

# 변형률 경화를 고려한 정상상태 소성가공 공정의 공정 최적설계

변상민\* · 황상무\*\*

## Process Optimal Design in Steady-State Metal Forming Considering Strain-Hardening

S.M. Byon and S.M. Hwang

### Abstract

A process optimal design methodology applicable to steady-state forming with a strain-hardening material is presented. In this approach, the optimal design problem is formulated on the basis of a rigid-viscoplastic finite element process model, and a derivative based approach is adopted as an optimization technique. The process model, the schemes for the evaluation of the design sensitivity considering the effect of strain-hardening, and an iterative procedure for design optimization are described. The validity of the proposed approach is demonstrated through application to die shape optimal design in extrusion.

**Key Words** : Optimal Design, Steady-State Forming, Strain-Hardening,  
Rigid-Viscoplastic Finite Element Model, Derivative Based Approach, Design Sensitivity

### 1. 서론

압출, 인발, 압연과 같은 유형의 소성가공 공정은 시간 변화에 따라 해석영역의 임의의 한 점에서 측정된 상태 변수 값이 불변하는 정상상태 열적/기계적 거동을 가지고 있다. 따라서, 공정 해석과 설계를 위한 공정모델로 Eulerian FEM을 도입하는 것이 매우 효과적이다.

과거에 Eulerian FEM과 미분치에 기초한 최적화 기법을 이용하여 공정 최적설계를 위한 효과적인 설계방법론 개발에 많은 연구가 있었다.<sup>(1-4)</sup> 이전 연구에서 관심의 주된 초점은 변형률 경화 특성이 강하지 않는 변형률 속도 의존성 재료의 성형에 모아져 있었다. 그러나, 특히 냉간성형과 같은 공정에서는 금속유동에 미치는 변형률 경화의 효과가 크기 때문에 공정 해석 및 최적설계에 반

\* 영남대학교 기계공학부

\*\* 포항공과대학교 기계·산업공학부

드시 이것의 효과가 엄밀하게 반영되어야 한다. 본 논문에서는 변형을 경화 재료의 정상상태 성형에 적용할 수 있는 공정 최적설계 기법을 제시하였다. 먼저, 유한요소 해석 시 변형을 경화를 처리하기 위한 방법과 관련변수들의 특성을 기술하였고, 변형을 경화를 고려한 설계민감도를 계산하기 위한 기법과 이를 이용한 반복적 최적화 절차를 기술하였다. 변형을 경화 재료를 처리할 수 있도록 제시된 현 설계방법론을 냉간, 온간, 열간 압출공정에서의 금형 형상 최적설계에 적용하여 유효성을 예시하였다.

## 2. 소성변형 해석을 위한 유한요소 공정모델

소재의 소성변형 거동을 기술하기 위한 유한요소공정 모델은 다음과 같은 비선형 대수 유한요소방정식으로 나타난다.

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{P}, \overline{\mathbf{E}}(\mathbf{X}, \mathbf{V}), \overline{\mathbf{E}}, \mathbf{C}) = 0 \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{X}$ 와  $\mathbf{C}$ 는 공정기하학과 공정조건을 나타내는 벡터로써 설계자에 의해 선택되는 공정변수이다. 따라서, 설계변수 ( $\mathbf{d}$ )에 해당된다. 이에 반하여,  $\mathbf{V}$ 와  $\mathbf{P}$ 는 절점속도와 요소정수압력을,  $\overline{\mathbf{E}}$ 와  $\overline{\mathbf{E}}$ 는 요소 유효변형률 속도와 유효변형률을 나타내는 벡터로써 이 값들에 의해 공정의 기계적 거동을 완전히 기술할 수 있음을 고려해 보전 데, 상태변수 ( $\mathbf{s}$ )라고 할 수 있다. 이 중에서  $\overline{\mathbf{E}}$ 는 다음과 같이 다른 상태변수와 설계변수의 함수로 나타난다.

$$\overline{\mathbf{E}} = \overline{\mathbf{E}}(\overline{\mathbf{E}}(\mathbf{X}, \mathbf{V}), \mathbf{X}, \mathbf{V}) \quad (2)$$

변형을 경화 재료를 Eulerian FEM으로 해석하기 위해서는 먼저,  $\overline{\mathbf{E}}$ 를 초기 가정하여 유한요소방정식 (1)을 풀어서 속도장을 계산한다. 결과적인 속도장으로부터 유선을 추적하고 새로운  $\overline{\mathbf{E}}$ 를 결정한다. 이러한 절차를  $\overline{\mathbf{E}}$ 에 관해서 수렴할 때까지 반복한다.

## 3. 변형을 경화를 고려한 설계민감도의 계산

상태변수의 일부분 ( $\mathbf{s}^q$ )이 다른 상태변수 ( $\mathbf{s}^h$ )와 설계변수 ( $\mathbf{d}$ )의 함수로 표현될 때, 상태함수  $\mathbf{h}$ 와 목적함수 혹은 구속조건 함수들  $\psi_i$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{s}^h, \mathbf{s}^q(\mathbf{s}^h, \mathbf{d}), \mathbf{d}) \quad (3)$$

$$\psi_i = \psi_i(\mathbf{s}^h, \mathbf{s}^q(\mathbf{s}^h, \mathbf{d}), \mathbf{d}) \quad (4)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, \beta$$

여기서,  $\mathbf{s} = \mathbf{s}^h \cup \mathbf{s}^q$ 이다.  $\mathbf{s}^h$ 로 기계적 재료 상태를 완전히 기술할 수 있으므로 기초 상태변수라고 할 수 있고, 반면에  $\mathbf{s}^q$ 는 연동 상태변수라고 할 수 있다. 본 문제의 경우에는  $\mathbf{s}^h = \mathbf{V} \cup \mathbf{P}$  이고  $\mathbf{s}^q = \overline{\mathbf{E}} \cup \overline{\mathbf{E}}$ 이다.

최종적인 설계민감도 벡터 ( $l_j^i$ )는 다음과 같은 두 기초 방정식에 의해서 계산된다.

$$\mathbf{J}^T \mathbf{A}^i = \mathbf{Q}^T \quad (5)$$

$$l_j^i = w_j - \mathbf{L}_j^T \mathbf{A}^i \quad (6)$$

여기서,

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{s}^h} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{s}^q} \frac{\partial \mathbf{s}^q}{\partial \mathbf{s}^h} \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{s}^h} + \frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{s}^q} \frac{\partial \mathbf{s}^q}{\partial \mathbf{s}^h} \quad (8)$$

$$w_j = \frac{\partial \psi_i}{\partial d_j} + \frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{s}^q} \frac{\partial \mathbf{s}^q}{\partial d_j} \quad (9)$$

$$\mathbf{L}_j = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial d_j} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{s}^q} \frac{\partial \mathbf{s}^q}{\partial d_j} \quad (10)$$

## 4. 공정 최적설계를 위한 계산절차

공정해석을 위한 유한요소 모델과 설계민감도 벡터를 계산하기 위한 기법이 완성되면 최적화를 위한 반복 설계 절차를 완성할 수 있다. 최적화 절차에 포함된 단계는 다음과 같다.

단계 0) 설계변수 벡터에 초기 가정치를 설정한다.

단계 1) 유한요소 격자망을 구성한다.

단계 2) 유한요소법을 이용하여 공정 시뮬레이션을 수행한다.

단계 3) 목적함수와 구속조건 값 뿐만 아니라 이것들의 설계민감도 벡터를 계산한다.

단계 4) 설계변수 벡터를 계산된 설계민감도 벡터에 기초하여 최적의 방향으로 개선시킨다.

단계 5) 설계변수가 예비성형체 형상 혹은 금형 형상을 기술하기 위한 것이면, 유한요소 격자망을 재구성한다.

단계 2) ~ 단계 5)를 설계변수의 충분량과 목적함수의 감소량이 충분히 작아질 때 까지 반복한다. (비 구속 최적화 문제에서는 설계민감도 벡터의 놈(norm)을 수렴의 조건으로 사용할 수도 있다.)

## 5. 적용 - 압출공정에서의 금형 형상 최적설계

현 적용에서는 펀치하중을 최소화시키는 최적 금형 형상에 미치는 변형률 경화의 효과에 대해서 중점적인 고찰을 하였다. 성형재료로 순수 알루미늄(Table 1)을 선택하였고, 이 재료의 열간, 온간, 냉간에서의 유동응력 특성은 Fig. 1에 나타내었다. 보다 낮은 온도에서 유동응력의 변형률 경화 특성이 현저함을 알 수 있다. 금형 형상을 기술하기 위한 설계변수는 Fig. 2의  $d_1 \sim d_{11}$ 로 표현된다. 이 변수에 의해 5개의 내부 곡선을 가지는 큐빅 스플라인 곡선이 정의된다.

각 성형온도에서 설계반복 동안의 목적함수의 변화와 최종적인 최적금형 형상을 Fig. 3에 나타내었다. 최적금형 형상에 미치는 유동응력의 차이의 효과가 확연하게 고찰된다. 열간성형에서는 변형률 속도가 유동응력에 큰 영향을 미치기 때문에 펀치하중을 최소화시키는 측면에서 유효 변형률 속도 값이 되도록 하면 작은 값을 가지도록 설계가 이루어 질 것이다. 결과적으로 Fig. 4에서 보는 바와 같이 열간성형에서 나타나는 최고 변형률 속도 값이 냉간성형에서의 값보다 현저하게 낮아진 것을 확인할 수 있다. 이에 반해, 유효 변형률 분포는 유동응력 특성에 의해 큰 영향을 받지 않는 것으로 Fig. 5에서 나타나고 있다. 펀치하중을 최소화시키는 최적 금형 형상에 의해서는 재료의 유동응력 특성에 관계없이 유사한 유효 변형률 분포를 나타냄을 알 수 있다.

유동응력 식에서 유효변형률 변수를 일정한 상수로 대체해서 변형률 경화 특성을 배제시키고 최적화를 수행하였다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 결과적으로 얻은 설계들이 현 최적설계와는 다름을 알 수 있다. 특히, 냉간성형 공정에서는 차이의 정도가 현저함을 알 수 있다. 이것으로부터 소성가공 공정에서의 공정 최적설계 시 변형률 경화 효과의 중요성을 예견할 수 있다.

## 6. 결론

현 논문은 소성가공 공정의 공정 최적설계에 관한 효과적인 설계방법론 개발을 위한 일련의 연구 중 일부분을 제시한 것이다. 본 접근방법은 다양한 목적함수와 설계변수를 처리할 수 있을 뿐만 아니라, 변형률 경화의 효과를 엄밀하게 반영할 수 있다는 장점이 있다. 본 연구를 통해서 현 접근방법이 최적 압출금형 형상의 변형률 경화에 의한 영향을 나타내는데 효과적임을 예시하였다. 현 방법론은 지금까지 설계자의 경험과 직관에 크게 의존하고 있는 소성가공 공정설계에 효과적인 설계도구

가 될 것으로 예상된다.

## 참고 문헌

- (1) Kusiak, J. and Thompson, E. G., 1989, "Optimization techniques for extrusion die shape design", Proc. 3rd Int. Conf. Numer. Meth. Indus. Form. Process., Colorado, Fort Collins, p. 569-574.
- (2) Joun, M. S. and Hwang, S. M., 1993, "Optimal process design in steady-state metal forming by finite element method-I. theoretical considerations", Int. J. Mach. Tools. Manufact., Vol. 33, p. 51-61.
- (3) Antunez, H. J., 1998, "Thermo-mechanical modelling and sensitivity analysis for metal-forming operations", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 161, p. 113-125.
- (4) Ulysse, P., 1999, "Optimal extrusion die design to achieve flow balance", Int. J. Mach. Tools. Manufact., Vol. 39, p. 1047-1064.

Table 1 Flow stress expression of pure aluminum

$\bar{\sigma} = a_1 + a_2 \bar{\epsilon} + a_3 \bar{\epsilon}^2 + a_4 \bar{\epsilon}^3 \quad [N/mm^2]$		
Cold forming ( $T=20^\circ C$ )	$a_i(\bar{\epsilon}) = b_{i1} + b_{i2} \ln(\bar{\epsilon}) + b_{i3} [\ln(\bar{\epsilon})]^2 \quad (i=1, 2, 3)$ $a_4 = 0$	
	Warm forming ( $T=250^\circ C$ )	Hot forming ( $T=500^\circ C$ )
$a_1 = 18.84$ $a_2 = 333.85$ $a_3 = -370.17$ $a_4 = 145.25$	$b = \begin{bmatrix} 25.09 & 2.08 & -0.03 \\ 115.62 & 8.13 & -0.61 \\ -53.17 & -3.89 & 0.23 \end{bmatrix}$	$b = \begin{bmatrix} 8.76 & 1.19 & 0.01 \\ 12.45 & 2.45 & 0.12 \\ -6.17 & -1.32 & -0.08 \end{bmatrix}$

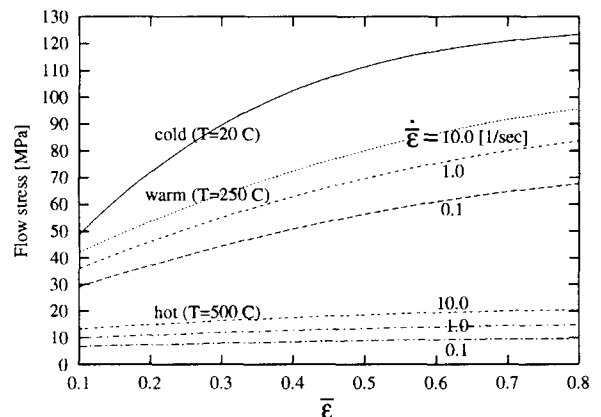


Fig. 1 Flow stress characteristics at different forming temperatures and strain rates

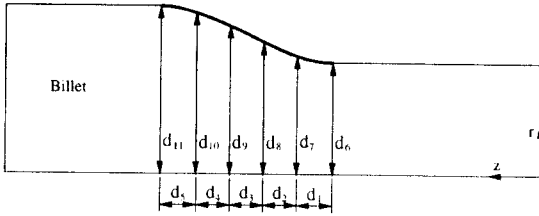


Fig. 2 Design variables describing the die shape

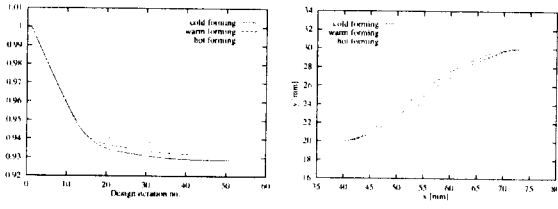


Fig. 3 (a) Variation of the values of the objective function with design iteration (b) Optimal die shapes for each forming temperature

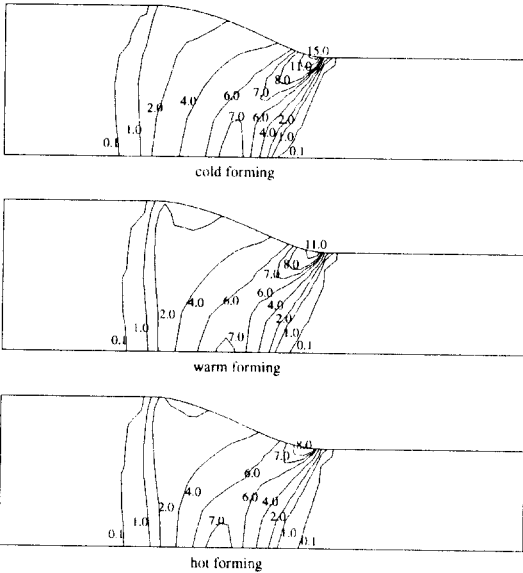


Fig. 4 Optimal die shapes and the resulting effective strain rate distributions for each forming temperature

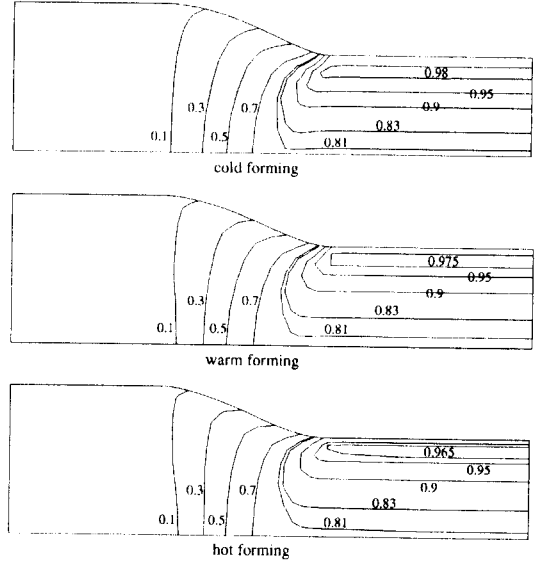
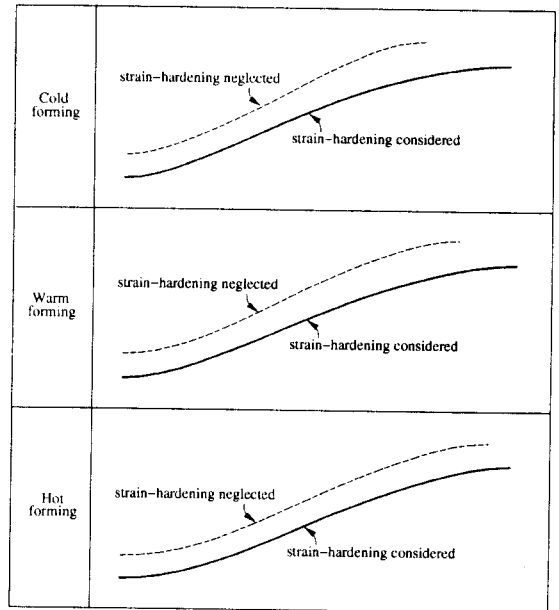


Fig. 5 Optimal die shapes and the resulting effective strain distribution for each forming temperature



Note : — : materials in Table 1  
 - - : materials in Table 1, with  $\xi = 0.35$  (constant)

Fig. 6 Effect of strain-hardening on the optimal die shapes