

반경오차 보정을 위한 최적파라미터 튜닝 Optimal Parameter Tuning to Compensate for Radius Errors

김민석*(한양대 대학원 기계설계학과), 정성중(한양대 기계공학부)
M. S. Kim* (Hanyang Univ. Graduate School), S. C. Chung(Hanyang Univ.)

Abstract

Generally, the accuracy of motion control systems is strongly influenced by both the mechanical characteristics and servo characteristics of feed drive systems. In the feed drive systems of machine tools that consist of mechanical parts and electrical parts, a torsional vibration is often generated because of its elastic elements in torque transmission. Especially, a torsional vibration caused by the elasticity of mechanical elements might deteriorate the quick movement of system and lead to shorten the life time of the mechanical transmission elements. So it is necessary to analyze the electromechanical system mathematically to optimize the dynamic characteristics of the feed drive system.

In this paper, based on the simplified feed drive system model, radius errors due to position gain mismatch and servo response characteristic have been developed and an optimal criterion for tuning the gain of speed controller is discussed. The proportional and integral parameter gain of the feed drive controller are optimal design variables for the gain tuning of PI speed controller. Through the optimization problem formulation, both proportional and integral parameter are optimally tuned so as to compensate the radius errors by using the genetic algorithm. As a result, higher performance on circular profile tests has been achieved than the one with standard parameters.

Key Words : Machine tool(공작기계), Feed drive system(이송계), Radius error(반경오차), Optimization problem formulation(최적화문제 정식화), Genetic algorithm(유전자 알고리즘), Circular test(원호보간 실험)

1. 서론

고정도 고품위 부품가공을 위한 기계가공시스템에서 공작기계의 무인화와 고정도화에 대한 요구가 증대되고 있다.⁽¹⁾ 이러한 요구를 충족시키기 위해서는 공작기계에서 발생하는 각종 오차를 제거하는 것이 필수적이다. 공작기계는 크게 이송계와 주축계로 나누어질 수 있으며 이 중 이송계는 서보모터(servo motor), 볼스크류(ball-screw)와 너트(nut), 지지베어링(support bearing), 그리고 테이블(table) 등으로 구성되는 기계부와 이송계의 위치, 속도 등을 결정하는 제어부로 구성된다. 따라서 이송계 모델링은 이러한 기계부 특성에 초점을 맞춘 기계부 모델링과 제어부의 동적 특성과 성능에 초점을 맞춘 제어부 모델링으로 나눌 수 있다.^(1,2)

본 연구에서는 이송계 제어부에 초점을 맞춘 이송계 모델을 이용하고 이러한 이송계 모델에 기초하여 원호보간시에 나타나는 위치이득 불일치에 의한 반경오차와 응답특성에 의한 반경오차를 수학적으로 표현하고 이러한 반경오차를 최소화 할 수 있는 최적의 파라미터값을 규명한다.

2. 이송계 모델링

일반적으로 공작기계 이송계에 적용되는 제어구조는 전류 제어계, 위치 제어계, 그리고 속도 제어계가 서로 계단식으로 연결된 계단형 제어구조(cascade structure)로서, 이러한 제어구조에서는 각 제어계의 안정성(stability)이 반드시 보장되어야 한다. 특히 공작기계의 속도제어계(Fig. 1 참조)에는 실제의 가공시 발생하는 외란(질삭력, 마찰력 등)의 영향을 직접 받을 뿐 만 아니라, 제

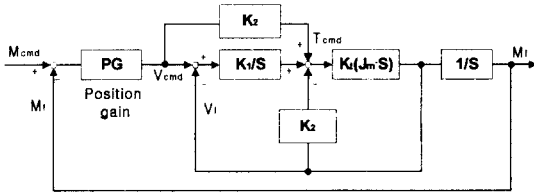


Fig. 1 Block diagram of feed drive controller

어대상인 이송계 또는 주축계의 기계적 공진 모드를 포함하기 때문에 이러한 속도제어계의 안정성에는 충분한 고려가 필요하다.⁽²⁾ 추종오차가 없이 원하는 제적을 이송할 수 있는 고속·고정도 이송계를 설계하기 위해서는 다음과 같은 사항을 고려해야 한다.

- (1) 제어기의 종합적 이득을 크게 한다. 단 시스템이 불안정하게 되지 않도록 주의해야 한다.
- (2) 제어계의 불안정성이나 오버슈트를 피하기 위해서 감쇠특성을 높게 한다.
- (3) 이송계의 시정수(time constant)를 작게 한다.
- (4) 기계부의 고유진동수(ω_m)와 제어계의 고유진동수(ω_s)는 다음과 같은 조건을 만족하도록 한다.

$$\omega_s > 2\omega_m$$

- (5) 속도이득을 크게 한다. 이 값은 위치제어회로의 대역폭과 근사적으로 같기 때문에 속도이득이 커진다는 것은 이송제어계의 동특성이 향상된다는 의미를 갖는다.⁽³⁾

Fig. 1의 이송계의 블록선도(block diagram) 중 속도제어루프의 전달함수는 Eq(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$H(s) = \frac{V_f}{V_{cmd}} = \frac{\frac{K_t}{J_m} \cdot K_2 \cdot s + \frac{K_t}{J_m} \cdot K_1}{s^2 + \frac{K_t}{J_m} \cdot K_2 \cdot s + \frac{K_t}{J_m} \cdot K_1} \quad (1)$$

$$= \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

where, $\omega_n = \sqrt{K_1 K_t / J_m}$, $\zeta = K_2 K_t / (2\omega_n \cdot J_m)$

Eq(1)은 ζ 의 범위에 따라서 부족감쇠(under damp, $0 < \zeta < 1$)인 경우와 과감쇠(Over damp, $\zeta > 1$)인 경우로 나누어지며, Eq(1)을 역라플라스

Table 1 Errors on feed drive system

Position-dependent error	
Geometric error	Positioning error
Squareness error	Pitch error
Sraightness error	Indexing error
Angular error	Backlash
Feed-motion-dependent error	
Lost motion	
Stick slip	
Servo response	
Angular motion	
Chatter	

변환을 취하여 각각의 경우에 따라 시간영역에서의 이송계 거동을 나타낼 수 있다.

3. 이송계 오차의 종류

공작기계에 존재하는 오차는 크게 기계부에 의한 오차와 제어부에 의한 오차로 나눌 수 있다.⁽²⁾ 이 중 기계부에 의한 오차는 이송계의 테이블과 안내면 사이에 존재하는 마찰력에 의한 상한절환 오차와 백래쉬(backlash), 피치오차, 직각도 오차 등이 있으며 제어부에 의한 오차는 반경 감소오차, 위치이득 불일치오차 등이 있다. 기계부에 의한 오차는 주로 안내면과 테이블 사이에 존재하는 마찰력과 제조상의 문제에 의한 경우가 대부분이며, 제어부에 의한 오차는 각 제어루프

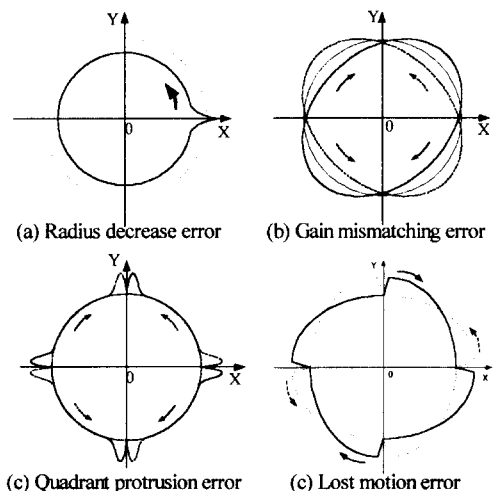


Fig. 2 Errors on circular test

의 특성에 기인한다.

3.1 이송계오차의 수학적 모델링

공작기계의 정밀도를 평가하기 위하여 여러 가지 방법이 사용되고 있으나 근래에는 기계적인 오차와 제어적인 오차의 영향을 동시에 확인할 수 있는 원호보간 시험이 널리 사용되고 있다.⁽²⁾⁽⁴⁾ 원호보간에서 t 와 $(t+1)$ 번째의 시간단계(time step)에서의 위치지령 (X_t, Y_t)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} X_t &= R\cos(\theta), X_{t+1} = R\cos(\theta + \Delta\theta) \\ Y_t &= R\sin(\theta), Y_{t+1} = R\sin(\theta + \Delta\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, R 은 원의 반경, θ 는 t 번째 단계에서의 회전각, $\Delta\theta$ 는 $(t+1)$ 번째의 단계에서의 증분각이며 다음과 같은 식으로 표현한다.

$$\Delta\theta = \frac{\Delta S}{R} = \frac{FT}{R} \quad (3)$$

여기서, ΔS 는 $(t+1)$ 번째의 시간단계에서의 증분이동거리, F 는 이송속도, 그리고 T 는 샘플링 시간(sampling time)이다. 따라서, Eq(2)와 (3)에서의 위치지령(X_{t+1}, Y_{t+1})은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} X_{t+1} &= X_t\cos(\Delta\theta) - Y_t\sin(\Delta\theta) \\ Y_{t+1} &= Y_t\cos(\Delta\theta) + X_t\sin(\Delta\theta) \end{aligned} \quad (4)$$

Eq(2)와 (4)에 기초하여 원호 상에서의 위치지령이 계산될 수 있고, 이송계의 안내면 따라 테이블이 움직일 수 있도록 서보모터에 위치지령이 보내진다. 여기서, 원호지령치의 원호중심을 원점 $O(0,0,0)$, 실제 이송계가 움직인 원호의 중심을 $P(X, Y, Z)$ 이라 하고 이송계에 오차가 존재할 경우 그 오차벡터를 $C=(C_x, C_y, C_z)$ 라 정의하면 원호보간시의 반경오차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta R = \frac{1}{R} \cdot (C_x X + C_y Y + C_z Z) \quad (5)$$

3.2 위치이득 불일치에 의한 반경오차

X, Y 평면에서 원호보간을 하는 경우 X 축과 Y 축의 좌표는 Eq(4)와 같이 나타낼 수 있으며 X, Y 축의 실제 위치이득을 각각 k_x, k_y 라고 하면 오차벡터는 다음과 같다.

$$C_x = -\frac{V_x}{k_x}, C_y = -\frac{V_y}{k_y} \quad (6)$$

여기서, V_x 와 V_y 는 각각 X, Y 축의 이송속도이고, 이송속도의 지령치를 F 라고 하면

$$V_x = \frac{dX}{dt} = -F\sin(t), V_y = \frac{dY}{dt} = F\cos(t) \quad (7)$$

위 식을 이용하여 ΔR 을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{FX\sin(t)}{k_x} - \frac{FY\cos(t)}{k_y} \right\} \\ &= \frac{F\sin(2t)}{2k_x} - \frac{F\sin(2t)}{2k_y} \\ &= \frac{F\sin(2t)}{2} \left(\frac{1}{k_x} - \frac{1}{k_y} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

이러한 오차에 의해서 이송계가 그리는 운동오차 궤적은 45° 방향으로 장축을 가지는 타원형의 도형이 된다. 또한 이 타원의 장축과 단축은 회전 방향에 따라 변하고, 오차의 크기는 위치이득 불일치 정도와 이송속도에 비례하게 된다.

3.3 응답특성에 의한 반경오차

이송계의 원호보간시 고속 이송속도에서는 현저한 반경감소량이 나타나며 이러한 반경감소량은 수치제어 시스템에 존재하는 고유의 지연요소에 의해서 발생하게 된다. 반경감소량 ΔR 은 다음과 같이 두 개의 성분으로 나눌 수 있다.

- (1) ΔR_1 : 서보계열의 시간지연량(time delay)에 의한 반경감소량
- (2) ΔR_2 : 보간 후의 가감속에 의한 반경감소량

서보계의 시간지연량에 의한 반경오차감소량 ΔR_1 을 수식적으로 모델링하기 위하여 Fig. 1에 나타난 블록선도를 Fig. 3과 같이 간략하게 나타낼 수 있으며 Fig. 3의 전달함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

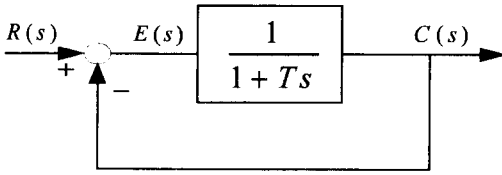


Fig. 3 Simplified model of feed drive system

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{1}{Ts+2} \quad (9)$$

where, $T = \text{time constant} = f(K_1, K_2)$

여기서, 입력을 램프입력(ramp input)으로 할 때 위의 Fig. 3과 같은 1차 시스템의 출력은 다음과 같다.

$$c(t) = Te^{-t/T} - T + t \quad (10)$$

여기서 오차신호 $e(t)$ 는

$$e(t) = r(t) - c(t) = T(1 - e^{-t/T}) \quad (11)$$

이 된다. Eq(11)에서 t 가 무한대로 커질 때, 즉 정상상태에 도달할 경우 오차신호 $e(t)$ 는 T 에 접근하게 되므로 시스템의 시정수 T 가 작아질수록 오차는 줄어들게 된다. 이러한 오차를 위에서 정의한 오차벡터로 나타내면 다음과 같다.

$$C_x = \pm T(1 - e^{-t/T})$$

$$C_y = \pm T(1 - e^{-t/T})$$

$$C_z = 0$$

$$\Delta R_1 = \pm T(1 - e^{-t/T})\cos(t) \pm T(1 - e^{-t/T})\sin(t)$$

또한 보간 후의 가감속에 의한 반경감소량 ΔR_2 는 Eq(13)과 같이 나타낼 수 있으며 여기서 T_{ip} 는 가감속 시정수이다.

$$\Delta R_2 = \begin{cases} T_{ip}^2 \cdot F^2 / (2R) & : \text{exp. interpolation} \\ T_{ip}^2 \cdot F^2 / (24R) & : \text{linear interpolation} \end{cases} \quad (13)$$

따라서, 응답특성에 의한 반경오차량은 서보계의 시간지연량에 의한 반경감소량과 보간후의 가감속 형태에 따른 반경감소량의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2$$

$$= \pm T(1 - e^{-t/T})\cos(t) \quad (14)$$

$$\pm T(1 - e^{-t/T})\sin(t) + T_{ip}^2 \cdot F^2 / (2R)$$

4. 최적화 문제의 정식화

앞 절에서 기술한 이송계 모델과 여러 가지 오차모델로부터 원호보간 시의 반경오차량을 보정하기 위한 최적화 문제를 정식화 할 수 있다. 이송계의 반경오차를 최소화하기 위해서 본 연구에서는 제어부 파라미터의 속도제어루프의 적분이득(K_1)과 비례이득(K_2)을 설계변수(design variable)로 선정하였고, 위치이득 불일치에 의한 반경오차와 응답특성에 의한 반경오차의 합을 최적화 문제의 목적함수(object function)로 선정하였다.

이미 서술하였듯이 공작기계 이송계는 위치제어루프, 속도제어루프, 그리고 전류제어루프가 각각 계단식으로 연결된 계단형 제어구조를 가지고 있으며, 이 중 속도제어루프는 외란에 의한 영향을 가장 직접적으로 받고 있기 때문에 이들 속도제어루프의 파라미터 선정 시에는 제어루프의 안정성을 충분히 고려해야 한다. 제어루프의 안정성 판별에는 여러 가지 방법이 사용되고 있으나 본 연구에서는 이득여유(gain margin)와 Eq(15)와 같은 위상여유(phase margin)를 본 최적화 문제의 제한조건으로 선택하였다.

$$M_p = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi}{\sqrt{1+4\xi^4 - 2\xi^2}} \right) \quad (15)$$

또한 응답성도 이송계 성능에 중요한 영향을 미치기 때문에 이송계의 상승시간(rising time)을 제한조건으로 선택하였으며 Eq(16)에 나타내었다.

$$T_r = \frac{2\pi \cdot N}{60 \cdot T_{\max}} (J + R^2 \cdot M) \quad (16)$$

따라서 반경오차 보정을 위한 최적파라미터 튜닝을 위한 최적화 문제의 정식화는 최종적으로 Eq(17)와 같이 나타낼 수 있다.

Design variable : K_1, K_2

Oblect function

$$f(t) = \begin{cases} \frac{F \sin(2t)}{2} \left(\frac{1}{k_x} - \frac{1}{k_y} \right) \\ \pm T(1 - e^{-t/T}) \cos(t) \\ \pm T(1 - e^{-t/T}) \sin(t) \\ + T_{ip}^2 \cdot F^2 / (2R) \end{cases} \quad (17)$$

Constraints

$$\begin{cases} M_p = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}} \right) \leq M_p^* \\ T_r = \frac{2\pi \cdot N}{60 \cdot T_{\max}} (J + R^2 \cdot M) \leq T_r^* \end{cases}$$

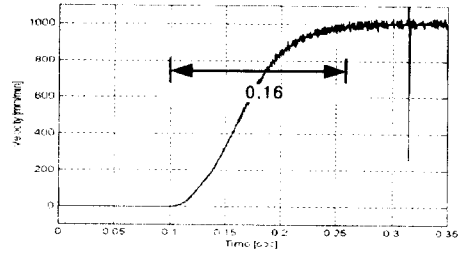
5. 실험 및 고찰

Eq(17)와 같이 정식화 된 최적화 문제는 해석적으로 풀 수 없기 때문에 상용 컴퓨터 소프트웨어인 MATLAB에서 구현한 유전자 알고리즘⁽⁵⁾을 이용하여 최적화 문제의 해를 도출하였으며 Table 2에 나타내었다. 유전자 알고리즘은 생물 진화의 원리에서 착상된 확률탐색기법의 일종으로서 적자 생존의 유전법칙에 근거를 둔 유연한 알고리즘으로 기계문제에 대한 최적 설계에 있어서는 설계민감도 등 복잡한 수학적 계산방법을 필요로 하지 않는 효율적인 알고리즘이다.

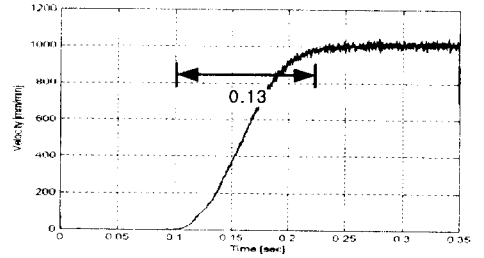
이와 같은 최적화 과정을 통해 도출한 파라미터 값들과 공작기계 이송계의 표준 설정값들을 서로 비교·분석하기 위하여 본 연구에서는 램프 위치입력(ramp position input)과 원호보간 실험을 행하였다. 램프위치입력은 공작기계 이송계의 응답성을 검증하기 위한 실험으로서 실험조건은 1000mm/min, 5000mm/min, 12000mm/min으로 설정하였다. 그리고 원호보간 실험은 이송속도 1000mm/min, 4000mm/min, 8000mm/min으로

Table 2 Parameter list

Symbol	Parameter value	
	Standard	Optimal
ζ	0.71	1.63
ω_n [rad/sec]	126	125
K_1 [Nm/rad]	101.121	99.522
K_2 [Nmsec/rad]	1.1396	2.596

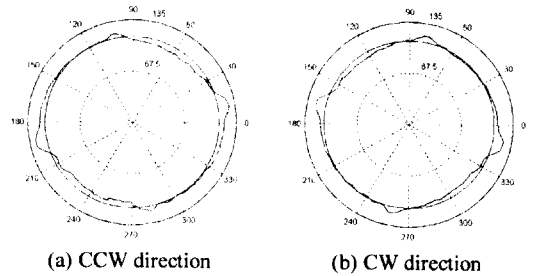


(a) Standard parameter



(b) optimal parameter

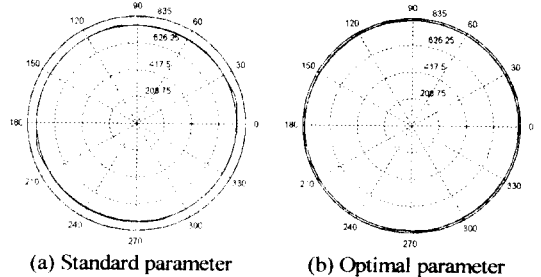
Fig. 4 Rising time of feed drive system



(a) CCW direction

(b) CW direction

Fig. 5 Circular profile test



(a) Standard parameter

(b) Optimal parameter

Fig. 6 Circular test with tuning parameters

1.5mm, 3mm, 5mm, 10mm의 원호반경을 각자 시계방향과 반시계방향으로 실험을 수행하였다.

Fig. 4(a)는 공작기계 표준 파라미터에서의 상승시간을 나타내고 있으며 Fig. 4(b)는 최적 파라

미터에서의 상승시간을 나타내고 있다. 표준 파라미터의 경우 이송속도 1000 mm/min까지의 상승시간이 약 0.16초였으나 최적 파라미터의 경우는 약 0.13초로서 18%정도 응답성이 향상됨을 알 수 있었다.

공작기계에서 원호보간실험을 행하였을 경우 Fig. 5에서와 같이 상한질환오차, 반경감소 오차, 위치이득 불일치 오차 등 3개의 오차요소를 확인할 수 있었다. 또한 Fig. 5(a)와 Fig. 5(b)에서 보면 시계방향과 반시계방향의 오차경향이 서로 대칭으로 나타나고 있는 것을 확인할 수 있다. 이러한 현상은 위치이득 불일치에 의한 것으로서 이러한 경우 원호보간에 사용된 공작기계의 X축과 Y축사이의 위치이득을 피구동부의 관성등을 고려하여 조정해주어야 한다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 표준 파라미터의 경우 반경감소 오차량이 약 135 μ m이었으나 최적 파라미터의 경우는 약 90 μ m로서 오차가 약 30% 정도 감소하는 것을 확인할 수 있었다.

6. 결론

본 연구에서는 이송계의 원호보간시 나타나는 여러 가지 반경오차를 최소화하기 위해 속도제어 루프의 비례이득과 적분이득의 최적값을 결정하였다. 이러한 최적화 방법으로 유전자 알고리즘을 사용하였으며 이러한 반경오차 보정을 위한 최적파라미터 튜닝을 통해 얻을 수 있는 결론은 다음과 같다.

- (1) 이송계에 존재하는 오차는 기계부에 의한 오차와 제어부에 의한 오차로 나눌 수 있다.
- (2) 이송계의 모델을 통해 제어부에 의한 오차인 위치이득 불일치에 의한 반경오차와 응답특성에 의한 반경오차를 수학적으로 모델링 할 수 있다.
- (3) 이송계 모델과 오차 모델을 이용하여 최적화 문제로의 정식화를 수행할 수 있다.
- (4) 최적 파라미터를 도입한 경우 기존의 파라미터를 도입한 경우보다 원호보간 시의 반경오차가 감소하는 것을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- (1) M. Tsutsumi, S. Ohtomo, Y. Okazaki, K. Sakai, K. Yamazaki, and Dong-Fang GE, 1995, "Mathematical Model of Feed Drive Mechanical System and Friction for CNC Machine Tools", *JSPE*, Vol. 61, No. 10, pp. 1458~1462.
- (2) Y. kakino, A. Matsubara, Z. Li, D. Ueda, H. Nakagawa, T. Takeshita, and H. Maruyama, 1994, "A Study on the Total Tuning of Feed Drive Systems in NC Machine Tools", *JSPE*, Vol. 60, NO. 8, pp. 1158~1164
- (3) Y. koren, 1997, "Control of Machine Tools", *ASME*, Vol. 119, pp. 749~755.
- (4) Y. S. Tarang and H. E. Cheng, 1995, "An Investigation of Stick-Slip Friction on the Contouring Accuracy of CNC Machine Tools". *Int. J. Mach. Tools Manufact*, Vol. 35, No. 4, pp. 565~576.
- (5) Z. Michalewicz, 1994, "Evolutionary Computation Techniques for Nonlinear Programming Problems", *Int. Transactions in Operational Research*, Vol. 1, No. 2, pp. 223~240.
- (6) 한동엽, 1999, "정밀 이송계 변수의 최적 설정법", 석사학위논문, 한양대학교.
- (7) 김민석, 2000, "고속 이송계의 통합설계에 관한 연구", 석사학위논문, 한양대학교.