

일반 구조물에 대한 형상 최적화 시스템의 개발

Development of Shape Optimization System for General Structures

한석영*(한양대학교 기계공학부), 배현우(대우자동차(주))

Seog-Young Han(Hanyang Univ.), Hyun-Woo Bai(Daewoo Motor Company)

Abstract

Growth-strain method was used for shape optimization of general structures. It was verified that the growth-strain method is very effective for shape optimization of solid structures in previous papers, but it could not provide reasonable optimized shape for structures with holes inside. The purpose of this study is to improve the growth-strain method for shape optimization of two- and three- dimensional structures. In order to improve, the problems occurred as the growth-strain method was applied to general structures were examined, and then the improved method was suggested. Finally, an automatic shape optimization system was built up by the improved growth-strain method with finite element method. The effectiveness and practicality of the developed shape optimization system was verified by some examples.

1. 서 론

형상 최적화는 초기 설계단계에서 결정된 초기 형상에 대해 설계조건을 만족하면서 최대 강도 또는 최대 강성을 갖는 형상을 구하는 것으로, 설계 대상의 형상이 최적화 과정에서 연속적으로 변화하므로 치수 최적화에 비해 매우 복잡하다.

기존의 형상 최적화는 수학적 프로그램에 기초를 두고 경계 매개변수화(boundary parameterization)와 설계 민감도(design sensitivity) 해

석을 통하여 최적화^[1-2]가 수행된다. 따라서 최적화를 수행하는데 많은 계산량과 대규모의 기억용량을 필요로 한다.

최근에 성장-변형률법^[3-4]이라는 최적화 기법이 개발되었다. 이 기법을 사용하면 경계 매개변수화와 설계 민감도 해석 없이 최대 강도 또는 최대 강성을 갖는 형상을 설계할 수 있다. 이 성장-변형률법은 2차원 및 3차원 구조물 내에 구멍이 없는 중실(solid) 구조물이나, 구멍이 있어도 변형 가능한 자유표면이 하나뿐인 구조물에 대하여 응력 및 부피(질량)의 제어가 가능하며, 보의 진동 문제에 대하여 균일 강도의 보를 설계할 때 적용 가능함이 발표된 바 있다. 그러나, 이 기법을 자유표면이 둘 이상인 2차원 구조물에 적용하면, 위에 기술한 구조물에서와 같은 타당한 최적화 된 형상을 얻을 수 없다.

따라서, 본 연구에서는 수학적 기법으로 이미 수행된 바 있는 자유표면이 둘 이상인 구멍이 있는 2차원 및 3차원의 일반적인 구조물에 대하여 성장-변형률법을 그대로 적용할 때 발생하는 문제점을 파악하고, 이 기법을 개선하여 형상 최적화를 수행함으로써 그 타당성과 효율성을 검증하였다. 또한, 성장-변형률법을 이용한 2차원 및 3차원의 일반 구조물에 대하여 적용될 수 있는 형상 최적화 시스템을 구축하였다.

2. 성장-변형률법

성장-변형률법은 매개변수를 일정하게 분포시

키고자 하는 과정에서 발생하는 체적변형을 이용하여 형상을 최적화 한다. 이 최적화 과정은 두 단계의 반복으로 이루어진다. 첫 단계는 역학적인 조건하에서 매개변수를 계산하기 위한 응력 해석 단계이며, 두 번째 단계는 형상 구속조건하에서 체적변형의 발생법칙에 기초를 둔 성장변위 및 형상 수정을 계산하기 위한 성장해석 단계이다. 각 단계에서의 해석은 유한요소법을 이용하여 수행된다. 매개변수는 균일 강도 문제에 대해서는 Mises 응력, 전단 변형에너지 밀도, 최대 주응력 등이, 그리고 강성 최대화 문제에 있어서는 포텐셜에너지 밀도 등이 사용될 수 있다. 본 연구에서는 균일 강도 문제를 다루며 Mises 응력을 매개변수로 사용하였다.

매개변수가 Mises 응력과 같이 단위 체적이나 단위 면적의 양으로 정의되면, 매개변수는 요소 내에서 체적의 증가에 따라 감소하는 특성을 갖는다. 그러므로 매개변수가 균일화 된 형상을 만들기 위해서는 체적변형의 발생법칙이나 성장법칙에 따라 매개변수의 함수로서 체적변형을 발생시킬 수 있다.

성장법칙의 형태는 체적을 구속한 채 응력을 축소하는 방법(체적 제어)과 응력을 구속한 채 체적을 축소하는 방법(응력제어)으로 나눌 수 있다. 체적 제어는 체적을 목표값으로 제어하면서 응력을 균일하게 만드는 것이며, 응력제어는 응력을 목표값으로 제어하면서 응력을 균일하게 만드는 것으로, 응력 구속하에서 최소화된 체적이 얻어진다.

설계자가 요구하는 체적값으로 구속할 때는, PID 제어 이론을 적용하여 개선한 성장법칙 식 (1)을 이용하고, 응력값으로 구속할 때는 식 (3)을 사용한다.

$$\varepsilon_{ij}^{H(n)} = \frac{\sigma^{(n-1)} - \bar{\sigma}^{(n-1)}}{\bar{\sigma}^{(n-1)}} \delta_{ij} h - \left\{ K_P \frac{V^{(n-1)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{V^{(k)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_D \frac{V^{(n-1)} - V^{(n-2)}}{V_{obj}} \right\} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}^{(n-1)} = \sum_e \frac{\sigma_e v_e}{V^{(n)}} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij}^{H(n)} = \frac{\sigma^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} \delta_{ij} h + \left\{ K_P \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} \right.$$

$$\left. + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\sigma_{max}^{(k)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} + K_D \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{max}^{(n-2)}}{\sigma_{obj}} \right\} \quad (3)$$

여기서 ε_{ij}^H 는 체적변형, σ 는 매개변수 (Mises 응력), $\bar{\sigma}$ 는 매개변수의 기준값(예를 들면 평균응력, 최대응력), δ_{ij} 는 크로네커 델타, 그리고 h 는 성장비로, 성장변형의 크기를 조절하는 1보다 훨씬 작은 임의의 상수이다. 또, (n) 은 n 번째 반복횟수, K_P , K_I , K_D 는 비례상수이며, v_e 는 각 요소의 체적, σ_e 는 각 요소의 대표응력, V_{obj} 는 목표하는 총 체적, $V^{(k)}$ 는 각 반복횟수에서의 총 체적을 의미한다. σ_{obj} 는 목표 응력값이며, $\sigma_{max}^{(k)}$ 는 각 반복횟수에서의 최대 응력값이다.

3. 성장-변형률법의 개선

성장-변형률법은 매개변수를 Mises 응력으로 할 때, 응력해석과 성장해석에 의해 응력을 균일화 하기 위하여 응력이 크게 나타나는 곳의 체적은 늘려주고 작게 나타나는 부분은 줄여준다. 이때 성장해석은 응력분포를 온도분포로 치환하여 수행한다. 성장변형시의 구속조건은 초기 응력해석의 경우와 다르게 기하학적 조건과 온도 조건에 의해 결정된다.

2차원 브라켓을 예로 들면, 구멍이 없는 경우 즉, 외부 표면만이 자유표면이 되어 변형이 일어나는 경우는 열응력 해석과 성장법칙의 방정식이 일치하게 되어 별 무리 없이 형상 최적화가 수행될 수 있다. 그러나 구조물에 구멍이 있는 경우 즉, 구멍의 표면과 외부 표면이 모두 자유표면이 되어 변형이 일어나는 경우는 브라켓의 초기 형상의 모양이 유지되지 못하고, Fig. 1과 같이 초기 형상에서 매우 벗어난 형상으로 수렴된다. 이것은 구멍과 외부 표면 사이의 열변형에 의한 성장법칙에 따라 형상이 변화하기 때문이다.

아래와 같이 구멍이 있는 구조물에 발생하는 문제의 해결 방안으로 구멍 주변에 Fig. 2와 같은 구속조건을 부여한다. 구조물의 변형률이 0이 되는 위치 즉, 성장법칙에서 전혀 성장이 되지 않는 위치에 선의 형태로 하나의 구속조건을 부여

4. 형상 최적화 시스템

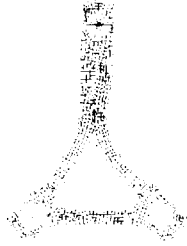


Fig. 1 Shape optimized by the growth-strain method for a bracket with a hole

하게 되면, 두 자유표면은 그 선을 기준으로 변형됨으로써 수학적 프로그램 기법으로 얻어지는 형상과 유사한, 초기 형상에서 크게 벗어나지 않는 형상으로 변형되게 된다. 하지만 변형률이 정확하게 0이 되는 선은 찾기 어려우므로 전체 변형률을 100%로 잡았을 때, 변형률이 3% 이내가 되는 점을 이어 기준선으로 잡는다.

3차원 브라켓의 예를 들면, 모든 면이 변형가능한 자유표면이라 하더라도 2차원 브라켓과 같은 문제는 발생되지 않는다. 그러나 생산을 고려하여 앞면과 뒷면을 구속하는 경우에는 2차원 브라켓의 경우와 같은 문제점이 발생한다. 따라서 그러한 경우에는 위와 같은 구속조건을 부가하여 문제를 해결할 수 있다.

이렇게 새로운 구속조건을 부여함으로써, 2차원 및 3차원의 일반적인 구조물에 대한 형상 최적화를 수행할 때 초기 형상에서 크게 벗어나지 않는 최적의 형상을 구할 수 있다.

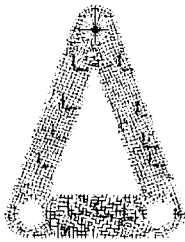


Fig. 2 A bracket with an additional boundary condition around a hole

형상 최적화 시스템의 도식적인 흐름도를 Fig. 3에 보인다. 이 시스템은 상용 유한요소 소프트웨어 (I-DEAS)^[5]와 개발된 성장-변형률법을 이용한 형상 최적화 프로그램으로 구성되어 있다. 초기 형상의 유한요소 모델을 만든 다음 응력 해석을 수행한다. 응력해석 후 성장해석에서 필요한 모든 데이터들은 후처리 작업(post-processing task)을 이용하여 새로운 데이터 파일을 생성한다. 후처리 작업에서는 각 요소에 대한 분포 매개변수(Mises 응력)가 구해지고, 발생하는 체적변형값, 온도 하중(ΔT)이 다음 단계의 성장해석을 위한 경계조건과 하중 조건으로 주어지도록 외부에서 C언어로 개발된 프로그램에 의해 계산되어진다.

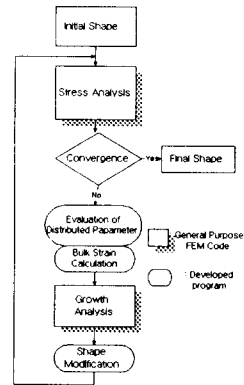


Fig. 3 Flow chart of a shape optimization system

다음 단계로, 상용 소프트웨어의 열변형 해석 프로그램을 사용하여 성장해석을 수행한다. 물체를 열등방성이라고 가정할 때 발생한 열변형은 전단 성분이 없는 체적변형을 발생시킨다. 성장해석을 위한 경계조건은 초기 응력해석에 대한 경계조건과는 독립적으로 설정된다. 성장해석에서의 경계조건은 온도 조건과 기하학적인 조건이다. 마지막으로, 개발된 프로그램을 통해서 형상을 수정한다. 최적화된 형상은 이 과정을 반복함으로써 계산되어진다. 다만, 반복작업이 여러 번 수행됨에 따라 유한요소 모델의 요소 크기가 극단적인 차이가 생길 수 있으므로, 응력해석 단계로 넘어가기 전에 요소의 형상을 검토하여 요소 재수정 과정을 수행한다.

5. 형상 최적 설계 적용 예

5.1 2차원 토크암

자동차 부품인 Fig. 4와 같은 토크암에 대하여 체적제어를 실시하여 체적의 목표값을 초기 체적의 70%로 설정하고, h 값을 0.05로 K_P , K_I , K_D 값을 각각 0.5, 0.1, 0.0으로 설정하여 형상 최적화를 수행하였다. 이때의 K_P , K_I , K_D 는 기존의 연구 결과^[6]에 따른 것이다. 이 때 초기 체적값에 대한 체적(민적)과 최대 Mises 응력에 대한 응력비의 변화를 Fig. 5에 나타내었으며, 최적화 된 형상을 Fig. 6에 나타내었다.

최적화 된 형상의 최대 Mises 응력값은 초기 최대 응력값과 거의 같은 값을 가졌으며, 체적은 설정한 70%로 감소하였다.

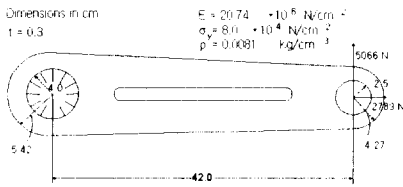


Fig. 4 Initial design conditions of a torque arm

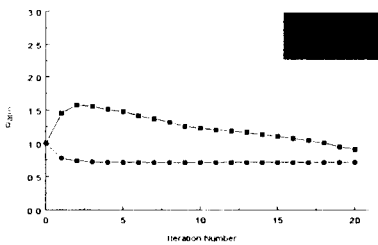


Fig. 5 Change of volume and stress optimized shape of a torque arm due to iteration number by volume control

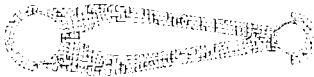


Fig. 6 Optimized shape for a torque arm by volume control

응력제어에 의한 최적화 과정은 Fig. 7에 나타내었다. 이 경우, 초기 최대 응력치를 목표값으로 하여 최적화를 수행하였다. 응력제어의 경우에는 토크암의 초기 응력치를 유지하기 위한 체적 감소의 여력이 크지 않음을 알 수 있다. 체적제어, 응력제어 공히 개선된 구속조건을 체적변형시 적용하였다.

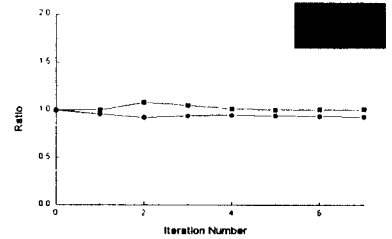


Fig. 7 History of iteration for a torque arm by stress control

5.2 3차원 토크암

3차원 토크암의 경우 초기 모델은 Fig. 8과 같다. 응력해석의 구속조건은 2차원 모델과 같게 주었으며 이를 초기 부피의 80%가 되게 체적제어를 수행하였다. h 값을 0.05로 K_P , K_I , K_D 값을 각각 0.5, 0.1, 0.0로 하였으며 Fig. 9는 18번 반복 수행한 후의 형상이다.



Fig. 8 Initial shape of 3-D torque arm

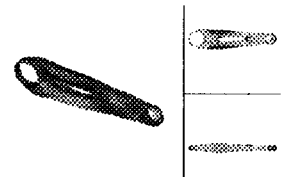


Fig. 9 Final shape of 3-D torque arm

5.3 2차원 브라켓

브라켓에 대해 체적제어를 이용하여 최적화를 수행하였다. 그 초기 형상은 Fig. 10과 같으며

먼저 체적제어에 의한 최적화를 시행하였다. 체적의 목표값을 초기 체적의 50 %로 설정하고, h 값을 0.05로 K_p , K_I , K_D 값을 각각 0.5, 0.1, 0.0으로 설정하여 형상 최적화를 수행하였다. 이 결과를 Fig. 11에 나타내었다. 체적비는 목표치에 접근하고 응력비도 초기에 상승했다가 다시 감소하는 경향을 보인다. 그 최종 형상을 Fig. 12에 나타내었다.

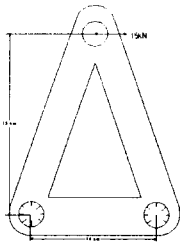


Fig. 10 Initial shape of a bracket

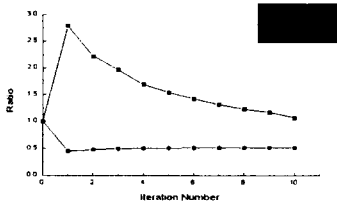


Fig. 11 History of iteration for a bracket by volume control

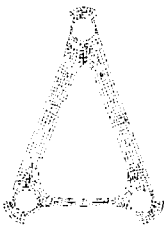


Fig. 12 Optimized shape of a bracket by volume control

5.4 3차원 브라켓

3차원 브라켓은 처음에 Fig. 13과 같은 상태에서 최적화를 수행하였다. 응력해석의 구속조건은 2차원 모델과 같게 주었으며 이를 초기 부피의 70%가 되게 체적제어를 수행하였다. h 값을

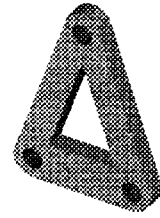


Fig. 13 Initial shape of 3-D bracket

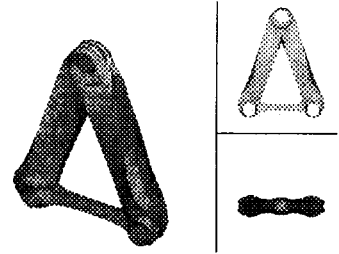


Fig. 14 Final shape of 3-D bracket

0.05로 값을 K_p , K_I , K_D 각각 0.5, 0.1, 0.0로 하였으며 Fig. 14는 20번 반복 수행한 후의 형상이다

5.5 MBB의 형상 최적화

근래에 와서 위상최적화^[7-8]에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 위상최적설계에 의한 결과물은 형상최적설계와는 다르게 위상이 변함으로써 생기는 구멍이 발생하고 각 요소의 분포 정도에 따라 구조물의 최적화 된 형태를 표시한다. 하지만 실제 적용을 위해서는 그 상태만으로는 제작, 적용이 불가능하다. 이에 위상설계 후에 그를 기반으로 가상 설계를 한 후 이를 다시 형상최적설계 하여 보다 적용이 용이하고 정밀한 설계가 가능하도록 본 형상최적 설계시스템을 적용하였다.

다음 Fig. 15는 설계의 초기 형상과 구속조건이다. 이를 ESO(Evolutionary Structural Optimization)방법^[7]을 사용하여 위상 최적화한 결과를 간단히 한 형상이 Fig. 16이다. 이를 본 형상최적설계 시스템에서 초기치의 80% 경량화 되도록 체적제어를 통해 경량화하면 그 결과는 Fig. 17과 같다. 이 결과는 홀이 있을 때 추가한 본 논문의 구속조건을 포함시켜 수행한 것이다. 이

를 보면 처음의 위상 설계의 형태를 유지하면서 초기 체적의 80%로 경량화 되었지만 응력 집중 면에서 Mises 응력이 $2.10E+06 \text{ MN/mm}^2$ 에서 $8.71E+05 \text{ MN/mm}^2$ 로 줄어들게끔 개선된 것을 알 수 있다. 이는 위상최적화 설계 후 형상최적화 설계를 하는 시스템의 가능성을 보여준다.

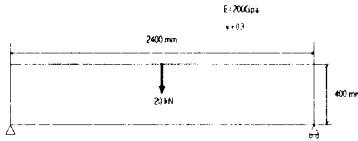
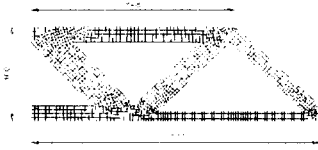


Fig. 15 Initial boundary condition of MBB beam



(unit: mm)

Fig. 16 Initial design for shape optimization

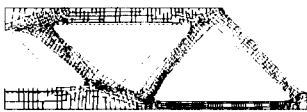


Fig. 17 Optimal Shape of MBB beam by shape optimization system

6. 결 론

본 연구를 통하여 개발된 형상 최적화 시스템을 이용하여 형상 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 개선된 성장-변형률법을 이용하여 구멍이 있거나 없는 일반 구조물에 대한 형상 최적화 시스템을 구축하였다.
- (2) 위상 최적화 설계 후 형상 최적화 시스템으로써의 가능성을 보여 주었다.
- (3) 3차원 형상 최적화에 의한 구조물의 경량화 및 그에 따른 비용절감 효과가 기대된다.

[1] Benett, J. A., "Structural Optimization in the Industrial Design Process", *Int. J. of Vehicle Design*, Vol. 5, pp. 115-128, 1984.

[2] Y.L. Hsu, "A review of structural shape optimization", *Comput. in Industry*, Vol. 26, pp. 3-13, 1994.

[3] H. Azegami, "Shape Optimization of Solid Structures Using the Growth-Strain Method", *SAE 921063*, 1992.

[4] H. Azegami, T. Ogihara and A. Tagamik, "Analysis of uniform strength shape by the growth-strain method", *JSME Int. J., Ser. 3*, Vol. 34, No. 3, pp. 355-361, 1991.

[5] I-DEAS Master Series Manual, SDRC Inc. 1994.

[6] 한석영, 이경래, "형상 최적화를 위한 성장-변형률법의 적용", *한국공작기계학회지*, 제8권, 제2호, pp. 27-34, 1999.

[7] Y. M. Xie and G. P. Steven, "Evolutionary structural optimization for dynamic problems", *Computers & Structures*, Vol. 58, No. 6, pp. 1067-1073, 1996.

[8] D. Nha Chu, Y. M. Xie, A. Hira, G. P. Steven, "Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints", *Finite Elements in Analysis and Design*, No. 21, pp. 239-251, 1996.