로 linear요소는 적용된 필터가 수평인 경우에는 자연스럽게 $2\pi u_x$ 는 0이 되어 $2\pi u_y$ 만 구하면 되고 수직인 경우에는 $2\pi u_x$ 는 0이 되어 $2\pi u_x$ 만 구하면 되나 그 밖의 경사진 다른 방향에 대해서는 모두 구해야 되므로 방향에 따라 세가지 경우로 나누어진다. 기준에 제시된 방법이 수직 혹은 수평방향의 특별한 필터 적용의 경우에만 적용이 가능한 것에 비해 본 논문은 모든 경우에 적용가능하도록 하였으며 접근방법은 unwrapped페이즈와 linear요소의 차이를 최소화시키기 위해 최소자승법을 이용하였다

3.2 기존 방법

[3]에서 구현된 linear요소의 계산법은 unwrapped 페이즈 영상으로부터 그들의 평균을 계산하여 구했다 이들은 단지 필터의 방향을 0° 와 90° 만을 적용하여 linear요소도 적용된 필터의 방향에만 국한하여 수평과 수직방향에만 적용이 가능하도록 다음과 같은 방법을 제시하였다.

- 수평인 경우

$$2\pi u_y = \frac{\sum_{i=1}^N \varphi(N, i) - \varphi(1, i)}{(N-1)N}, \varphi_{\text{lm}} = 2\pi u_y * (x-1)$$

- 수직인 경우

$$2\pi u_x = \frac{\sum_{i=1}^N \varphi(i, N) - \varphi(i, 1)}{(N-1)N}, \varphi_{\text{lm}} = 2\pi u_x * (y-1)$$

3.3 제안한 첫 번째 방법

최소자승법을 이용하여 다음과 같이 unwrapped 페이즈와 linear요소의 관계를 표현할 수 있다.

$$\min \sum_{x,y} [\varphi_{x,y} - \varphi_{\text{lm}}(x, y)]^2$$

$$\Leftrightarrow \min \sum_{x,y} [\varphi_{x,y} - 2\pi u_x(x-1) - 2\pi u_y(y-1)]^2 \quad 8$$

u_x 와 u_y 에 대해 각기 위의 식을 미분하면 다음과 같다

$$2 \sum_{x,y} [\varphi_{x,y} - 2\pi u_x(x-1) - 2\pi u_y(y-1)] [-2\pi(x-1)] = 0$$

$$2 \sum_{x,y} [\varphi_{x,y} - 2\pi u_x(x-1) - 2\pi u_y(y-1)] [-2\pi(y-1)] = 0$$

위의 두 개의 식으로부터 다음이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} N \sum_x (x-1)^2 & \sum_{x,y} (x-1)(y-1) \\ \sum_{x,y} (x-1)(y-1) & N \sum_y (y-1)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\pi u_x \\ 2\pi u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{x,y} \varphi_{x,y}(x-1) \\ \sum_{x,y} \varphi_{x,y}(y-1) \end{bmatrix}$$

위의 식을 아래의 변수로 대치한다

$$A = \begin{pmatrix} N \sum_x (x-1)^2 & \sum_{x,y} (x-1)(y-1) \\ \sum_{x,y} (x-1)(y-1) & N \sum_y (y-1)^2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \sum_{x,y} \varphi_{x,y}(x-1) \\ \sum_{x,y} \varphi_{x,y}(y-1) \end{pmatrix}$$

지금까지의 수식을 통해 우리는 선형요소를 계산하기 위해 다음과 같은 형식을 얻는다.

$$\begin{pmatrix} 2\pi u_x \\ 2\pi u_y \end{pmatrix} = A^{-1} B$$

linear요소는 unwrapped 페이즈와 x, y 의 값으로부터 구한다

3.4 두 번째 방법

적용하는 필터의 방향을 θ 라고 하자 linear 요소도 필터와 같은 방향으로 기울어져 있다고 가정하자 이런 가정하에서 기울어진 $2\pi u_x$ 와 $2\pi u_y$ 도 적용된 필터와 같은 방향으로 기울어져 있다고 가정하고 다음처럼 방향의 매개변수를 이용한다

$$2\pi u_y = 2\pi u_x \text{tg}(\theta)$$

위의 수식을 수식 8에 대입하면 다음과 같은 표현이 된다

$$\min \sum_{x,y} [\varphi_{x,y} - 2\pi u_x(x-1) - 2\pi u_x \text{tg}(\theta)(y-1)]^2$$

위의 수식을 u_x 에 대해 미분하면 다음처럼 구해진다

$$2 \sum_{x,y} [\varphi_{x,y} - 2\pi u_x[(x-1) + (y-1)\text{tg}(\theta)]] [-2\pi((x-1) + (y-1)\text{tg}(\theta))] = 0$$

우리는 $2\pi u_x$ 에 대해 다음과 같은 수식을 얻는다.

$$2\pi u_x = \frac{\sum_{x,y} \varphi_{x,y}(x-1) + \text{tg}(\theta) \sum_{x,y} \varphi_{x,y}(y-1)}{N \sum_x (x-1)^2 + 2\text{tg}(\theta) \sum_{x,y} (x-1)(y-1) + N \text{tg}^2(\theta) \sum_y (y-1)^2}$$

우리는 필터의 방향에 따라 세가지 경우로 나누어 적용해야 한다

① 수평인 경우, $\text{tg}(\theta)=0$ 이므로 $2\pi u_x$ 는 0값을 가지 linear 요소는 $2\pi u_y$ 만 필요하다.

$$2\pi u_x = \frac{\sum_{x,y} \varphi_{x,y}(x-1)}{N \sum_x (x-1)^2} = \frac{6 \sum_{x,y} \varphi_{x,y}(x-1)}{N^2(N-1)(2N-1)}$$

② 수직인 경우, $\text{tg}(\theta)=\infty$ 여서 $2\pi u_x=0$ 이므로 ①번과 반대로 $2\pi u_y$ 만 필요하다 따라서 위에서 u_x 에 대해 미분한 것과 같은 방법으로 u_y 에 대해 미분하여 구해야 된다

$$2\pi u_y = \frac{\sum_{x,y} \varphi_{x,y}(y-1)}{N \sum_y (y-1)^2} = \frac{6 \sum_{x,y} \varphi_{x,y}(y-1)}{N^2(N-1)(2N-1)}$$

③ 기타 다른 방법

앞의 ①에서 구한 $2\pi u_k$ 와 $\lg(\theta)$ 값으로부터 구한다

4. 알고리즘

첫 번째 단계는 필터의 적용이다. 필터로는 시간적 영역과 공간적 영역, 두 영역의 상호작용을 최소화시키기 위한 신호들의 집합으로 제시된 Gabor함수를 이용하였다. 또한 이 함수는 시각 정보를 처리하는 첫 번째 논문인 시각피질의 simple세포의 수학적 모델로도 제시되었다. 영상이 2차원이므로 2차원으로 확대하여 적용하였다. 다음의 함수식은 주파수영역에서 필터를 표현한 것이다

$$F(u, v) = \exp\left[-\frac{(u'-\rho)^2}{2\sigma_u^2}\right] \exp\left(-\frac{v'^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad 3$$

$$u' = u \cos(\theta) + v \sin(\theta), v' = -u \sin(\theta) + v \cos(\theta) \quad 4$$

계산 시간을 절약하기 위해 필터링을 주파수영역에서 실행하였고 필터의 매개변수인 최적주파수(ρ)와 최적방향(θ)은 역을 스펙트럼의 극대값, $E(u, v_y)$ 으로부터 다음 방식으로 찾는다.

$$\rho = \sqrt{u_x^2 + v_y^2}, \theta = \arctg\left(\frac{v_y}{u_x}\right)$$

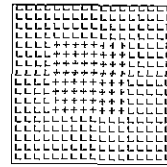
두 번째 단계는 필터링한 결과로부터 wrapped 페이지를 구하고 unwrapping 절차를 수행한다.

세 번째 단계는 위에서 제시된 방법에 의해 unwrapped 페이지의 linear요소를 구하고 그것을 제거한다. 결과영상의 각 화소는 local 요소값만을 갖게 된다

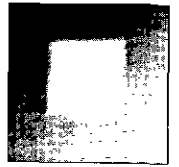
네 번째 단계는 위 단계의 결과 영상으로부터 최소값과 최대값을 기준으로 256 등분으로 나누어 256 명암도수치(gray level)를 부여한다. 즉 값이 작을수록 검정색(0)을 띄게 되고 값이 그 결과 영상의 최대값에 가까울수록 하얀색(255)을 띄게 된다. 이렇게 표현된 영상이 우리 시스템의 목적인 표면결 분할을 표현한다. 우리의 시스템의 분할 양식은 지역분할이다

5. 실험 결과

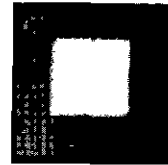
우리는 알고리즘의 테스트를 위해 일반적으로 공간적페이지를 영상분할에 이용할 때 많이 사용하는 [2,3,4] 실험영상과 같은 영상인 그림 1을 실험에 이용하였다. 그림 1은 256*256 픽셀 크기로 각기 기본요소가 'L'과 '+'인 두 개의 지역으로 이루어진 표면결영상이다. 두 지역의 기본요소 모두 같은 길이를 가진 수평선 '-'과 수직선 '|'으로만 구성되어 있으며 일정한 간격을 가지고 반복적으로 배열되어 있고 단지 수평선과 수직선이 교차한 위치만 다를 뿐이다. 이 실험영상의 역을스펙트럼으로부터 구한 최적 주파수와 최적 방향은 각각 24 pixels⁻¹, 135° 이었다. 이렇게 구한 필터를 적용하여 위의 3에서 제시한 첫 번째와 두 번째 방법을 각각 적용하여 그림 2와 그림 3을 얻었다. 첫 번째 방법보다 두 번째가 좀 더 나은 결과를 보인다



[그림 1]



[그림 2]



[그림 3]

6. 결론

본 논문에서 필터의 방향에 개한을 두지 않고 linear요소를 구할 수 있는 새로운 두가지 방법을 제안하였다. 하나는 필터의 방향을 진히 고려하지 않았고, 다른 하나는 linear요소가 필터의 방향과 연관되었다는 가정하에 변수하나를 축소하는 방법이었다. 두 방식중에서 두 번째가 훨씬 더 나은 결과를 보였다.

본 연구의 실험영상에서는 짐음이 거의 있어 제로점이 거의 나타나지 않아 큰 문제는 없었으나 제로점이 많이 나타날 경우 우리 알고리즘을 적용할 수는 없는 단점이 있다. 제로점이 존재할 경우 unwrapping시 사용하는 각분의 방향에 따라 값이 달라지기 때문에 반드시 처리해 야 하나, 제로점이 많이 나타날 경우 unwrapping이 불가능할 수 있다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 저자는 unwrapping과정을 거치지 않고 local요소를 구할 수 있는 접근방식을 제안하기도 했다.[4]

본 논문이 페이지영상을 분석하는 데에 도움이 되길 바라며 좀 더 깊은 공간적 페이지의 연구를 위해 공헌되길 바란다.

7. 참고문헌

[1] T.S Huand, J W Burnet and A.G Deczky, "The importance of phase in image processing filters", *IEEE Trans Acoust Speech, Signal Processing*, vol 23, pp 529-542, 1975
 [2] J.M.H.Du Buf, "Gabor phase in texture discrimination", *Signal Processing*, vol 21, pp 221-240, 1990
 [3] A Nicoulin, "Analyse d'images par spectre local de phase" Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1990
 [4] Anne M. LANDRAUD and Suk YUM, "Texture segmentation using local phase differences in Gabor filtered images", 8th International Conference on Image Analysis and Processing, Sanremo, Italy, 13-15 Sept, 1995, pp 447-452
 [5] Z.P.Liang, "A model-based method for phase unwrapping" *IEEE Trans on Medical Imaging*, vol 15, pp 893-897, 1996