

# 광학 저장장치를 위한 Squared M-ary Run-Length Limited 코드

김경근\*, 박지환\*\*

\*부경대학교 교육대학원 전산교육전공

\*\*부경대학교 전자계산학과

## Squared M-ary Run-Length Limited Codes for Optical Storage Channel

Kyung-Keun Kim\*, Ji-Hwan Park\*\*

Dept. of Computer Education\*, Dept. of Computer Science

\*\* Pukyong National University

### 요 약

멀티미디어 데이터 저장에 있어서 중요한 요소 중의 하나는 얼마나 많은 양의 정보를 주어진 공간에 기록할 수 있는냐는 것이다. 현재 많이 사용되고 있는 광 저장장치(optical channel) 기록을 위하여 Squared M-ary RLL의(d,k) 제한조건을 이용하여 상태천이행렬을 일반화하고 채널용량을 구하였다.

### 1. 서론

일반적으로 플로피디스크(FD), 하드디스크(HD) 또는 테이프 형태인 자기저장장치와 광자기 저장장치(ETOM방식) 그리고 레이저 디스크(LD), CD-R, DVD와 같은 광저장장치가 있다. 컴퓨터 기술 발전에 따라 텍스트 데이터는 물론 멀티미디어를 대량으로 취급하는 단계에 이르렀고 처리해야 할 데이터양은 매우 증가하고 있고 광학저장장치는 이러한 요구를 만족시킬 유망한 매체로서 많이 사용되고 있다.

광저장장치는 레이저빔을 이용하여 저장하고 읽게 되는데 랜드(land)와 피트(pit)를 형성하면서 디지털 데이터를 표현하고 저장하며, 피트사이의 공간을 랜드라하고 랜드와 피트사이의 변곡점은 이진수 1을 의미하며 변화없이 일정길이를 유지하는 곳은 이진수 0에 해당한다[1].

RLL(Run-Length Limited) 제한조건은 자기저장은 물론 광학전송과 저장에 있어 널리 알려져 있고 (d,k) 제한조건이라 한다. d는 임의의 인접한 0 아닌 기호 사이에 최소한 d개의 0 이 있어야 하며, 이것은 기호간의 간섭을 제한하고 조절하는 데 사용된다. k는 임

의 인접한 0 아닌 기호 사이에 최대로 k개의 0이 있을 수 있는 타이밍 제한조건이다.

지금까지 채널용량과 밀도를 높이기 위한 여러 가지 방법이 발표되었다[2][3]. 여기서는 2절에서 Squared M-ary 단일트랙 RLL (d,k) 코드에 대하여 고찰하고 3절에서는 Squared M-ary 단일트랙 RLL (d,k) 코드의 상태천이행렬의 일반형을 구했다. 4절에서는 구해진 상태천이행렬을 이용하여 채널용량을 구하였다.

### 2. Squared M-ary 단일트랙 RLL (d,k) 코드

일반화 하기 위해  $1 \leq d \leq k$  인 경우로 제한하면  $k+1$  개의 상태가 생긴다. 이때 각각의 상태를  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_k$  로 나타내고 각 상태는  $S_j = (x, y)$ 로 표시한다. 여기서  $x$ 는 가장 최근 0 아닌 기호 이후에 발생한 0의 개수이고,  $y$ 는 연속한 0의 개수이다.

$x$ 가 취할 수 있는 값은  $\{0, 1, 2, 3, \dots, d-1\}$  이고  $x=d$  이면 가장 최근 0 아닌 기호 이후로  $d$ 개 이상의 0이 발생했음을 뜻하며,  $y$ 는 연속한 0의 개수를

나타내며 취할 수 있는 값은  $\{0, 1, 2, \dots, k\}$  중 하나가 된다.  $x=d$  이면  $d \leq y \leq k$  이고 이외에는  $y=x$  이다[4].

(예1) ① 4-ary RLL(1,2) 코드에서 상태의 수는 3개이고, 각각의 상태는  $S_0=(0;0)$ ,  $S_1=(1;1)$   $S_2=(1;2)$  이다. FSTD(Finite State Transition Diagram)으로 나타내면 다음과 같다.

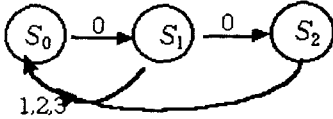


그림1. 4-ary RLL(d,k) 코드의 FSTD

그림1.의 상태천이행렬은

$$T(1,2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

이다. 이 때 최대 고유치는  $\lambda_{max} = 2.1038$  이고, 채널용량  $C = \log_2 \lambda_{max} = 1.0730$  이 된다[2].

② Squared ( 2nd-power) 4-ary RLL (1,2) 코드[5]에서 상태는  $S_0=(0;0)$ ,  $S_1=(1;1)$ ,  $S_2=(1;2)$  이고,  $S_0=(0;0)$ 은 처음 0 아닌 기호를 발생하였으므로 다음에 올 수 있는 2개의 기호는 00, 0X (단, X=1,2,3)가 된다.

입력기호가 0X이면 상태가  $S_0=(0;0)$ 로 되고 (3가지 경우가 발생가능), 00이면  $S_2=(1;2)$ 로 천이 된다. 상태  $S_1=(1;1)$ 에서 다음에 올 수 있는 기호는 0X 와 X0이므로  $S_0=(0;0)$ 와  $S_1=(1;0)$ 로 천이하며 각각 3가지 경우가 생긴다. 상태  $S_2=(1;2)$ 에서는 10, 20, 30 세 가지 경우의 기호가 올 수 있으며  $S_1=(1;1)$ 로 천이 된다. 이것을 상태로 나타내면 그림2와 같다.

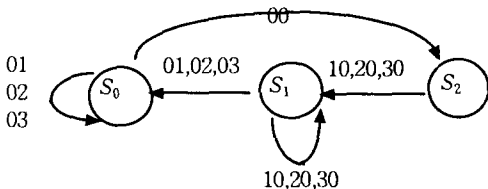


그림2. Squared 4-ary (1,2) 코드의 FSTD

이때 상태천이행렬은

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} = T^2(1,2) \quad (2)$$

즉, 식(1)에서 나타낸 상태천이행렬의 곱과 같으며, 이 때 최대 고유치는  $4.42599 \approx 2.1038^2 = \lambda_{max}^2$ 로서 ①에서 구한 최대 고유치의 제곱과 근사적으로 같으며 채널용량도  $C = \frac{1}{2} \log_2 \lambda_{max}^2 = 1.0730$ 으로 근사적으로 일치한다

(예2) ① 3-ary RLL(2,4) 코드

상태의 수는 5개가 되고 각각  $S_0=(0;0)$ ,  $S_1=(1;1)$   $S_2=(2;2)$ ,  $S_3=(2;3)$ ,  $S_4=(2;4)$ 이다. 상태도는 그림3과 같다

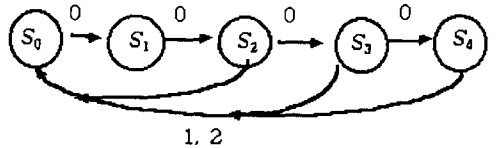


그림3. 3-ary RLL(2,4) 코드의 FSTD

따라서, 상태천이행렬은

$$T(2,4) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

와 같이 구해지며, 채널용량  $C = \log_2 \lambda_{max} = \log_2 1.59312 = 0.67186$  이 된다.

② Squared 3-ary RLL (2,4) code

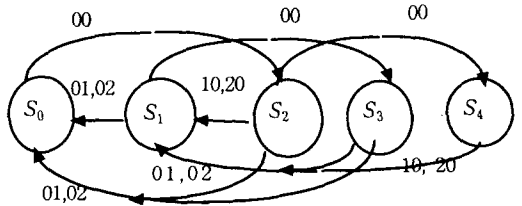


그림4. Squared 3-ary RLL (2,4) 코드의 FSTD

그림4의 상태전이행렬은 아래와 같다.

$$T(2,4) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이것은

$$T^2(2,4) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

을 계산한 결과와 같다. 또한, 채널용량은

$$C = \frac{1}{2} \log_2 2.53804 = 0.671857 \text{ 이고 } \textcircled{1} \text{에서 구한}$$

채널용량과 근사적으로 일치한다.

### 3. Squared M-ary RLL (d,k) 코드의 상태 전이행렬의 일반화

Squared M-ary 단일트랙 RLL (d,k) 코드의 상태 전이행렬을 일반화하기 위해 먼저 M-ary 단일트랙 RLL (d,k) 코드에서 상태도와 상태전이행렬은 아래와 같게 된다.

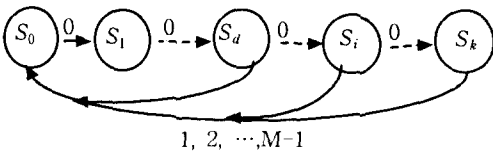


그림5. 단일트랙 M-ary RLL (d,k) 코드의 FSTD

$$T(d,k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ m & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \\ m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

(단,  $m=M-1$ )

따라서,

Squared M-ary RLL(d,k)의

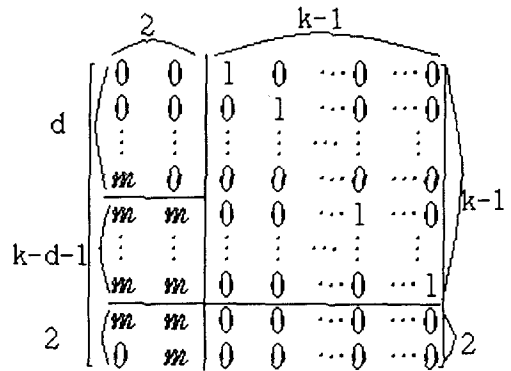
상태전이행렬은  $T^2(d,k) = T(d,k) \times T(d,k)$ 는

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ m & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \\ m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ m & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \\ m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

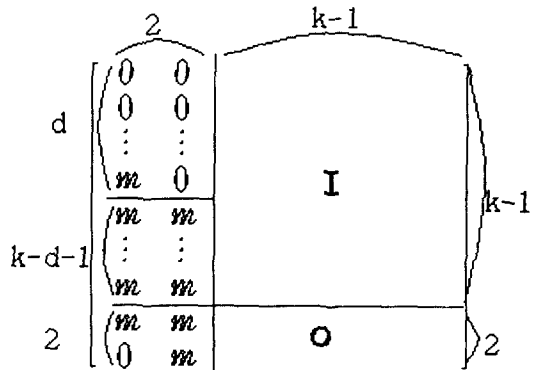
$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ m & m & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m & m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \\ m & m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

인 형태로 된다. 즉,

$$T^2(d,k) =$$



간략히 나타내면



인 형태로 일반화 된다. 단, I는 단위행렬, O는 영행렬.

#### 4. Squared M-ary RLL(d,k) 코드의 채널용량

Squared M-ary 단일트랙 RLL (d,k) 코드의 채널 용량은  $T^2(d, k) = \frac{1}{2} \log_2 \lambda_{\max}$  이고 (여기서  $\lambda_{\max}$  는 (d, k)조건을 갖는 상태전이행렬의 최대 고유치, 상태전이행렬의 최대 고유치를 구하기 위해 다음과 같은 반복급수방법(power iteration method)을 이용한다 [2].

- 1) 초기벡터  $z_0$  를 정하고  $i=1$  로 한다
  - 2)  $z_i = T^2(d, k)z_{i-1}$
  - 3)  $\lambda_i = \max\{z_{ij}\}$ ,  $j$ 에 관하여 구한다
  - 4)  $z_i = \frac{z_i}{\lambda_i}$
  - 5)  $\lambda_i$  가 수렴하였는지 검사
  - 6)  $\lambda_i$  가 수렴할 때까지  $i$ 를 1씩 증가시키면서 과정 2)를 반복한다.
- 이 알고리즘을 20에서 70회 반복하면  $\lambda_i \rightarrow \lambda$  가 되는  $T^2(d, k)$  의 최대 고유치  $\lambda$ 를 구할 수 있다.

표1. Squared M-ary 단일트랙 RLL (d,k) 코드의 채널용량

		$T^2$				
		M-ary				
d	k	2	3	4	5	6
1	1	0	0.5	0.7925	1	1.1610
	2	0.4056	0.8232	1.0730	1.2528	1.3936
	3	0.5514	0.9255	1.1542	1.3210	1.4528
	4	0.6174	0.9661	1.1835	1.3437	1.4713
	5	0.6509	0.9839	1.1950	1.3520	1.4776
	6	0.6690	0.9922	1.1998	1.3551	1.4797
2	2	0	0.3333	0.5283	0.6667	0.7740
	3	0.2878	0.5797	0.7524	0.8758	0.9721
	4	0.4057	0.6719	0.8313	0.9462	1.0363
	5	0.4650	0.7142	0.8654	0.9751	1.0616
	6	0.4979	0.7356	0.8815	0.9881	1.0725
	3	3	0	0.2500	0.3962	0.5
4		0.2232	0.4483	0.5809	0.6754	0.7489
5		0.3218	0.5298	0.6534	0.7419	0.8110
6		0.3746	0.5706	0.6880	0.7725	0.8388

#### 5. 결론

이 논문에서는 squared M-ary 단일트랙 RLL (d,k) 코드를 고찰하고, 상태전이행렬의 일반화를 유도하였으며, 그 행렬의 최대 고유치를 반복 급수방법으로 구하여 채널용량을 구하였다. 그 결과 채널용량은 근사적으로 M-ary RLL (d,k) 코드의 채널용량과 일치한다는 것을 알 수 있었다.

#### [참고문헌]

- [1] 김명호, 이운준 "멀티미디어 개념 및 응용," 홍릉과학출판사 pp. 210-211 1997. 8
- [2] Michael W.Marcellin and H.J.Weber," Two-dimensional modulation codes," IEEE J. Select. Areas Commun., vol.10 pp.254-266, Jan.1992
- [3] S.W.McLaughlin, "Five run-length limited codes for M-ary recording channels," IEEE Trans. on Magnetics, vol.33, no.3, pp.2442-2450, May 1997
- [4] 이재진 "광기록장치를 위한 M-ary 다중트랙 RLL코드" 한국통신학회논문지 99-6 Vol.24 pp.888-892 1999. 6
- [5] Jaejin Lee " 4-ary (1,2) run-length limited code for optical storage channels" Electronics Letters 1st April 1999 vol.35 No.7 pp.580-581