

중간 미끄럼 구속면을 고려한 세장비가 큰 타원형 컵 성형 공정의 다단계 유한요소 역해석

김승호*, 김세호*, 허 훈*

Multi-stage Finite Element Inverse Analysis of Elliptic Cup Drawing with large aspect ratio considering Intermediate Sliding Constraint Surface

Seung-Ho Kim, Se-Ho Kim and Hoon Huh

Abstract

An inverse finite element approach is employed for more capability to design the optimum blank shape from the desired final shape with small amount of expense and computation time. For multi-stage sheet metal forming processes, numerical analysis is extremely difficult to carry out due to its complexities and convergence problem. It also requires lots of computation time. For the analysis of elliptic cup with large aspect ratio, intermediate sliding constraint surfaces are difficult to describe. In this paper, multi-stage finite element inverse analysis is applied to multi-stage elliptic cup drawing processes to calculate intermediate blank shapes and strain distributions in each stages. To describe intermediate sliding constraint surfaces, an analytic scheme is introduced to deal with merged-arc type sliding surfaces.

Key Words : Elliptic Cup Drawing, Multi-step Inverse Analysis, Sliding Constraint Surface

1. 서 론

박판금속 성형기구는 다양한 공정변수들에 의하여 매우 복잡한 영향을 받기 때문에 공정변수에 대한 최적조건은 경험과 시행착오 등에 의하여 결정되고 있는 실정

이다. 최근에 이와 같은 시행착오를 줄이고 짧은 시간 안에 공정변수 들을 예측하기 위하여 일단계 유한요소 역해석이 이용되고 있으며, Guo와 Batoz⁽¹⁾, Chung과 Richmond⁽²⁾, Liu와 Karima⁽³⁾, Lee와 Huh⁽⁴⁾ 등에 의해 연구가 이루어지고 있다. 변형 이론을 기본으로 한 일단

* 한국과학기술원 기계공학과

계 유한요소 역해석은 블랭크 형상과 두께변형률 분포등을 매우 짧은 계산시간에 예측이 가능하고 일반적인 형상에 적용이 가능하다. 그렇지만, 변형경로를 고려하지 못하기 때문에 변형경로가 복잡해질 수록 오차가 커지는 단점을 가지고 있다. Lee와 Huh⁽⁹⁾는 일단계 역해석을 일반적인 3차원의 다단계 역해석으로 확장하여 일단계 역해석의 단점을 해결하면서 빠르게 계산할 수 있는 방법을 제시하였다.

다단계 성형공정으로 생산되어 지는 세장비가 큰 타원형 컵은 활용 범위가 광범위 한데 비하여 중간 공정을 설계하기 어려워 대부분 수입하여 사용하고 있다. 이러한 다단계 성형 공정을 설계하는데 유한요소 해석을 이용한다면 매우 유용할 것으로 전망되어 진다. 그러나, 기존의 방법으로는 성형공정이 복잡하고 해의 수렴성이 좋지 않으며, 해석시간이 매우 오래 걸리므로 현실적으로 적용하기가 어려운 분야이다. 본 논문에서는 다단계 역해석을 다단계 타원형 컵 성형공정에 적용하여 중간단계의 형상 및 변형률 분포를 구하는데 적용하였고, 중간단계의 미끄럼 구속면을 구하여 복잡한 형태의 금형면을 묘사할 수 있는 수식적인 방법을 제안하였다.

2. 다단계 유한요소 역해석

다단계 역해석에 관한 기본적인 수치해석 절차는 Majlessi와 Lee⁽⁶⁾의 반복과정을 도입하였다. 다단계 역해석은 각 단계마다 변형이론을 기본으로 일단계 역해석을 수행하며, 각 단계의 초기상태와 최종상태만을 고려한다. 이때, 각 단계의 최종상태의 변형률 분포와 초기상태의 좌표는 포텐셜에너지 최소화 과정으로 얻어진다. 본 논문에서는 소성변형 에너지와 등가 외부일의 차를 이용하여 다음과 같이 근사적인 포텐셜 에너지를 정의하여 수식화하였다.

$$\begin{aligned} \min. \Psi(\mathbf{X}) &= W_p(\overline{\mathbf{X}}) - W_f(\overline{\mathbf{X}}) - W_b(\overline{\mathbf{X}}) \\ &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} (\boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}) d\Omega - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \left(\int_0^{u'} \mathbf{t}_f \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma \\ &\quad - \sum_{e=1}^{E_A} \int_{\Gamma_e} \left(\int_0^{u'} \mathbf{t}_b \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma \end{aligned} \quad (1)$$

다단계 역해석은 곡면상의 초기상태를 해석하기 때문에 식 (1)과 같이 국부좌표 ($\overline{\mathbf{X}}$)에서 정의된다. 이때, $W_b(\mathbf{X})$ 는 내부의 소성변형 에너지이고, 마찰에 의한 일

$W_f(\mathbf{X})$, 블랭크 홀딩력에 의한 일 $W_b(\mathbf{X})$ 등이 등가 외부 일이다. \mathbf{t}_f , \mathbf{t}_b 는 각각 마찰력, 블랭크 홀딩력이다. 식 (1)을 최소화하기 위하여 식 (2)와 같은 뉴튼-랩슨법을 사용하였다.

$$\begin{aligned} [K(\overline{\mathbf{X}})]_{(n)} \{d\overline{\mathbf{X}}\} &= -\{R(\overline{\mathbf{X}})\}_{(n)} \\ K(\overline{\mathbf{X}}) &= \frac{\partial R(\overline{\mathbf{X}})}{\partial \mathbf{X}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} R(\mathbf{X}) &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \mathbf{X}} d\Omega - \sum_{e=1}^{E_A} \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}_f \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \\ &\quad - \sum_{e=1}^{E_A} \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}_b \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \end{aligned} \quad (3)$$

식 (2)의 계산은 국부좌표에서 이루어지며, 국부좌표계는 모든 절점들에 대하여 정의되고 절점들이 위치한 미끄럼 구속면과 주 변위 방향을 이용하여 설정한다. 그렇지만, 변형에너지항은 각 요소마다 요소의 평면상에 정의되는 물질좌표계 (\mathbf{s} , \mathbf{t})에서 계산되기 때문에, 변형에너지 항을 물질좌표계에서 계산한 후 국부좌표로 변환을 수행하여야 한다. 식 (5)의 변환행렬 \mathbf{T} 를 이용하여 물질좌표계에서 계산한 요소의 강성행렬 $\widetilde{\mathbf{K}}^e$ 와 요소의 외력벡터 $\widetilde{\mathbf{F}}^e$ 를 국부좌표계에 대한 요소의 강성행렬 $\overline{\mathbf{K}}^e$ 과 요소의 외력벡터 $\overline{\mathbf{F}}^e$ 으로 변환한다.

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{K}}^e \Delta \overline{\mathbf{U}} &= -\overline{\mathbf{F}}^e \\ \text{where } \overline{\mathbf{K}}^e &= \mathbf{T}^T \widetilde{\mathbf{K}}^e \mathbf{T}, \quad \overline{\mathbf{F}}^e = \mathbf{T}^T \widetilde{\mathbf{F}}^e \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{bmatrix}_{(6 \times 6)}$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos(\overline{\mathbf{X}}_i, \mathbf{s}) & \cos(\overline{\mathbf{Y}}_i, \mathbf{s}) \\ \cos(\overline{\mathbf{X}}_i, \mathbf{t}) & \cos(\overline{\mathbf{Y}}_i, \mathbf{t}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $\Delta \overline{\mathbf{U}} = [\Delta \overline{\mathbf{U}}_1 \quad \Delta \overline{\mathbf{U}}_2 \quad \Delta \overline{\mathbf{U}}_3]^T$ 이고, 첨자 i 는 하나의 요소에 대한 절점번호이다. 외부일에 관한 항은 주변위 방향으로 작용하기 때문에 국부좌표계에서 직접 나타낸다. 식 (2)의 뉴튼-랩슨법은 각 단계마다 이루어지며, 모든 단계는 다시 전체 반복과정을 거치게 된다. 전체 반복과정을 거치는 이유는 최종형상과 초기블랭크에만 부분적인 정보를 가지고 있기 때문이다.

3. 미끄럼 구속면의 정의

본 논문에서 사용한 미끄럼 구속면은 Fig. 1과 같은 형상으로 각 단면이 두 세계의 원호로 이루어지는 형상이다. 중간 미끄럼 구속면은 평면도가 Fig. 2와 같은 형상으로 11개의 영역으로 구분된다. 여기서 r_p 는 펀치반경 r_d 는 금형의 모서리 반경을 나타내고 h_{gap} 은 금형과 펀치 사이의 간격을 나타낸다.

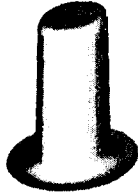


Fig. 1 Schematic geometry of the sliding constraint surface

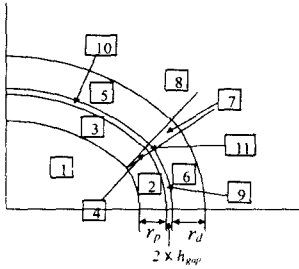


Fig. 2 Division of sections for intermediate sliding constraint surfaces

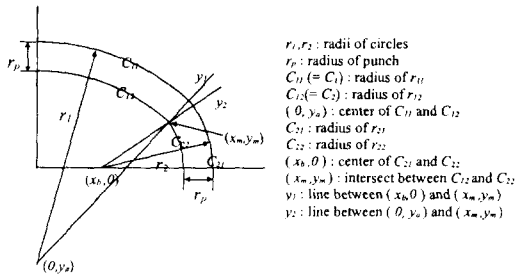


Fig. 3 Geometric parameters for the section definition

Fig. 3은 미끄럼 구속면의 묘사에 사용된 용어를 나타내는 것으로 상부의 영역 1,2,3을 기준으로 한다. 영역을 나누기 전에 구역을 Fig. 4와 같이 구분한다. 영역의 구분은 다음과 같은 순서로 이루어진다. Fig. 5는 임의의 측면을 나타낸 그림인데, (x_p, y_p, z_p) 에서의 영역을 구

할 때, a, b, t 벡터를 그림처럼 정의한다.



Fig. 4 Division of sliding constraint surface area

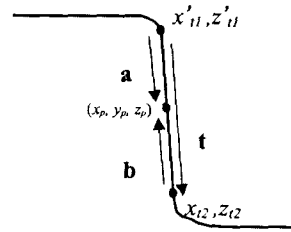


Fig. 5 Schematic vectors to define sections

원호들 중에서 구하려는 영역의 중심원점으로부터의 거리를 r_{eff} 라 하면, Fig. 4의 구분에 따라 r_{eff} 는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned}
 \text{at I : } r_{eff} &= \sqrt{(x_p - x_b)^2 + y_p^2} \\
 \text{at II : } r_{eff} &= \sqrt{(x_p - x_m)^2 + (y_p - x_m)^2} \\
 \text{at III : } r_{eff} &= \sqrt{x_p^2 + (y_p - y_a)^2} \quad (11)
 \end{aligned}$$

각 영역은 다음과 같은 조건으로 나누어진다.

- (1) $y_1 \geq 0, c_1 \leq (r_{11} - r_p)$ or $y_2 \leq 0, c_2 \leq (r_{21} - r_p)$
- (2) $y_2 \leq 0, c_2 > (r_{21} - r_p)$ and $t \cdot a < 0$
- (3) $y_1 \geq 0, c_1 > (r_{11} - r_p)$ and $t \cdot a < 0$
- (4) $y_1 < 0, y_2 > 0, c_1 > (r_{11} - r_p), c_2 > (r_{21} - r_p)$
and $t \cdot a < 0$
- (5) $y_2 \leq 0, c_2 > (r_{21} - r_p)$ and $t \cdot a \geq 0, t \cdot b < 0$
- (6) $y_1 \geq 0, c_1 > (r_{11} - r_p)$ and $t \cdot a \geq 0, t \cdot b < 0$
- (7) $y_1 < 0, y_2 > 0, c_1 > (r_{11} - r_p), c_2 > (r_{21} - r_p)$
and $t \cdot a \geq 0, t \cdot b < 0$

(8)

$$\left(\begin{array}{l} y_2 \leq 0 \text{ and } c_2 \geq (r_{22} + r_d) \\ \text{or } y_1 \geq 0 \text{ and } c_1 \geq (r_{12} + r_d) \\ \text{or } y_1 \leq 0, y_2 > 0, (x_p - x_m)^2 + (y_p - y_m)^2 \geq (r_{dc} + r_d)^2 \end{array} \right)$$

(9) $y_2 \leq 0, c_2 < (r_{22} + r_d)$ and $t \cdot b \geq 0$

(10) $y_1 \geq 0, c_1 < (r_{11} + r_d)$ and $t \cdot b \geq 0$

(11)

$$\begin{aligned} & y_1 < 0, y_2 > 0, (x_p - x_m)^2 + (y_p - y_m)^2 \geq (r_{dc} + r_d)^2, \\ & (x_p - x_m)^2 + (y_p - y_m)^2 \geq (r_{dc} + r_d)^2 \text{ and } t \cdot b \geq 0 \end{aligned}$$

영역을 정의한 다음에는 해석에 필요한 각 절점의 미끄럼 구속면 상에서의 수직 백터와 간격을 구해야 한다. \mathbf{u} 백터는 측면의 경사 방향으로 다음과 같이 정의되어진다.

$$\mathbf{u} = \left(\frac{z_{n1} - z_{n2}}{l}, \frac{x_{n2}' - x_{n1}'}{l} \right) \quad (12)$$

where $l = \sqrt{(x_{n2}' - x_{n1}')^2 + (z_{n2} - z_{n1})^2}$

θ 를 구하려는 영역의 중심 원점으로부터의 각도라고 하고, \mathbf{c} , \mathbf{d} 백터를 다음의 (13)식과 (14)식처럼 정의하면 수직백터 \mathbf{n} 은 (15)식처럼 나타내어지고, 간극 δ 는 (16)식처럼 나타내어진다.

$$\mathbf{c} = (r_{eff} - x_{n1}', z_p - z_{n1} + S) \quad (13)$$

$$\mathbf{d} = (\mathbf{c} \cdot \mathbf{t}) \mathbf{t} \quad (14)$$

$$\mathbf{n} = (u_1 \cos \theta, u_1 \sin \theta, u_2) \quad (15)$$

$$\delta = (\mathbf{d} - \mathbf{c}) \cdot \mathbf{u} \quad (16)$$

여기서 S 는 가장 윗면의 z 좌표이다.

4. 수치해석 결과

본 논문에서 사용한 모델은 직사각 컵의 다단계 공정시에 사용되는 중간 형상으로 세장비가 큰 타원형 컵이다. 최종 형상을 Fig. 6에 도시하였고, Fig. 7에 최종 형상 이전 단계들의 펀치 및 금형의 평면도를 도시하였다. Fig. 7에서 단변부인 x 축 방향이 압연 방향이고, 장변부인 y 축 방향이 압연에 수직인 방향이다. 다단계 유한요소 역해석을 사용하여 다단계 타원형 컵 성형시의 중간 블랭크 형상 및 초기 블랭크 형상을 계산해 보았다.

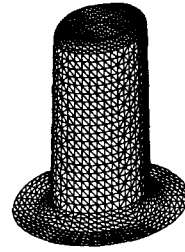
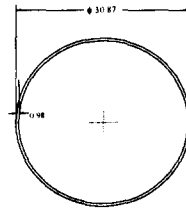
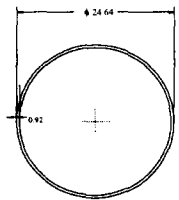


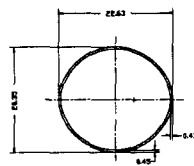
Fig. 6 Desired final shape of the multi-stage elliptic cup drawing (Stage 4)



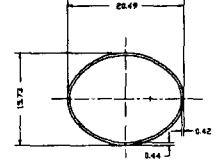
(a) stage1



(b) stage2



(c) stage3



(d) final stage

Fig. 7 Punch and die profiles for multi-stage elliptic cup drawing

최종형상은 타원형으로 하고 중간단계는 원통형과 타원형으로 구성하였다. 해석에 사용된 재료는 강판으로 단순인장 실험을 통한 물성치는 다음과 같다.

응력-변형률 관계식 :

$$521.86 (0.014834 + \bar{\epsilon})^{0.23373} \text{ (MPa)}$$

이방성계수 :

$$R_0 = 1.872, R_{45} = 1.246, R_{90} = 2.103$$

초기 박판 두께는 0.5 mm이고, 마찰계수는 0.15로 하였으며, 각 블랭크 홀딩력은 1000 kgf으로 하였다. 평면이방성을 가정하고, 기하학적인 대칭성을 고려하여 1/4모델만 해석을 수행하였다.

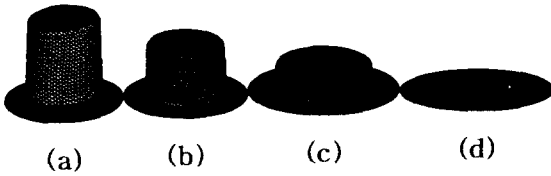


Fig. 8 Computed intermediate shapes of each stage : (a) Stage 3; (b) Stage 2; (c) Stage 1; (d) Initial blank shape

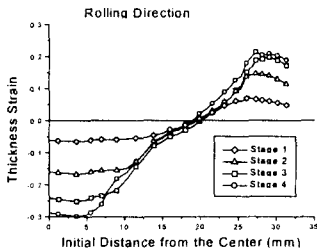


Fig. 9 Thickness strain distribution of each stage (rolling direction)

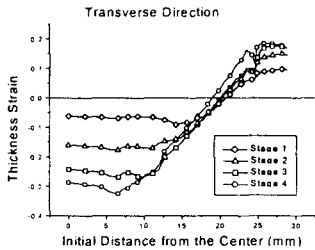


Fig. 10 Thickness strain distribution of each stage (transverse direction)

중간단계의 블랭크 형상 및 초기 블랭크 형상을 Fig. 8에 도시하였고, 각 단계의 변형률 분포를 Fig. 9와 Fig. 10에 도시하였다. 성형이 진행될수록 펀치 면과 펀치 반경 부분이 얇아지고, 플렌지 부분은 두꺼워지는 양상을 보였다. 단변부가 장변부에 비해 두께가 많이 얇아졌음을 알 수 있고, 펀치 반경부에 국부적인 변형이 생겨 두께가 많이 얇아졌다. 중간형상이나 최종형상에서 파단이 발생한다면 이 부분에서 일어날 가능성이 클 것이다.

5. 결론 및 토론

본 논문에서는 다단계 유한요소 역해석을 다단계 타원형 컵의 성형 공정에 적용하여 중간 단계의 블랭크 형상 및 변형률 분포를 구하였다. 두 세개의 원호가 합쳐진

타원형의 형상을 가지는 미끄럼 구속면을 영역에 따라 구분하여 수식적으로 표현하여 해석을 수행하였다. 펀치상단부의 단변 부분이 가장 얇아져 이 부분에서 파단이 발생 할 가능성이 큼을 알 수 있었는데 이러한 형상은 중간 단계의 금형의 형상을 수정하면 해결 할 수 있을 것으로 보인다.

본 논문에서는 기존의 강소성 및 탄소성 유한요소법에 비해 해석의 정확성은 떨어지지만, 기존의 방법으로는 해석이 거의 불가능한 공정에 대한 해석 결과를 정성적으로 구하였다. 설계하기가 어려운 다단계 성형공정에서 중간 단계의 금형 설계에의 적용 가능성을 보여 주었다. 파단이 발생하지 않고 균일한 두께 분포를 가지도록 중간 단계의 금형을 최적으로 수정할 수 있는 연구가 향후에 이루어져야 할 것이다.

참고 문헌

- (1) Batoz, J.L., Guo, Y.Q., Duroux, P. and Detraux, J.M, 1989, "On the Estimation of Thickness Strain in Thin Car Panels by the Inverse Approach", NUMIFORM89, pp.383~388.
- (2) Chung, K. and Richmond, O., 1994, "The Mechanics of Ideal Forming", ASME trans: J. of Applied Mechanics, Vol.61, pp.176~181.
- (3) Liu, S.D. and Karima, M., 1992, "A One Step Finite Element Approach for Production Design of Sheet Metal Stampings", NUMIFORM92, pp.497~502.
- (4) Lee, C.H. and Huh, H., 1997, "Blank Design and Strain Prediction of Automobile Stamping Parts by an Inverse Finite Element Approach", J. Mater. Process. Technol., Vol.63, pp.645~650.
- (5) Lee, C.H. and Huh, H., 1998, "Three Dimensional Multi-step Inverse Analysis for the Optimum Blank Design in Sheet Metal Forming Processes", J. of Mater. Process. Technol., Vol. 80, pp. 76~82.
- (6) Majlessi, S.A. and Lee, D., J., 1988, "Development of Multistage Sheet Metal Forming Analysis Method", Mater. Shaping technol., Vol.6, No.1, pp.41~54.