

# 강소성 유한요소법을 이용한 알루미늄 7075합금강의 국부화 현상에 대한 연구

이용성\* · 이병섭\* · 윤수진\*\* · 홍성인\*\*\*

## A Study of Localization with Al7075 By Using Rigid-Plastic Finite Element Method

Y.S. Lee, B.S. Lee, S.J. Yoon and S.I. Hong

### Abstract

The importance of the role of plastic spin in the rate-dependent response of materials at large deformations is the main objective of this work. After a brief presentation of a general constitutive framework for visco-rigid plasticity at large strains, an isotropic/kinematic hardening and a visco-rigid plastic model are used to analyze the stress-strain response under simple shear. A clear understanding of the role of plastic spin is achieved by obtaining numerical analyzed results for different stress values, in which the plastic spin constitutive parameters interrelate with the strain rate and other more conventional model constants. Especially, this paper is concerned with introducing behaviors of Al7075.

**Key Words** : Visco-Rigid Plasticity, Plastic Spin, Finite Element Method, Isotropic Hardening, Kinematic Hardening, Al7075

### 1. 서 론

산업이 발달함에 따라 널리 쓰이고 있는 소성가공의 경우에 있어서도 정밀한 가공에 대한 요구가 커지고 있다. 또한, 이러한 점에 호응하여 많은 연구자들의 보다 정확한 소성 변형 거동을 해석하기 위하여 부단한 노력이 있어 왔다.

이러한 점에서 재료가 동적 하중을 받을 때 발생하는 소성 불안정 현상에 대하여 Dafalias<sup>(1)</sup>는 재료의 회전에

관계하여 그동안 알려져 왔던 연속체 회전(Continuum spin)만으로는 일치하지 않는 점을 설명하기 위해 소성 속도 기울기(Plastic velocity gradient)의 비대칭 부분으로써 소성 스핀(Plastic spin) 개념을 도입하고, Mandel<sup>(2)</sup>에 의해서 제안되었던 이동경화현상에 대하여 해석적으로 연구를 하였다. 그후, Dafalias<sup>(3)</sup>는 이전의 연구를 바탕으로 점소성 재료에서 소성 스핀의 연구등을 수행하였다.

또한, 재료적 측면에서 Asaro<sup>(4)</sup>등의 소성 회전과 이동

\* 충남대학교 대학원 기계공학과

\*\* 국방과학연구소

\*\*\* 충남대학교 기계공학과

경화를 격자 구조 모델에 적용함으로써 보다 유용한 해를 구하는 수치 해석적 연구가 수행되었다.

단열성 전단밴드라는 측면에서도 Shawki<sup>(5)</sup> 등의 양함수 유한차분법을 이용한 연구와, 국내의 양함수 시간적분 유한요소법<sup>(6)</sup>과 음함수 유한차분법<sup>(7)</sup>을 이용한 방법 등 그 동안 많은 연구자들에 의한 연구가 수행되었다.

또한, 국내에서도 가공물의 치명적 파단과 소성 불안정, 이동경화 현상에 대한 연구도 최근에 와서 활발하게 진행되어 유한요소법 및 해석적 방법으로 시도되고 있으며, Kim<sup>(8)</sup>, Lee<sup>(9)</sup> 등에 의해 단조에 적용되는 사례도 발표되고 있다.

그러나, 국내에서 아직 소성 스피인에 대한 연구는 미비하여 가공 공정에 해석에 필요한 자료로써 연구가 선행되어야 할 부분으로 남아 있다. 이에 본 연구에서는 가공속도에 민감한 재료인 Al7075의 단순 전단 현상의 고찰을 통한 소성 스피인을 고려한 강소성 유한요소법의 소개를 목적으로 하고 있다.

## 2. 이 론

### 2.1 소성 스피인을 고려한 구성 방정식

강소성 재료의 변형과 관계된 경계조건문제에 대한 구성식은 응력률(stress rate)의 평형방정식이다. 이때의 적분형은 다음과 같다.

$$\dot{\pi}(u) = \int_V \dot{s}_{ij} D_{ij} dV - \int_{S_F} \dot{F}_i u_i dS \quad (1)$$

여기서,  $\dot{s}_{ij}$ 는 응력률,  $D_{ij}$ 는 변형률,  $\dot{F}_i$ 는 힘률,  $u_i$ 는 속도를 의미한다. 이제 다음과 같이 Jaumann derivative을 채용하자.

$$\begin{aligned} \tilde{s}_{ij} &= \dot{s}_{ij} - \Omega_{ik} s_{kj} + s_{ik} \Omega_{kj} \\ &= \dot{s}_{ij} - (\omega_{ik} - \omega_{ik}^p) s_{kj} + s_{ik} (\omega_{kj} - \omega_{kj}^p) \\ &= \dot{s}_{ij} - \omega_{ik} s_{kj} + s_{ik} \omega_{kj} + \omega_{ik}^p s_{kj} - s_{ik} \omega_{kj}^p \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $\Omega_{ij}$ 는 상대 스피인(relative spin)이고,  $\omega_{ij}$ 는 연속체 스피인,  $\omega_{ij}^p$ 는 소성 스피인이다. 주어진 (2)식에 대하여  $\tilde{s}_{ij}$ 로 정리하여 (1)식에 대입하고 벌칙함수를 도입하면,

$$\begin{aligned} \dot{\pi} &= \int_V \tilde{s}_{ij} D_{ij} dV + \int_V \omega_{ik} s_{kj} D_{ij} dV - \int_V s_{ik} \omega_{kj} D_{ij} dV \\ &+ k \int_V D_{ii} D_{ii} dV - \int_{S_F} \dot{F}_i u_i dS - \int_V (\omega_{ik}^p s_{kj} - s_{ik} \omega_{kj}^p) D_{ij} dV \end{aligned} \quad (3)$$

이제, Levy-Mises 관계로부터 다음을 구할 수 있다.

$$D_{ij} = D_{ij}^p = s_{ij}' \lambda = \frac{3}{2} \frac{\bar{D}}{s} s_{ij}' \quad (4)$$

변형률 경화 관계를 사용하고  $s_{ij}'$ 에 대하여 정리하면,

$$\frac{3}{2} \frac{\bar{D}}{s} s_{ij}' = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}'}{H' s} \tilde{s} = \frac{9}{4} \frac{s_{ij}' s_{mn}'}{H' \bar{D}^2} \tilde{s}_{mn} \quad (5)$$

$$\left( \text{단, } H' = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{D}} \right)$$

$$\tilde{s}_{ij} = \frac{4}{9} \frac{H' \bar{D}^{-2}}{s_{ij}' s_{mn}'} D_{mn} = L_{ijmn} D_{mn} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tilde{s}_{ij} D_{ij} &= L_{ijmn} D_{mn} D_{ij} = \frac{2}{3} H' \delta_{jn} \delta_{im} D_{mn} D_{ij} \\ &= \frac{2}{3} H' D_{ij} D_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

이제 (3)식에 (7)의 관계를 도입하면

$$\begin{aligned} \dot{\pi} &= \int_V \frac{2}{3} H' D_{ij} D_{ij} dV + 2 \int_V M_{ij} D_{ij} dV \\ &+ k \int_V D_{ii} D_{ii} dV - \int_{S_F} \dot{F}_i u_i dS \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,  $M_{ij}$ 는 스피인과 응력의 곱에 대한 항들을 정리하여 하나의 행렬로 표현한 것이다.

### 2.2 단순전단 문제에서의 구속조건

Fig. 1에 보여지는 것은 단순전단 문제에서의 구속조건을 나타내고 있다. 기하학적 형상은 현상을 잘 볼 수 있도록 임의 설정하였으며, A-B 단면은 전단 밴드를 가로질러 값을 나타내기 위하여 설정한 것이다.

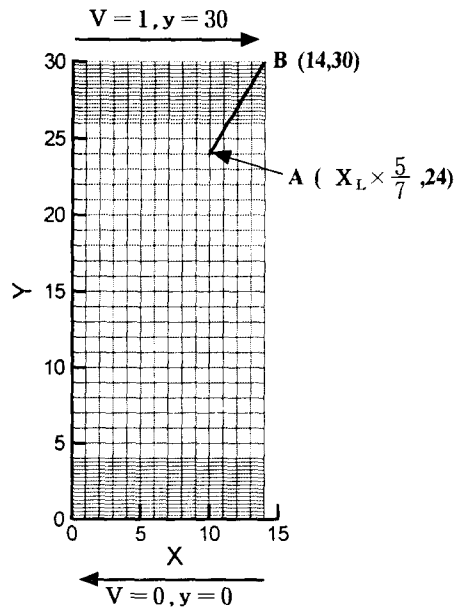


Fig. 1 Simple shearing motion

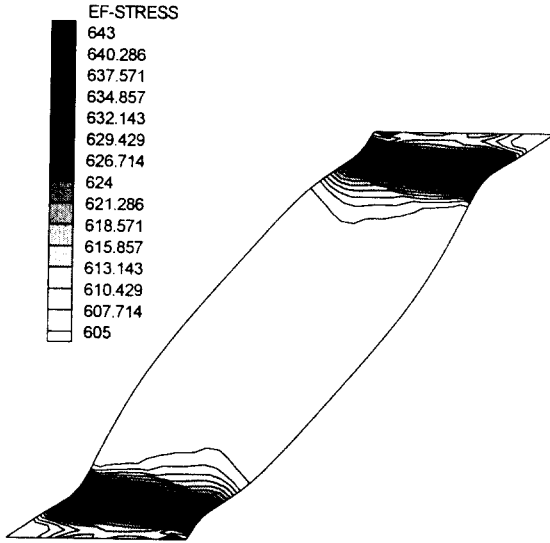


Fig. 2(a) Effective stress distribution at time step 100 on isotropic hardening

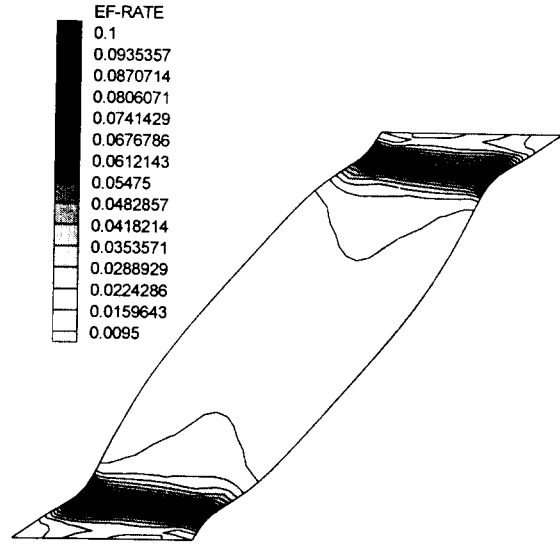


Fig. 3(a) Effective strain rate distribution at time step 100 on isotropic hardening

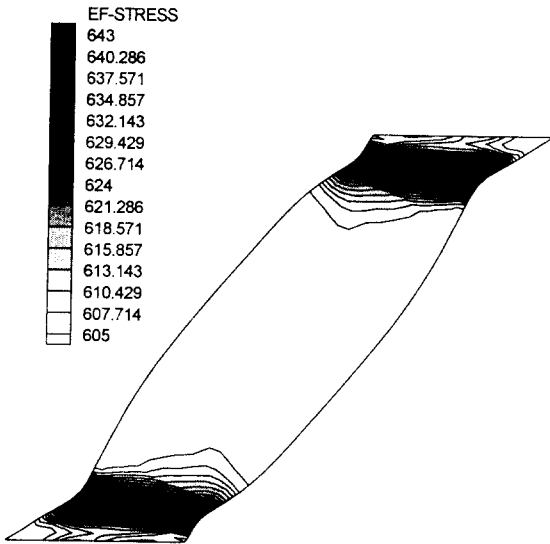


Fig. 2(b) Effective stress distribution at time step 100 on kinematic hardening

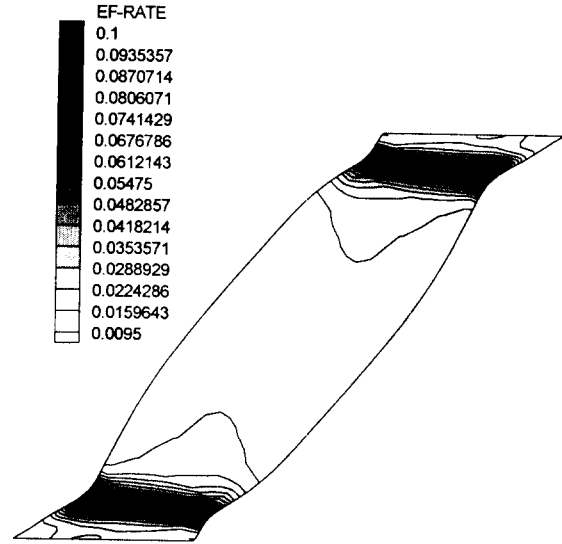


Fig. 3(b) Effective strain rate distribution at time step 100 on kinematic hardening

### 3. 결과 및 고찰

Fig. 2 에서는 상당 응력의 분포를 등방성 경화와 이동 경화에 대하여 보여 주고 있다. 두 경우 모두 전단밴드의 형성을 살펴볼 수 있으며, 형상 변화는 동일하게 나타나고 있으나, 이동 경화의 경우가 보다 응력값이 크고, 밴드 폭이 좁게 나타나는 것을 관찰 할 수 있다. 이로써 이동경화를 적용하였을 경우 변형에 따른 재료 파단이

보다 일찍 일어남을 알 수 있으며, 이는 소성 스펀이 변형에 참여하기 때문인 것으로 생각할 수 있다. Fig. 3 에서는 상당 변형률을 나타내고 있으며, 상당 응력의 비교와 마찬가지로 이동 경화를 적용하였을 경우가 변형률 값이 높게 나타나고 전단밴드가 보다 좁게 나타나는 현상을 관찰할 수 있다. Fig. 2 와 Fig. 3의 결과를 볼 때 소성 스펀은 전단밴드의 형성에 기여하는 바가 크며, 국부화 현상을 심화 시키는 역할을 하는 것으로 알 수 있

으나, 상대적으로 변형이 작은 단순 전단의 중앙부에서는 분포가 동일해 영향이 없는 것으로 보인다.

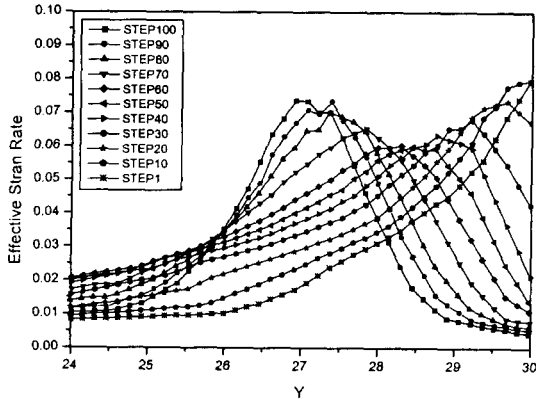


Fig. 4(a) Variation of effective strain rate for A-B section on isotropic hardening

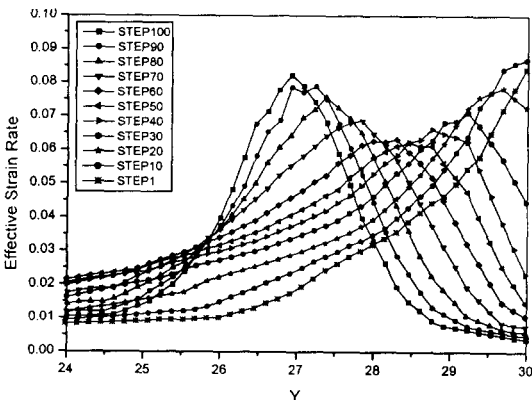


Fig. 4(b) Variation of effective strain rate for A-B section on kinematic hardening

Fig. 4에서는 Fig. 1에서 나타낸 A-B 단면에 대하여 시간 단계가 진행됨에 따른 상당변형률을 나타내고 있다. 초기에는 B쪽 끝단 절점에서 최대 값이 그리고, 최종 단계에서는 A-B 단면의 중앙부에서 최대 값이 나타나는 것을 알 수 있으며, 변형 초기에 단순 전단의 특성상 끝단 부에서 큰 변형과 회전을 갖게 되는 데, (b)의 경우 초기 회전량 중 변형에 기여하는 소성 스핀으로 인하여 값이 끝단 부에서 상승하는 현상을 관찰 할 수 있다. 이는 초기 끝단부에서 상대적으로 큰 강제 변형이 이루어지는 순간에서도 차이를 보이지 않게 해석되는 등 방성 경화의 오류에 대해 소성 스핀을 고려한 이동 경화 해석의 경우 올바르게 변형 거동을 나타낼 수 있음을 알려주는 것으로 볼 수 있다. 또한, 변형이 진행됨에 따라 그 차이가 감소하였다가 전단 밴드의 형성이 확실시 될 수록 그 차이가 커지는 이유 또한, 변형의 진행에 따라 초기 불안정 상태에서 안정 상태 다시 불안정 상태로 이

어지는 것을 고려하면, 소성 스핀을 고려한 이동 경화 해석의 경우 소성 불안정 상태에 따른 국부화 현상을 설명할 수 있는 해석 방법으로 소성 불안정 유동 해석시 반드시 필요하다고 생각된다.

#### 4. 결론

본 연구를 통하여 소성 스핀을 고려한 이동 경화 해석이 소성 불안정 유동에 따른 국부화 현상에 대한 해석으로써 타당한 방법임을 알 수 있었다. 단순 전단의 경우 소성 스핀은 초기 불안정 상태와 전단 밴드 형성이 확실시 되는 최종 불안정 상태에서 기여하는 바가 크고, 실제 변형의 형상과 큰 관련이 없음을 알 수 있었다. 그러나, 아직 그 정성적 해석에 그쳐 정량적 해석으로써 보다 연구가 진행되어야 할 것이다.

#### 참고 문헌

- (1) Dafalias, Y.F., 1985, "The plastic spin", ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 52, p. 865.
- (2) Mandel, J., 1973, "Equations constitutive et directeurs dans les milieux plastiques et viscoplastiques", Int. J. of Solids Structures, Vol. 9, p. 725.
- (3) Dafalias, Y.F., 1990, "The plastic spin in viscoplasticity", Int. J. of Solids Structures, Vol. 26, p. 149.
- (4) Asaro, R.J., 1985, "Material modelling and failure modes in metal plasticity", Mechanics of Materials, Vol. 4, p. 343.
- (5) Cherukuri, H.P., & Shawki, T.G., 1995, "An energy based localization theory : 1. Basic framework, 2. Effects of the diffusion, inertia and dissipation numbers", Int. J. Plasticity, Vol. 11, p. 15.
- (6) 정동택, 유요한, 1994, "4340강의 단열전단 밴드 생성에 대한 유한요소 해석 및 실험적 고찰", 대한기계학회논문지, 13권 5호, p. 1143.
- (7) 황두순, 이병섭, 윤수진, 홍성인, 1999, "고속변형률 조건을 고려한 단열전단밴드의 해석에 관한 연구", 대한공업교육학회지, 24권 2호, p. 107.
- (8) 김완수, 이병섭, 황두순, 홍성인, 1999, "업셋 단조의 좌굴 및 소성 불안정 유동에 관한 연구", 한국소성가공학회지, 8권 4호, p. 393.
- (9) 이병섭, 황두순, 윤수진, 홍성인, 1999, "이동 경화를 고려한 좌굴 및 소성 불안정 유동에 관한 연구", 한국소성가공학회 '99년도 춘계학술대회 논문집, p. 98.