

위상 최적화를 위한 효율적인 요소 제거법

Effective Element Removal Methods for Topology Optimization

한석영*(한양대학교 기계공학부), 이동진(한양대학원 자동차공학과)

Seog-Young Han*(Hanyang Univ., School of Mechanical Engineering)

Dong-Jin Lee(Hanyang Graduate School, Dept. of Automotive Engineering)

Abstract

In case of ESO(evolutionary structural optimization) which is one of topology optimization methods, the element removal ratio is fixed throughout topology optimization by 1 or 2 %. As a result it has no flexibility for various types of structures and thus the rate of convergence might not be efficient. Thus various element removal methods are developed in order to improve the efficiency of ESO. In this paper, various element removal methods for ESO are compared with each other. Each element removal method is explained, and applied to a bracket and a Michell type of beam. In addition, a new bi-directional element removal method is suggested in order to obtain much better optimized topology. From the results of stress, displacement and the rate of convergence for the examples under the same mass constraints, it is verified that the suggested element removal method is the most effective.

1. 서 론

최근 기계 및 자동차 산업의 구조 경량화의 추세와 컴퓨터 하드웨어의 놀라운 발전으로 보다 적은 무게를 가지면서도 주어진 하중이나 구속조건을 만족시킬 수 있는 구조물의 치수, 형상 및 위

상 최적화에 대한 알고리즘의 개발이 활발히 이루어지고 있다. 특히 위상 최적화 문제는 초기 형상이 결정되지 않은 구조물의 시제품을 개념 설계할 수 있다는 점에서 흥미있는 연구 대상이 되어왔다.

따라서 구조물의 설계 초기에 위상 최적화 기법에 의해 최적인 위상을 구하고, 상세설계 단계에서 기존의 치수 및 형상 최적화 기법을 이용하여 구조물의 두께 또는 형상 치수 등을 결정함으로써 최적설계를 수행할 수 있다.

최근에는 Chu⁽¹⁾ 등에 의해 보다 수치해석적으로 사용하기에 편리한 알고리즘인 ESO법(Evolutionary Structural Optimization method)이 개발되었다. 그런데 이 방법에서는 매 반복 시 요소 제거율을 초기 요소 수의 1 또는 2%로 고정하여 제거함으로써 구조물에 따른 다양한 최적 제거율에 유연성 있게 대처하지 못하고, 그 결과 최적화된 위상을 얻을 때까지의 수렴속도가 느려지는 단점이 있다. 이러한 단점을 해결하기 위해서 지금까지 여러 가지 요소 제거법이 개발되었다.

본 연구에서는 위상 최적화의 수렴속도를 향상시키기 위해 제안된 요소 제거법들⁽²⁻³⁾과 양방향 요소 제거법을 개선하여 제안된 새로운 요소 제거법을 적용하여 위상 최적화를 수행하였다. 위상 최적화의 예로는 브라켓과 Michell 형태의 보(MBB 보)를 사용하였으며, 동일한 질량조건 하에서 최적화된 위상으로부터 응력, 변위 및 수렴속도 등을 비교하여 이 요소 제거법들의 효율성을 비교하였다. 기존의 ESO법에서는 요소 제거율을 1%로 고정하여 적용하였으며, 그 외의 비교되는 요소 제거법에서는 약 7%를 적용하였다.

2. ESO법⁽¹⁾

ESO법은 구조물의 설계영역을 설정하고 하중 조건에 따라 발생하는 처짐량이나 설계자가 요구하는 한계 질량을 구속조건으로 하여 각 요소당의 변형률 에너지(strain energy)의 변화량으로 정의되는 민감도 수(sensitivity number)들을 비교함으로써 작은 값 순으로 해당 요소를 제거하는 알고리즘을 반복해서 최적화된 위상을 구하는 방법이다.

ESO법을 이용한 구조물의 위상 최적화는 Fig. 1과 같이 구조물에 대한 유한요소 해석과 요소 제거의 과정을 반복하여 구해지는데 ESO법에서는 1 또는 2%의 고정된 요소 제거율을 도입하였다.

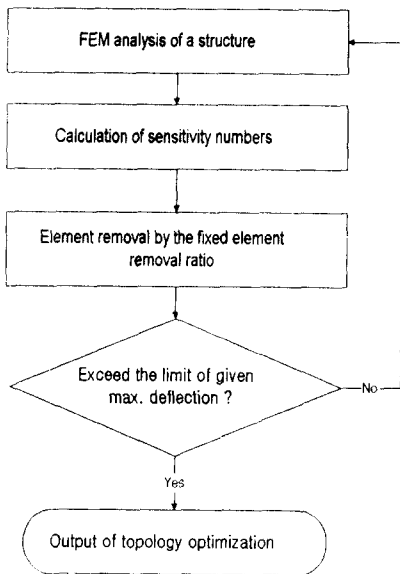


Fig. 1 ESO 위상 최적화 기법의 흐름도

3. 요소 제거법

3.1 고정 요소 제거율에 대한 모순점 제기

일반적으로 민감도 수의 해석 결과는 초기 단계에서는 Fig. 2, 최종 최적화된 단계에서는 Fig.

3과 같은 분포를 보인다.

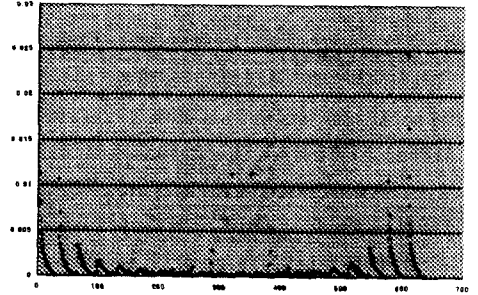


Fig. 2 초기 단계에서의 민감도 수의 분포

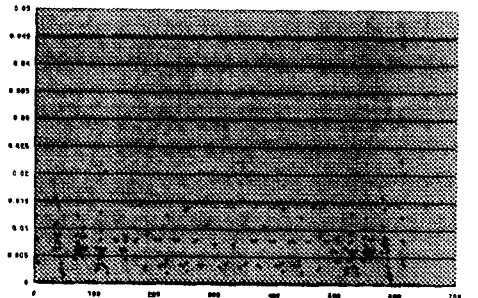


Fig. 3 최종 단계에서의 민감도 수의 분포

즉, 초기 단계에서 작은 민감도 수를 가지는 요소들이 요소 제거 과정을 통하여 큰 민감도 수를 가지게 된다. 일반적으로 초기 단계에서는 제거되는 요소에 따른 구조물의 위상이 민감하지 않고 최적화가 진행되면서 민감하게 되므로, 초기 단계에서는 제거 요소 수를 많게 하고 최적화가 진행되면서 제거 요소 수를 적게 함으로써 수렴속도를 증가시킬 수 있다.

그러나, ESO법에서의 요소 제거율은 1 또는 2%로 고정하여 사용함으로써 민감도 수의 값이 비슷하여 충분히 제거될 수 있는 요소임에도 불구하고 다음의 재해석 과정으로 들어감으로써 생기는 해석상의 비효율성과 제거율이 변동적이지 못하고 고정됨으로써 생기는 수렴속도의 비효율성이 문제로 제기될 수 있다.

3.2 양방향 요소 제거법

양방향 요소 제거법은 다음과 같은 과정을 통해 수행된다. 우선 기존의 ESO법에서는 한 번의

유한요소 해석을 통하여 민감도 수를 구한 후, 작은 값을 갖는 요소부터 순서대로 제거하였다. 양방향 요소 제거법에서는 이 과정을 두 단계로 나누었다.

제1단계로 전 과정에서 얻어진 위상에 대해 유한요소 해석을 한다. 이 유한요소 해석에서 계산된 민감도 수를 기준으로 민감도 수가 작은 것부터 요소를 제거한다. 이 때 적용되는 요소 제거율은 약 7% 정도로 기존의 방법보다는 매우 큰 값이다. 제2단계는 제1단계에서 가상적으로 요소를 제거한 위상을 다시 유한요소 해석하는 것으로 시작된다. 제1단계에서 작은 민감도 수순으로 요소를 제거하였기 때문에 유한요소 해석에 의한 민감도 수는 일반적으로 제1단계의 것보다 더 커야된다. 그러나 실제로 유한요소 해석의 결과 얻어진 민감도 수는 제1단계에서 제거 기준으로 삼았던 민감도 수보다 작은 민감도 수가 발생한다. 따라서, 이들 요소는 전 과정에서 얻은 위상에서 제1단계 해석에서 제거된 요소보다 우선적으로 제거되어야 한다.

결과적으로 제2단계에서 제1단계의 민감도 수보다 작은 민감도 수를 가지는 요소와 제1단계에서 구한 민감도 수가 작은 요소를 합해 전 과정의 위상에서 제거해야 할 요소 약 7%를 정하게 된다. 이렇게 이들 요소를 전 위상에서 제거하고 다음 최적화 과정으로 진행된다. 만일 제2단계에서 제1단계보다 작은 값을 가지는 민감도 수의 요소가 더 많다면 과도하게 제거된 것으로 보고 제거율을 1%씩 낮추어 가며 반복 수행한다.

그러나, 이러한 양방향 요소 제거법은 제2단계에서 제1단계보다 작은 민감도 수의 값을 가지는 요소가 거의 비슷하거나 더 많은 경우 즉, 50% 이상인 경우에는 수치 실험결과 최적화된 더 나은 결과가 있다는 것을 확인하였다. 따라서, 이러한 경우가 발생할 때는 약 10%까지 허용하는 것이 더 좋은 결과를 보인다는 것을 확인하였다. 이 방법을 본 논문에서는 개선된 양방향 요소 제거법이라 한다.

3.3 제거선(cut-line)을 도입한 요소 제거법

이 요소 제거법을 설명하기 위해 짧은 외팔보에 적용하였다. 외팔보는 가로 0.16 m, 세로

0.10 m이고, 두께는 0.001 m, $E=207$ GPa, Poisson's ratio=0.3을 가지며 자유단에 3 kN의 하중이 작용할 때 전 강성 제한 조건하에서의 위상 최적화를 수행하였다. 치짐 한계는 자유단에서의 변위 1.0 mm로 하였다.

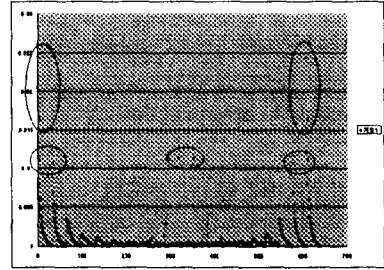


Fig. 4 초기 구속 α 값 그림

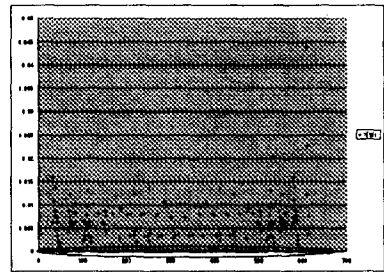


Fig. 5 제거된 요소의 α 값 그림

Fig. 4는 첫 번째 반복 즉 요소 제거하기 전 유한요소법으로 해석된 상태에서 구조물 요소 각각의 α 값을 나타낸 것이고, Fig. 5는 요소가 제거되어 최적화 된 형상의 요소별 α 값을 나타낸 것이다.

기존의 ESO에서 요소 제거율을 보면 1%나 2%로 고정하여 α 값이 비슷해서 충분히 제거될 수 있는 요소임에도 불구하고 다음의 재해석과정으로 들어감으로써 생기는 비효율성이 문제로 제기될 수 있다.

따라서, 이 요소 제거법에서는 Fig. 4에서 보이는 초기 구속 α 값 그림 A와 Fig. 5에서 보이는 제거된 요소의 α 값 그림 B를 제외한 나머지

요소의 α 값을 분석, 적합한 제거선을 결정한다. 다음, 요소를 제거한다. 이렇게 하는 이유는 α 값이 Fig. 4나 5에서 볼 수 있듯이 구속된 요소나 제거된 요소는 그렇지 않은 요소의 α 값에 비하여 값의 범위가 너무 커서 정확한 제거선을 결정하는데 도움이 되지 않기 때문이다.

위와 같은 방법으로 제거선을 결정하여 정해진 제거율이 아닌 구조형상에 따른 유연성 있는 제거율을 가짐으로써 보다 효율적인 설계가 이루어진다.

초기 구속 α 값 그룹 A의 수는 식 (1)을 기본으로 하여 정의된다.

$$N^{\max} = N^{\text{element}} - (N^{DE} * 2 + N^{SE} * 3) \quad (1)$$

N^{\max} 는 그룹A에 포함되는 요소 수, N^{element} 는 전체 요소 수, N^{DE} 는 구속되는 절점이 두 개의 요소에 걸쳐져 있는 수, N^{SE} 는 하나의 요소에 걸쳐져 있는 수를 말한다. 여기서 N^{DE} 와 N^{SE} 에 곱해지는 2와 3은 각각 구속되는 하나의 절점과 연관되는 요소 수를 말한다.

제거된 요소의 α 값 그룹 B를 제외한 최소값은 식 (2)로 정의된다.

$$\alpha^{\min} = \alpha^i \quad (2)$$

(i 는 1부터 요소 수까지 ; $\alpha > 1.0e^{-13}$ 을 만족하는 최소값)

아래의 공식으로 계산된 CL 을 기준으로 요소의 민감도 수 값에 따라 해당 요소의 제거 여부가 판별된다. 다시 말하면, CL 보다 작은 α 값을 가진 요소는 제거된다.

$$CL = \frac{\alpha^{N^{\max}} - \alpha^{\min}}{\Gamma} + \alpha^{\min} \quad (3)$$

CL 은 제거선(cut-line) 즉 요소 제거를 정하는 값, $\alpha^{N^{\max}}$ 은 초기 구속된 요소 그룹을 제외한 α 의 최대값, Γ 는 CL 의 폭을 결정하는 상수 150이상의 값을 가지며 수치가 커질수록 정확도가 높아지며 반면에 제거되는 폭은 감소한다.

4. 요소 제거법의 비교

4.1 브라켓

Fig. 6과 같이 가로 0.3 m, 세로 0.4 m, 두께 0.001 m, $E=207$ GPa, Poisson's ratio=0.3을 가진 브라켓에 각각 3.75 kN, 7.5 kN의 힘을 받는 문제에 대하여 ESO법, 양방향 요소 제거법, 양방향 요소 제거법, 제거선을 도입한 요소 제거법 그리고 개선된 양방향 요소 제거법을 이용하여 최적화를 수행하였다. 고정 요소 제거율을 1%, 격자의 크기는 4변형 요소 64×64개로 나누어 계산하였다.

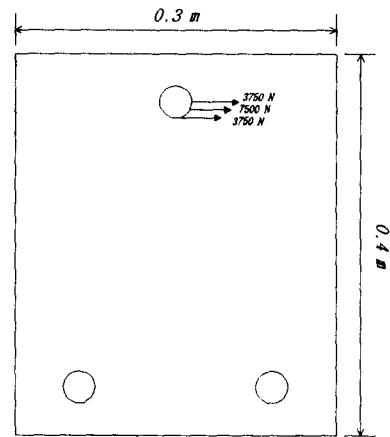


Fig. 6 브라켓의 설계조건

Fig. 7(a)는 양방향 요소 제거법을 적용한 결과를, Fig. 7(b)는 제거선을 도입한 요소 제거법을, 그리고 Fig. 7(c)에는 개선된 양방향 요소 제거법을 이용한 결과를 나타내었다. 제한조건은 모든 경우에 대해 초기 질량의 20% 하였다.

기존의 양방향 요소 제거법을 이용한 경우는 최종 최적단계까지 유한요소 해석을 30회 수행하였으며, 최대 Mises 응력은 1.08E+06 MPa, 변위는 2.4 mm가 얻어졌다. 제거선을 도입한 요소 제거법을 이용한 경우는 유한요소 해석을 37회 수행하였으며, 최대 Mises 응력은 1.06E+06 MPa, 변위는 2.4 mm가 얻어졌다. 마지막으로 개선된 양방향 요소 제거법을 이용한 경우는 유한요소 해석을 43회 수행하였으며, 최대 Mises 응력은 1.06E+06 MPa, 변위는 2.04 mm가 얻어졌다. 따라서 양방향 요소 제거법과 제거선을 도입한 요소 제거법은 거의 유

사한 결과를 얻어졌으나, 개선된 양방향 요소 제거법의 경우는 위의 두 방법에 비해 유한요소 해석 수는 많아졌으나, 변위면에서는 우수한 최적 위상이 얻어졌다.

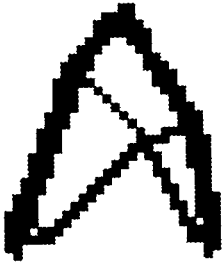


Fig. 7(a) 양방향 요소 제거법에 의한 최적화된 위상

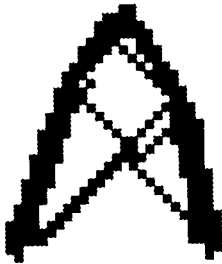


Fig. 7(b) 제거선을 도입한 요소 제거법에 의한 최적화된 위상

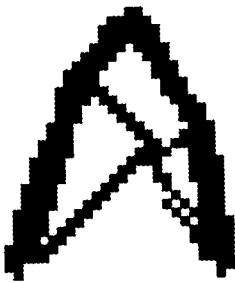


Fig. 7(c) 개선된 양방향 요소 제거법에 의한 최적화된 위상

4.2 MBB 보

Fig 8과 같이 가로 2.4 m, 세로 0.4 m, 두께 0.001 m, $E=207 \text{ GPa}$, Poisson's ratio=0.3을 가진 MBB보에 20 kN의 힘을 준 상태에서 위상 최적화를 수행하였다. 격자의 크기는 4변형 요소 120×20 개로 나누었다.

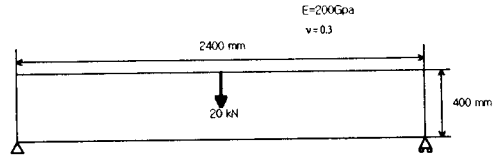


Fig. 8 MBB보의 설계조건

Fig. 9(a)는 제거선을 도입한 요소 제거법을, Fig. 9(b)는 양방향 요소 제거법과 개선된 양방향 요소 제거법을 이용한 결과를 나타내었다. 제한 조건은 모든 경우에 대해 초기 질량의 50.33%로 하였다.



Fig. 9(a) 제거선을 도입한 요소 제거법에 의한 최적화된 위상



Fig. 9(b) 개선된 양방향 요소 제거법에 의한 최적화된 위상

제거선을 도입한 요소 제거법을 이용한 경우는 최종 단계까지 유한요소 해석을 21회 수행하였으며, 최대 Mises 응력은 $1.37\text{E}+06 \text{ MPa}$, 변위는 9.38 mm 가 얻어졌다. 양방향 요소 제거법과 개선된 양방향 요소 제거법을 이용한 경우는 유

한요소 해석을 20회 수행하였으며, 최대 Mises 응력은 1.38E+06 MPa, 변위는 8.81 mm가 얻어졌다. 따라서, 두 양방향 요소 제거법이 제거선을 도입한 요소 제거법에 비해 변위면에서 더 우수한 최적 위상이 얻어졌다.

5. 결 론

본 연구를 통하여 여러 가지 요소 제거법을 서로 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 연구에 적용된 모든 요소 제거법들은 기존의 ESO법에서 사용된 고정된 요소 제거율에 의한 요소 제거법에 비해 효율적이었다.

(2) 제거선을 도입한 요소 제거법은 양방향 요소 제거법에 비해 유사하거나 다소 좋지 않은 결과를 보였으며, 개선된 양방향 요소 제거법은 다른 두 요소 제거법에 비해 변위면에서 우수한 결과를 보였다.

(3) 개선된 요소 제거법이 비교된 요소 제거법들 중에 가장 효율적임을 확인하였다.

참고문헌

- (1) D. Nha Chu, Y. M. XIE, A. Hira, G. P. STEVEN, "Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints". Finite Elements in Analysis and Design. pp.239-251 no. 21. 1996.
- (2) 한석영, 배현우, "위상 최적화를 위한 양방향 요소 제거법의 개발", 대한기계학회 논문집 A권, 제23권, 제5호, pp. 814-819, 1999.
- (3) 최강석, 한석영, "위상 최적화를 위한 개선된 요소 제거법의 개발", 한국자동차공학회 논문집, 제7권, 제4호, pp. 260-267, 1999.