

# 해석적인 방법에 의한 슬롯리스형 영구자석 동기전동기의 특성해석

## Characteristic Analysis of Slotless-type Permanent Magnet Synchronous Motor by using Analytical Method

강규홍, 이주민, 홍정표, 김규탁  
창원대학교 전기공학과

Gyu-Hong Kang, Ju-Min Lee, Jung-Pyo Hong, Gyu-Tak Kim,  
Dept. of Electrical Eng., Changwon National Univ.

### Abstract

This paper persents the characteristic analysis method of Slotless-type Permanent Magnet Synchronous Motor using the analytical method. The results of analysis are compered with FEM to verify the validity of the proposed method.

### 1. 서 론

영구자석형 전동기는 구조적으로 치, 슬롯 구조를 가지므로 전자기적 출력을 발생하는 기전력 (Electro Motive Force : EMF)의 슬롯 고조파 성분을 수반하며 공극의 자기저항 차에 의한 코깅 토크가 발생한다. 이러한 코깅토크 및 기전력의 고조파성분은 운전 시 기계적 진동, 소음 및 출력 리플로 작용하므로 정밀한 속도와 위치 제어를 요구하는 시스템에 악영향을 미친다. 이에 반해 슬롯리스 (slotless) 전동기는 기전력의 슬롯 고조파성분 및 코깅 토크를 제거할 수 있다는 장점이 있어 정밀 속도 제어용으로 슬롯리스 전동기의 연구가 활발히 수행되고 있다. [1] 슬롯리스 전동기는 기계적 공극에 비해 자기적 공극이 매우 커 공극 및 도체 영역 전체에 걸쳐 자계 해석이 수반되어야 한다.

슬롯리스형 영구자석 전동기의 경우 형상이 간단하고 국부적인 포화를 무시할 수 있어 전자계 이론으로부터 각 영역별 지배방정식을 유도하고 지배방정식의 일반해로부터 공극의 자계분포를

직접 구할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 해석적인 방법으로 슬롯리스형 영구자석 전동기의 공극 및 도체 영역에서의 자계해석을 수행하였다. 자계 해석의 결과로부터 토크 및 기전력 등의 특성해석을 수행하고 설계 변수 변화에 따른 기전력의 고조파성분과 출력특성 해석으로부터 슬롯리스 전동기의 특징을 분석하였다. 해석적인 방법에 의한 특성을 유한요소해석 결과와 비교하여 해석의 타당성을 입증하였다.

### 2. 해석적인 방법에 의한 자계 해석

그림 1은 본 논문의 해석모델인 슬롯리스형 영구자석 동기전동기의 기본적인 형상으로, 극수와 권선의 비는 4:3의 비를 가지는 구조로 선정하였으며 전기자 권선은 집중권으로 구성하였다.

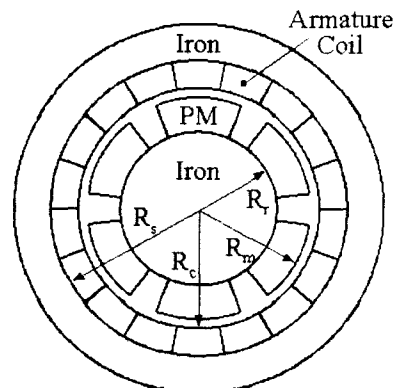


Fig. 1. Basic structure of slotless permanent magnet motor

해석적인 방법을 적용하여 2차원 해석을 하기 위해 다음과 같은 가정을 두었다 [3-4].

- ① 영구자석은 반경방향으로 자화되어 있다.
- ② 철심에서의 기자력 손실은 무시한다.
- ③ 해석 모델은 z축 방향으로 변화가 없다.
- ④ 영구자석과 코일 분포는 회전방향으로 무한하며 일정한 주기성을 갖는다.

해석적인 방법은 해석모델을 세부 영역으로 나누는 후 각 영역에 대한 자기 스칼라 포텐셜을 이용하여 지배방정식을 유도하고 경계조건으로부터 자계를 해석하였다. 공극의 자계 분포는 영구자석에 의한 자계와 전기자 전류에 의한 자계를 각각 독립적으로 계산하여 서로 중첩시킴으로써 해석하였다.

### 2.1 영구자석에 의한 자계

영구자석에 의한 공극 자계를 해석하기 위한 모델은 그림 2에 나타내었다. 여기서 해석영역은 공극(I)과 영구자석(II)으로 나누어진다.

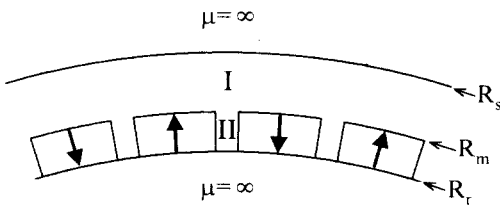


Fig. 2. Analysis model of permanent magnet

각 영역에서의 자속밀도는 다음과 같다.

$$B_I = \mu_0 H_I \quad (1)$$

$$B_{II} = \mu_m H_{II} + \mu_0 \mathbf{M} \quad (2)$$

$\mathbf{M}$ 는 영구자석의 자화벡터,  $\mu_m = \mu_0 \mu_r$ 은 영구자석의 리코일 투자율이다.

그림 3은 슬롯리스 전동기의 영구자석의 자화 분포를 나타낸 것이다. 자화는  $r$  성분만 존재하며  $\theta$ 에 대하여 연속적인 주기함수 형태를 갖는다.

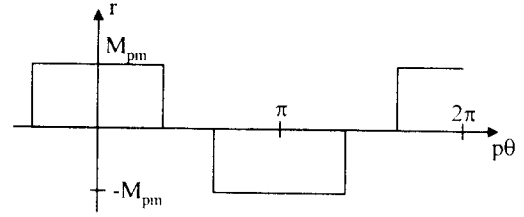


Fig. 3. Magnetization distribution of permanent magnet

영구자석의 자화 분포를 푸리에급수 전개를 이용하여 나타내면 자화의  $r$  성분은 다음과 같다..

$$M = \sum_{n=1,3}^{\infty} a_{pn} \cos n p \theta \quad (3)$$

$$a_{pn} = \frac{4M_{pm}}{n\pi} \sin \frac{n\alpha_p \pi}{2}$$

여기서  $M_{pm} = B_r / \mu_0$ 는 영구자석의 자화,  $\alpha_p$ 는 자극비,  $\theta$ 는 기계각을 의미한다.

영역 I과 II에서 자기스칼라포텐셜  $\varphi$ 를 계변수로 하는 지배방정식은 각각 Laplace 방정식과 Poisson 방정식의 형태로 구성하면 다음과 같다.

$$\nabla^2 \varphi_I = 0 \quad (4)$$

$$\nabla^2 \varphi_{II} = \frac{\nabla \cdot \mathbf{M}}{\mu_r} \quad (5)$$

지배방정식을 직접 풀어서 공극과 영구자석 영역에서 자기스칼라포텐셜의 일반해를 구하면 식 (6)과 (7)처럼 나타난다.

$$\varphi_I(r, \theta) = \sum_{n=1,3}^{\infty} (A_{nI} r^{np} + B_{nI} r^{-np}) \cos n p \theta \quad \text{영역 I} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{II}(r, \theta) = & \sum_{n=1,3}^{\infty} (A_{nII} r^{np} + B_{nII} r^{-np}) \cos n p \theta \\ & + \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{M_n}{\mu_r [1 - (np)^2]} r \cos n p \theta \end{aligned} \quad \text{영역 II} \quad (7)$$

그림 2의 해석모델에서  $r = R_s, R_m, R_r$  일

때의 경계조건은 다음과 같다[4].

$$H_{\theta I}(r, \theta)|_{r=R_s} = 0 \quad (8)$$

$$H_{\theta II}(r, \theta)|_{r=R_r} = 0 \quad (9)$$

$$H_{\theta I}(r, \theta)|_{r=R_m} = H_{\theta II}(r, \theta)|_{r=R_m} \quad (10)$$

$$B_{rI}(r, \theta)|_{r=R_m} = B_{rII}(r, \theta)|_{r=R_m} \quad (11)$$

영구자석에 의한 공극 자속밀도는 영역 I에서의 자속밀도의 일반해로서 결정할 수 있다. 식 (6)과 (7)의 일반해에 위의 경계조건을 적용하여 계수  $A_{nI}$ ,  $B_{nI}$ ,  $A_{nII}$ ,  $B_{nII}$ 를 결정할 수 있다. 자기스칼라포텐셜의 일반해의 계수들이 결정되면 각 영역에서의 영구자석에 의한 자속밀도는 다음과 같이 구할 수 있다[4].

영역 I :

$$B_{rI}(r, \theta) = \sum_{n=1,3}^{\infty} M_n \frac{\mu_0 np}{\mu_r [(np)^2 - 1]} R_m^{-(np-1)} \cdot C \cdot [r^{np-1} + R_s^{2np} r^{-(np+1)}] \cos np\theta \quad (12)$$

$$B_{\theta I}(r, \theta) = \sum_{n=1,3}^{\infty} -M_n \frac{\mu_0 np}{\mu_r [(np)^2 - 1]} R_m^{-(np-1)} \cdot C \cdot [r^{np-1} - R_s^{2np} r^{-(np+1)}] \sin np\theta \quad (13)$$

영역 II :

$$B_{rII}(r, \theta) = \sum_{n=1,3}^{\infty} M_n \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} R_m^{-(np-1)} \cdot D \cdot [r^{np-1} + R_s^{2np} r^{-(np+1)}] \cos np\theta + \sum_{n=1,3}^{\infty} M_n \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} \left(\frac{R_r}{r}\right)^{np+1} \cos np\theta + \sum_{n=1,3}^{\infty} M_n \frac{\mu_0 (np)^2}{(np)^2 - 1} \cos np\theta \quad (14)$$

$$B_{\theta II}(r, \theta) = \sum_{n=1,3}^{\infty} -M_n \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} R_m^{-(np-1)} \cdot D \cdot [r^{np-1} - R_s^{2np} r^{-(np+1)}] \sin np\theta + \sum_{n=1,3}^{\infty} M_n \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} \left(\frac{R_r}{r}\right)^{np+1} \sin np\theta + \sum_{n=1,3}^{\infty} M_n \frac{\mu_0 (np)^2}{(np)^2 - 1} \sin np\theta \quad (15)$$

## 2.2 전기자 전류에 의한 자계

슬롯리스형 전동기에서 전기자 전류에 의한 자계 해석을 위한 모델을 그림 4에 나타내었다. 전류 분포는 고정자 철심표면에 각 상의 코일이 주기적으로 분포된 것으로 가정하였다.

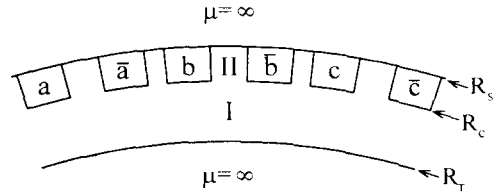


Fig. 4. Analysis model of armature current

일반적으로 전기자 권선에 의한 자계와 전류밀도 사이에는 식 (16)과 같은 관계가 성립한다.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (16)$$

여기서 자계강도  $\mathbf{H}$ 를  $\mathbf{M}_{ac}$ 라는 가상의 자화값으로 보고, 전류밀도  $\mathbf{J}$ 가  $z$ 방향 성분만 가진다고 가정하면  $\mathbf{M}_{ac}$ 는 영역 II 내에서  $r$  성분만 갖게 되며, 그 크기는 다음과 같이 표현할 수 있다[5].

$$\mathbf{M}_{ac} = \mathbf{J} \times \mathbf{w} \quad (17)$$

1상에 전기자 전류에 의한 자화  $\mathbf{M}_{ac}$ 의 공간적인 분포는 그림 5와 같으며, 영구자석에 의한 자화와 마찬가지로 푸리에급수 전개를 이용하여 나타낼 수 있다.

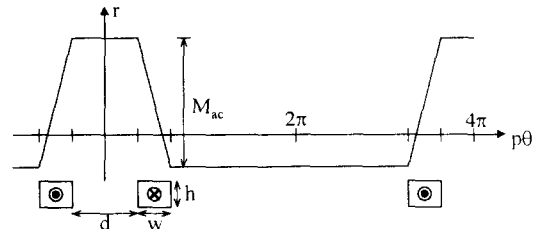


Fig. 5. Magnetization distribution by 1 phase armature current

$$M = \sum_{n=1,2}^{\infty} a_{an} \cos n \frac{p\theta}{2} \quad (18)$$

$$a_{an} = \frac{4M_{ac}}{n^2 \pi w_e} \sin n \frac{d_e + w_e}{2} \sin n \frac{w_e}{2}$$

식 (18)에서  $w_e$ 와  $d_e$ 는 코일변의 폭과 그 사이의 간격을 나타내는 전기각이다.

영역 I과 II에서 지배방정식은 영구자석에와 동일하게 구성되며, 코일영역의 투자율은  $\mu_m = \mu_0$ 가 된다. 영구자석에 의한 자계 계산과 동일하게 3상의 전기자 권선에 의한 자속밀도를 계산하면 다음과 같다.

영역 I :

$$B_{rI}(r, \theta) = \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} R_c^{-(np-1)} \cdot E \cdot F \cdot [\gamma^{np-1} + R_r^{2np} \gamma^{-(np+1)}] \quad (19)$$

$$B_{\theta I}(r, \theta) = \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{-\mu_0 np}{(np)^2 - 1} R_c^{-(np-1)} \cdot E \cdot G \cdot [\gamma^{np-1} - R_r^{2np} \gamma^{-(np+1)}] \quad (20)$$

영역 II :

$$B_{rII}(r, \theta) = \left\{ \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} R_c^{-(np-1)} \cdot E \cdot [\gamma^{np-1} + R_r^{2np} \gamma^{-(np+1)}] + \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} \left( \frac{R_s}{r} \right)^{np+1} + \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{\mu_0 (np)^2}{(np)^2 - 1} \right\} \cdot F \quad (21)$$

$$B_{\theta II}(r, \theta) = \left\{ \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{-\mu_0 np}{(np)^2 - 1} R_c^{-(np-1)} \cdot E \cdot [\gamma^{np-1} - R_r^{2np} \gamma^{-(np+1)}] + \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} \left( \frac{R_s}{r} \right)^{np+1} - \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{\mu_0 np}{(np)^2 - 1} \right\} \cdot G \quad (22)$$

영역 I과 II에서 자속밀도를 계산하는 각각의 수식에서 계수  $C, D, E, F, G$ 는 Appendix에 나타내었다.

### 3. 해석결과

영구자석에 의한 자계와 전기자 전류에 의한 자계를 중첩하므로써 공극 및 코일 영역의 자계를 해석하였다. 해석결과는 2차원 유한요소해석과 비교하여 거의 일치함을 알 수 있다.

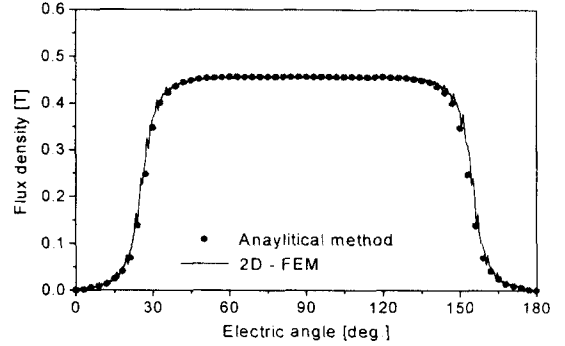


Fig. 6. Airgap flux density by permanent magnet

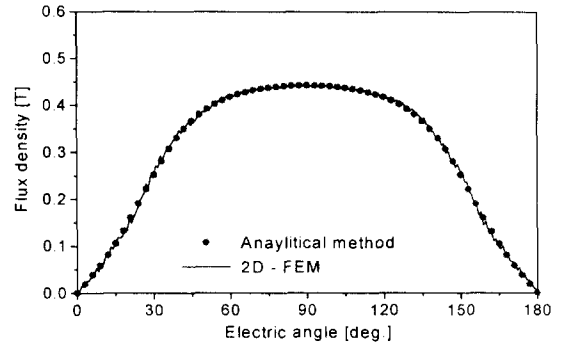


Fig. 7. Flux density in coil center by permanent magnet

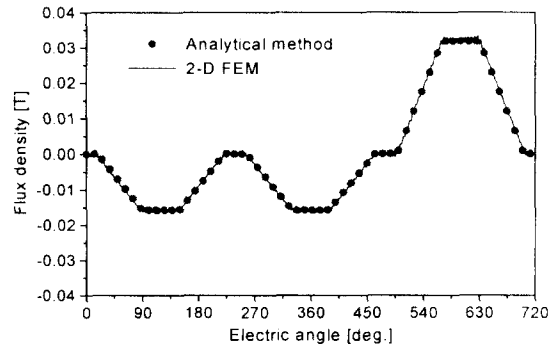


Fig. 8. Airgap flux density by armature current

그림 6과 7은 영구자석에 의한 자속밀도, 그림 8은 전기자 전류에 의한 자속밀도이다.

#### 4. 슬롯리스 전동기의 특성 해석

전동기의 특성해석을 위한 역기전력 및 발생 토크는 다음의 식을 따른다.

$$E = N \frac{d\Phi}{dt} \quad (23)$$

$$T = r \int (J \times B) dv \quad (24)$$

해석적인 방법으로부터 산정한 역기전력을 유한요소해석 결과와 비교하여 그림 9, 토크 특성은 그림 10에 나타내었다. 전기각의 변화에 따른 특성은 영구자석과 전기자 권선의 상대적인 위치를 이동시켜 가면서 산정하였다.

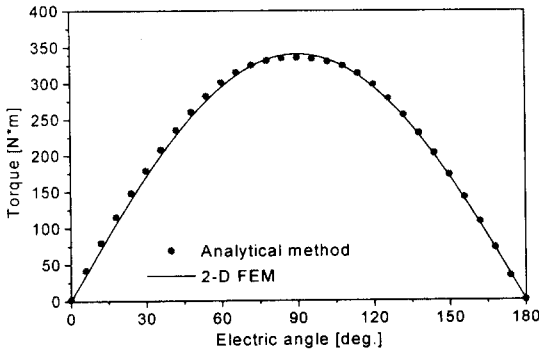


Fig. 9. Torque characteristic according to electric angle

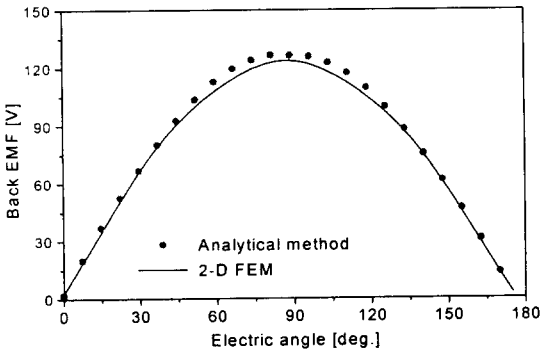


Fig. 10. Back EMF characteristic according to electric angle

슬롯리스 전동기의 경우 슬롯 고조파에 의한 코깅토크가 존재하지 않으므로 역기전력 특성이 정현적인 형태를 가진다면 일정한 토크 및 출력을 발생한다.

그림 11은 정현파 전류 인가 시 해석 대상의 각 상당 출력과 합성 출력을 나타내었다. 합성 출력의 리플은 거의 일정한 값을 가진다. 그림 12는 자극비의 변화에 따른 역기전력 특성을 해석한 결과이다. 자극비가 증가할수록 극당 자속량은 증가하여 역기전력은 사다리꼴 형태에 가까워지고 출력은 증가하지만 고조파 성분이 증가하여 출력 및 속도 리플의 원인이 된다. 자극비 변화에 따른 역기전력 특성의 고조파 해석 결과를 그림 13에 나타내었다. 슬롯 고조파가 없기 때문에 높은 차수의 고조파 성분은 거의 무시할 정도의 작은 값을 가진다.

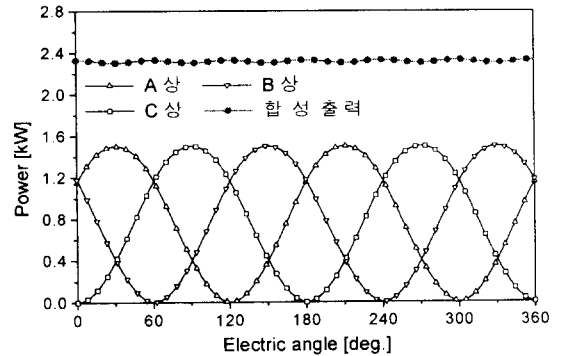


Fig. 11. Output characteristic of slotless motor

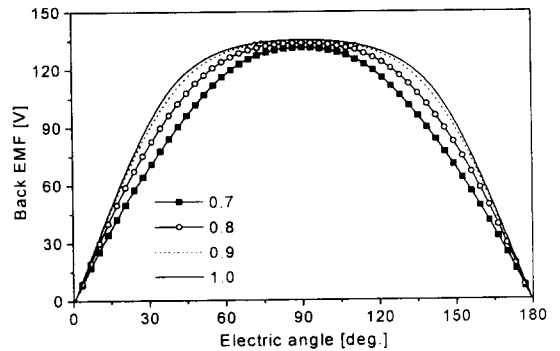


Fig. 12. Back EMF characteristic according to magnetic pole ratio

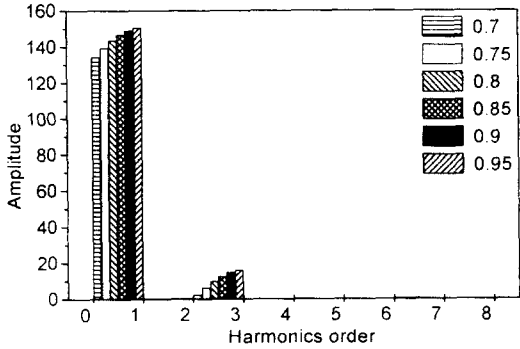


Fig. 13. Harmonic analysis of back EMF

슬롯리스 전동기의 설계시 출력을 증가시키면서 토크 및 출력의 리플을 최소화하기 위해서는 출력 및 역기전력의 고조파 분석을 병행하여야 한다. 이를 위해서 유한요소 해석의 경우 해석 영역의 모델링 및 후처리 작업등의 번거로움이 있어 많은 변수가 존재하는 초기 설계에 직접 적용하기는 곤란하다. 따라서 해석의 정도도 우수하고 설계 변수의 변화에 따른 특성해석이 효율적인 해석적인 방법으로 설계 및 최적설계를 수행하는 것이 타당할 것으로 생각된다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 해석적인 방법을 이용하여 슬롯리스형 영구자석 동기전동기의 공극 자계 계산 및 특성해석을 수행하였다. 해석결과를 유한요소 해석과 비교한 결과 잘 일치하여 만족스러운 결과를 도출하였다.

슬롯리스형 영구자석 동기전동기의 발생 토크

및 역기전력을 산출하여 자극비의 변화에 따른 역기전력 및 특성해석을 수행함으로써 슬롯리스 전동기의 특성을 분석하였다. 향후 제시한 해석적인 방법을 이용한 자계 및 특성해석의 방법을 이용하여 슬롯리스 전동기의 특성해석 및 최적 설계뿐만 아니라 치, 슬롯구조의 전동기 설계 및 코깅 토크 해석에 유용하게 적용할 수 있는 것으로 판단되어진다.

## [Acknowledgement]

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

## 참 고 문 헌

- [1] J.R. Hendershot Jr., TJE Miller, "Design of Brushless Permanent Magnet Motors", Magna Physics Publishing, 1994.
- [2] Salon, "Finite Element Analysis of Electrical Machines", 1995.
- [3] 임기채, 홍정표, 김규탁, "공간고조파법을 이용한 영구자석 선형 동기전동기의 슬롯을 고려한 정특성 해석", 전기학회 논문지 48B-4-1, pp.145-151, 1999.
- [4] Z. Q. Zhu, et al, "Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet dc Motors", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 34, No. 1, pp.124-135, Janu. 1993.
- [5] 임달호, 김학련, "동가자기회로방법에 의한 자계해석에 관한 연구", 전기학회 논문지, 제 42권, 8호, pp.14-21, 1993.

## Appendix

$$C = \frac{(np-1)R_m^{2np} + 2R_r^{np+1}R_m^{np-1} - (np+1)R_r^{2np}}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}[R_s^{2np} - R_r^{2np}] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}[R_m^{2np} - R_s^{2np}(R_r/R_m)^{2np}]}$$

$$D = \frac{(np - \frac{1}{\mu_r})R_m^{2np} + (1 + \frac{1}{\mu_r})R_r^{np+1}R_m^{np-1} - (np + \frac{1}{\mu_r})R_s^{2np} - (1 - \frac{1}{\mu_r})(R_r/R_m)^{np-1}R_s^{2np}}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}[R_s^{2np} - R_r^{2np}] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}[R_m^{2np} - R_s^{2np}(R_r/R_m)^{2np}]}$$

$$E = \frac{(np-1)R_c^{2np} + 2R_s^{np+1}R_c^{np-1} - (np+1)R_s^{2np}}{2(R_r^{2np} - R_s^{2np})}$$

$$F = \left\{ M_{na} \cos np\theta + M_{nb} \cos n(p\theta - \frac{4\pi}{3}) + M_{nc} \cos n(p\theta + \frac{4\pi}{3}) \right\}$$