

직교배열표를 이용한 다목적 퍼지제어 알고리즘 및 능동자기베어링 시스템에의 응용

Fuzzy Control Algorithm for Multi-Objective Problems using Orthogonal Array and its Application to an AMB System

김추호(Kim, Choo-Ho)*, 이종원(Lee, Chong-Won)**

ABSTRACT

A new fuzzy logic control design algorithm suitable for multi-objective control problems is proposed based on the orthogonal array which is widely used for design of experiments in statistics and industrial engineering. The essence of the algorithm is to introduce N th-certainty factor defined from the F-value of the ANOVA(analysis of variance) table, in order to effectively exclude the less confident rules. The proposed algorithm with multi-objective decision table(MODT) is found to be capable of the detection of inconsistency and the rule classification, reduction and modification. It is also shown that the algorithm can be successfully applied to the fuzzy controller design of an active magnetic bearing system.

1. 서론

퍼지 논리 제어기(FLC)는 퍼지 if-then 규칙들을 기반으로 하고 있으며, 이들 퍼지 제어 규칙을 구축하는 대표적인 방법으로는 첫째, 인터뷰 등을 통한 휴먼 컨트롤러의 직접적인 퍼지 모델링이고, 둘째는 제어 대상의 입출력 데이터 관찰을 통한 시스템의 정성적 특성분석에 의한 것, 셋째는 자기구성 제어기(Self-Organizing Controller) 등이 있다.

퍼지 제어 규칙을 구축하는데 있어 다수의 의사 결정자가 관여되거나 생성되는 물리 다목적(multiple objective)을 동시에 만족하도록 할 경우는 제어 규칙들 간에는 결일관성(Inconsistency)이 존재하기 마련이다. 이러한 결일관성이 존재하는 퍼지 제어규칙을 그대로 사용하면 바이어스된 제어 출력을 초래하거나 전체 제어 성능을 저하시킬 수 있다. 따라서, 제어 규칙들을 구축하는 것 만큼 모든 제어 목적을 만족할 수 있도록 제어 규칙들을 정제하는 것이 필요하다 [3].

이러한 한계를 극복하기 위해 그 동안 몇몇 퍼지 논리 제어기(FLC) 설계 기법들이 제시되어 왔다. 그러나 이들 대부분은 단일 목적함수에 적합하거나 체계적이지 못하고

복잡하여 다목적 제어 문제에 범용으로 적용하기에는 부적합하였다[3]. 또한 이런 단점을 보완하기 위해 결일관성 측정 및 다목적 제어문제에의 응용 방법을 제시하기도 하였는데[3], 이는 크게 3 단계 과정 즉, 각 제어 규칙들의 그룹화(집단화), 그룹과 목적 함수 간의 결합(matching), 그리고 모든 제어 목적을 항상 시키기 위한 조정(adjustment) 단계로 구성되어 있다. 그러나 이 또한 마지막 조정 단계에서는 확신도(certainty factor)를 설계자가 주관적으로 각 목적 함수의 성능을 변동시키면서 적정선에서 타협하는, 일련의 시행착오 기법에 의존하고 있다.

본 연구에서는 다목적 제어 문제를 다루는 방법으로 직교배열표(orthogonal array)를 이용한 실험 통계적인 방법을 제안하고 능동 자기베어링(AMB) 시스템에 적용하였다. 이를 이용하면 별도의 감도해석(sensitivity analysis) 없이 분산분석(analysis of variance)을 통해 각 제어 규칙의 목적 함수들에 대한 기여도를 정량적으로 도출할 수 있다. 아울러 분산분석을 통해 얻은 F-값을 응용한 N -차 확신도 (N th-certainty factor)을 이용하면 목적 함수에 기여도가 낮은 퍼지 규칙들을 룰 베이스(rule base)에서 효율적으로 배제시킬 수 있다. 그리고 제어규칙의 변경, 분류 및 축소를 용이하게 할 수 있도록 MODT (multi-objective decision table)을 제안하였다.

* 대우중공업(주)/한국과학기술원 기계공학과

** 한국과학기술원 기계공학과

2. 본론

2-1 알고리즘 개발

다음과 같이 N_R 개의 퍼지 규칙과 M 개의 목적함수를 가진 제어 문제를 고려해 보자.

$$R_i: \text{If } x \text{ is } X_i, \text{ then } u \text{ is } U_i, \quad i=1, 2, \dots, N_R$$

$$Q_k = q_k(x(\cdot), u(\cdot)), \quad k=1, 2, \dots, M < N_R$$

이는 목적함수를 최소화하는 문제로 귀착될 수 있다. 제어 입력 U_i 를 변경하면 목적함수 값이 변할 것이고, 이 때 모든 제어 입력에 대한 목적 함수 각각의 변화량을 체계적으로 도출할 수만 있다면 각각의 제어규칙 R_i 가 목적함수에 얼마나 기여하는지를 정량적으로 분석할 수 있을 것이다. 그런데, 문제는 그 조합의 수가 너무 많아 획기적인 방법이 강구되어야 한다는 것이다.

일례로 25 개의 제어규칙이 구축되어졌다고 가정하자. 그리고 각각의 규칙에 대해 제어 입력 U_i 를 1 번씩 바꾸어 본다면(2-수준) 그 조합의 수는 2^{25} (=33,554,432)가 된다. 이 때 1 가지 경우에 대한 실험을 하는데 5 분이 소요된다고 가정하면 이는 약 319 년이라는 시간이 필요하다. 그러나 표준 직교배열표 $L_{32}(2^{31})$ 를 사용하면 단, 32 번의 조합(약 3 시간)으로써 통계적으로 대당한 실험 결과를 얻을 수 있다.

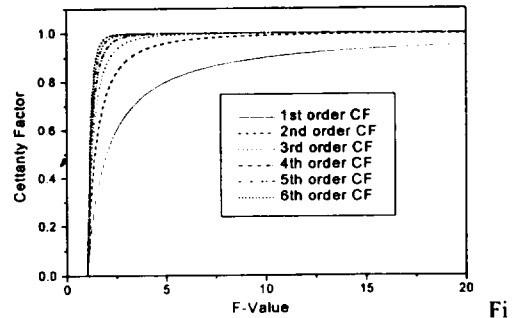
직교배열표를 통한 다목적 퍼지제어 알고리즘을 간략화 하면 다음과 같이 6 단계로 순서화 할 수 있다.

- 1) 구축된 퍼지 규칙의 제어 입력 U_i 의 수준 결정 및 직교배열표 선정.
- 2) 제어 규칙 R_i 을 직교배열표에 할당.
- 3) 행렬 실험 수행 및 목적 함수 Q_k 계산.
- 4) 데이터의 분산분석(ANOVA) 및 제어규칙 R_i 의 최적수준 결정.
- 5) 각 제어 규칙 R_i 에 대한 N -차 확신도 계산.
- 6) 다 목적 의사결정 표(MODT) 작성.

여기서 i 번째 제어규칙 R_i 에 대한 N -차 확신도 $\varepsilon_{N,i}$ 는 분산 분석 결과 얻어진 F -값으로부터 다음과 같이 정의하였다.

$$\varepsilon_{N,i} = \max\{\max[1 - (1/F_{i,d}^N), 0]\}, \quad N=1, 2, \dots \quad (1)$$

여기서 $F_{i,k}$ 는 k 번째 목적 함수에 대한 i 번째 F 값이다



g.1 Nth certainty factor w.r.t. F-value

Fig.1 은 F 값에 따른 N 차 확신도를 나타내고 있다. 이는 차수가 증가함에 따라 동일한 F -값에서 제어 규칙에 대한 가중치가 증가함을 의미한다. 즉, 이를 이용하면 분석된 F -값의 분포에 따라 차수를 조정하여 각각의 목적함수에 대한 기여도가 작은 제어 규칙을 배제시킬 수 있다. 이 때 제어규칙은 다음과 같이 변경될 수 있다.

$$R_i: \text{If } x \text{ is } X_i, \text{ then } u \text{ is } U_i' \text{ with } \varepsilon_{N,i}$$

여기서 U_i' 는 U_i 의 변경된 값을 나타낸다.

2-2 능동자기베어링(AMB) 시스템에의 적용 2-2.1 능동자기베어링 시스템의 비선형 모형화

Fig.2 의 능동 자기 베어링 시스템(AMB)의 운동방정식을 베어링 고정 좌표계에 대해 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M \ddot{q} + C \dot{q} = F \quad (2)$$

여기서

$$q = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix}, \quad F = \begin{Bmatrix} F_{y1} - b_1 mg/b \\ F_{y2} - b_2 mg/b \\ F_{z1} \\ F_{z2} \end{Bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} ml_1^2 + j_d & ml_1 l_2 - j_d & 0 & 0 \\ ml_1 l_2 - j_d & ml_2^2 + j_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ml_1^2 + j_d & ml_1 l_2 - j_d \\ 0 & 0 & ml_1 l_2 - j_d & ml_2^2 + j_d \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & J_p \Omega & -J_p \Omega \\ 0 & 0 & -J_p \Omega & J_p \Omega \\ -J_p \Omega & J_p \Omega & 0 & 0 \\ J_p \Omega & -J_p \Omega & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$J_d = J_d/b^2, l_1 = b_1/b, l_2 = b_2/b, b_i = b_1 + b_2$
 그리고

$$F_p = k_{eq} \left(\frac{i_p}{g_0 - cl_p} \right)^2 - k_{eq} \left(\frac{i_p}{g_0 + cl_p} \right)^2$$

단, $l=y, z \quad p=1,2, \quad k_{eq} = \mu_0 N^2 A \alpha / 4$

여기서 M, C 는 각각 질량행렬과 자이로 효과를 포함한 감쇠행렬을 나타내며, q 와 F 는 변위 벡터와 중력을 포함한 제어력 벡터이다. 그리고 k_{eq} 는 등가 강성계수, m 은 회전체 질량, Ω 는 회전속도 (rad/s), J_p 와 J_d 는 각각 축과 반경방향 관성모멘트를 나타낸다. 또한 b_1 과 b_2 는 무게중심에서 양쪽 베어링까지의 거리, c 와 α 는 형상계수를 나타내며, $F_p, i_p (i'_p)$ 는 각각 위치 p 에서 l 방향의 전자기력과 제어전류를 의미한다. 이에 대한 시스템 매개변수들은 Table.1 에 요약되어 있다. 아울러, 본 연구에서는 다자유도 AMB 시스템에 대한 FLC 설계를 단순화 하기 위해 4 개의 제어기를 독립적으로 구성하여 설계하였다.

Table 1 Specifications of AMB system(4-dof)

$m = 3.34$ [kg]	$A = 900$ [mm ²]
$J_p = 0.00788$ [kg.m ²]	$N = 800$ [turns]
$J_d = 0.09140$ [kg.m ²]	$g_0 = 0.88$ mm
$b_1 = 0.139$ [m]	$c = \alpha = 0.92$
$b_2 = 0.138$ [m]	$\tau_c = 2 \times 10^{-4}$ [sec]
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]	$K_c = 0.40$ [A/V]
Operating range = ± 0.35 mm	

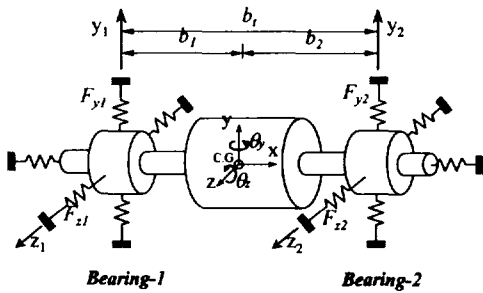


Figure 2. Rigid rotor-AMB system model[2]

2-2.2 비선형 1 자유도계에 대한 FLC 설계

● Y-방향 퍼지 논리 제어기 설계

1 자유도계로 단순화된 y 방향 운동

방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$m \ddot{y} = k_{eq} \left(\frac{i_y}{g_0 - cy} \right)^2 - k_{eq} \left(\frac{i_y}{g_0 + cy} \right)^2 - m \dot{g} \quad (3)$$

단, $m' = m/2$

이 문제는 초기조건 $y_0 = -0.35$ mm 에서 기준점(0)으로 제어하는 문제로 기술하였고, 이와 관련하여 다음과 같이 4 가지 목적함수를 고려하였다.

$$Q_1 = \min\{t_r\} \quad \dots (4)$$

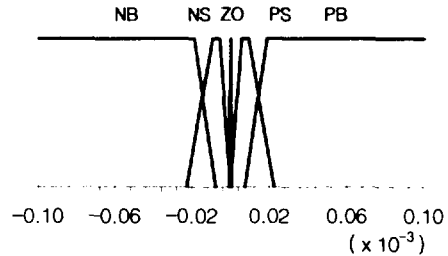
$$Q_2 = \min\left\{ \left| \frac{y_p - y_{steady}}{y_0 - y_{steady}} \right| \right\} \quad \dots (5)$$

$$Q_3 = \min\left\{ \left| \frac{y_{steady} - y_{ref}}{y_0} \right| \right\} \quad \dots (6)$$

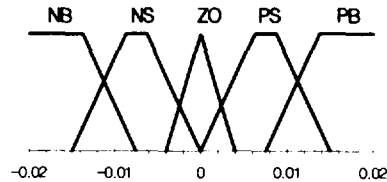
$$Q_4 = \min\left(\int_0^{t_r} |i^2| dt \right) \quad \dots (7)$$

여기서 t_r 은 정상응답 y_{steady} 의 90% 도달할때까지 상승시간이고, y_{ref} 은 기준치 0 을 가리키며, y_p 는 최대 오버슈트(overshoot)값을 나타낸다.

제어기의 입력변수로는 오차(E)와 오차 변화율(CE)을 5 개의 퍼지 집합으로 구성하고 (Fig.3), 출력변수로는 스칼라 U 를 7 개의 퍼지 집합으로 분할하여 나타내었다(Fig.4). 그리고 총 25 개의 PD-like 퍼지 규칙을 구축하였다(Table 2).



(a) Mapping of the term set E, [-0.35 0.35] m



(b) Mapping of the term set CE, [-0.02 0.02] m/sec

Figure 3. The mapping of input variables (E, CE)

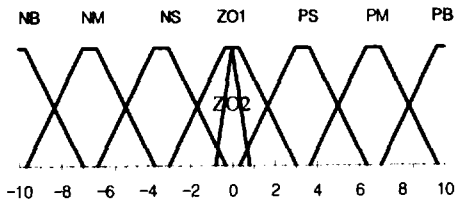


Figure 4. Mapping of the term set U, [-10 10] V

Table 2. PD-like Fuzzy control rule base

E \ CE	NB	NS	ZO	PS	PB
PB	PB(R ₁)	PB	PB	PS	ZO1(R ₂₁)
PS	PB(R ₂)	PB	PS	ZO1	NS(R ₂₂)
ZO	PB(R ₃)	PS	ZO1	NS	NB(R ₂₃)
NS	PS(R ₄)	ZO1	NS	NB	NB(R ₂₄)
NB	ZO1(R ₅)	NS	NB	NB	NB(R ₂₅)

이제 제안된 알고리즘을 적용하기 위한 과정은 다음과 같다.

Step-1) 제어 규칙은 25 개 그리고 제어입력 U의 수준-1은 Table 2와 같이 정하였으며, 수준-2는 PB와 PS에 대해서는 PM, NB와 NS에 대해서는 NM, ZO1에 대해서는 ZO2로 정하였다. 또한 직교배열표는 L₃₂(2³¹)을 택하였다.

Step-2) 각 제어 규칙 R_i는 직교배열표 상의 1 열부터 25 열까지 배치하고 나머지는 오차열로 할당하였다.

Step-3) 총 32 번의 행렬시험에 대한 목적함수 값 Q_{ij}을 구한다. 여기서 Q_{ij}는 k 번째 목적함수에 대한 j 번째 실험값이다.

Step-4) 분산분석을 용이하게 하기 위해 Step-3에서 구한 Q_{ij}의 제곱에 상용로그를 취한 후 그 값을 최대화하는 문제로 전환한다.

$$\eta_{ij} = -10 \log(Q_{ij}^2), k=1, \dots, 4, j=1, 2, \dots, 32 \quad (8)$$

여기서 η_{ij} 는 다구찌 기법의 망소특성에 해당하는 S/N 비와 동일하다. 이제 η_{ij} 를 이용해 분산분석을 하고, i 번째 제어규칙의 목적함수에 대한 상대적인 기여도 F_{i,k} 값과 각 제어규칙의 수준별 기여도를 구한다.

Step-5) 각각의 목적 함수에 대해 계산된 F-값에 대해 N-차 확신도를 구한다. 이 경우는 상대적으로 큰 F-값이 커서 1-차 확신도를 이용하였다.

Step-6) 이상의 결과들을 MODT에 종합하면 Table 3과 같다. MODT에는 N-차 확신도, 목적함수에 대한 상대적인 기여도, 제어규칙과 목적함수간의 결일관성 등의 유의한 정보를 수반하고 있다. 여기서 목적함수에 대한 각 제어규칙의 기여율 $\bar{F}_{i,k}$ 은 Step-5에서 구한 F-값을 이용하여 다음과 같이 정의 하였다.

$$\bar{F}_{i,k} = 100 \times F_{i,k} / \sum_{i=1}^{N_R} F_{i,k} (\%) \quad (9)$$

본 예제의 경우 제어규칙 수 N_R = 25, 확신도 차수 N=1이다.

Table 3. Multi-objective decision table: y-direction

Rule	Q ₁				..	Q ₄				1 st CF
R ₁										0.51
R ₂										0.51
R ₃										0.19
R ₆										0.98
R ₇										0.66
R ₁₀										0.75
R ₁₂										0.92
R ₁₃										1.00
R ₁₄										0.24
R ₁₅										0.78
R ₁₆										0.95
R ₁₇										0.92
R ₁₈										1.00
R ₁₉										0.51
R ₂₁										1.00
R ₂₂										1.00
R ₂₃										0.77
R ₂₄										0.24
R ₂₅										0.50
$\bar{F}_{i,k}$ (%)	~	~	~	~	<	~	~	~	~	<
	5	0	0	0	=	5	0	0	0	=

<Notes> ‘_’ denotes the modified control variable.

우리는 Table 3의 MODT로부터 FLC의 제어규칙을 쉽게 개선할 수 있다. MODT에서 빈칸은 목적함수에 대한 기여도가 없음을 나타내며 (예: R₁과 Q₁ 관계), 음의 기울기 ‘\’ (양의 기울기 ‘/’)는 제어변수 U의 수준-1(수준-2)의 기여도가 수준-2(수준-1)의 기여도보다 상대적으로 크음을 의미한다(예: R₆과 Q₄ 관계, R₁₆과 Q₄ 관계). 만약 한 제어규칙이 모든 목적함수에 대해 동일한 기울기를 가지면 이는

목적함수들 사이에는 결일관성이 존재하지 않음을 나타내며, 서로 다른 기울기를 가질 때는 결일관성이 나타나고 있음을 의미한다. 또한 ‘\` 또는 ‘/’의 개수가 많을 수록 목적함수에 대한 기여도가 크음을 의미한다. 한편, MODT 를 이용하면 제어규칙을 각 목적함수별로 그룹화 시킬 수 있다(rule classification). 그리고 상기 표에서 배제된 제어규칙은 확신도 값이 0 인 경우이다. Table 4 는 요약된 결과를 보여주고 있다. 이로부터, 제시된 알고리즘에 의해 재구축된 룰 베이스는 각 목적함수에 대한 기여도에 따라 제어규칙이 배제되고 가중될 뿐만 아니라 제어 규칙 자체를 변경할 수 있음을 알 수 있다. 이들 결과들을 반영하여 그 제어응답 특성을 초기상태와 함께 비교하면 Figure 5 와 같다.

Table 4. Modified PD-like fuzzy control rule base with 1st certainty factor : y-direction

E CE	NB	NS	ZO	PS	PB
PB	<u>PM</u> (R ₁)	PB		<u>PM</u>	<u>ZO2</u> (R ₂₁)
PS		<u>PM</u>	<u>PM</u>	<u>ZO2</u>	<u>NM</u> (R ₂₂)
ZO	PB(R ₃)		<u>ZO2</u>	<u>NM</u>	<u>NM</u> (R ₂₃)
NS			<u>NM</u>	NB	NB(R ₂₄)
NB	<u>ZO2</u> (R ₅)	<u>NM</u>	NB		NB(R ₂₅)

<Notes> ‘_’ denotes the modified control variable.

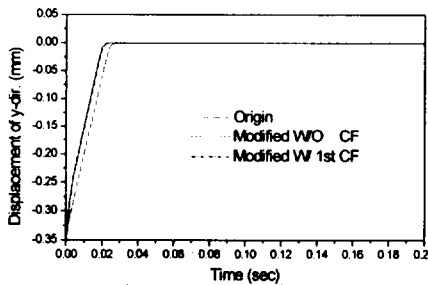


Figure 5. Transient responses of controlled AMB system: y-direction

● Z-방향 퍼지논리제어기 설계

수평(z)방향에 대한 1 자유도 능동자기 베어링계의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$m \ddot{z} = k_{eq} \left(\frac{z}{g_0 - cz} \right)^2 - k_{eq} \left(\frac{z}{g_0 + cz} \right)^2 \quad (10)$$

이 문제도 초기조건 $z_0 = -0.35$ mm 에서 기준점(0)으로 제어하는 문제로 기술하였으며, 다른 조건들은 앞의 수직(y)방향과 동일한 조건과 값들을 사용하였다. 이와 같은 조건하에서 앞의 y 방향 FLC 와 유사한 과정을 통해 MODT 를 작성하고 그로부터 결정된 퍼지제어기의 제어규칙들을 요약하면 아래의 Table 5 와 같다.

Table 5. Modified PD-like fuzzy control rule base with 1st certainty factor : z-direction

E CE	NB	NS	ZO	PS	PB
PB	<u>PB</u> (R ₁)	<u>PM</u>		<u>PM</u>	<u>ZO2</u> (R ₂₁)
PS	<u>PM</u> (R ₂)	<u>PM</u>	PM		NS(R ₂₂)
ZO	<u>PM</u> (R ₃)	PS	ZO1	NS	NB(R ₂₃)
NS	PS(R ₄)	ZO1	NS	NB	
NB	ZO1(R ₅)	NS	NB	<u>NM</u>	

아울러 y 방향과 마찬가지로 최종 결과를 반영하여 그 제어응답 특성을 초기상태와 함께 비교하면 Figure 6 과 같다.

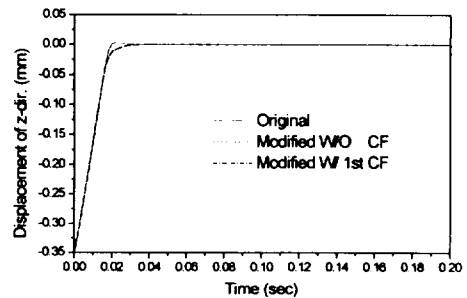


Figure 6. Transient responses of controlled AMB system: z-direction

2-2.3 시뮬레이션 결과

이제 y, z 방향에 대해 설계된 제어기를 활용하여 운동방정식 (2)을 수치적으로 해를 구하였으며, 그 때 사용한 초기 조건은 다음과 같다: $y_{10} = z_{20} = -0.35mm$, $y_{20} = z_{10} = 0mm$. 그리고 이 시스템 방정식을 블록선도로 나타내면 Fig.7 과 같다. 이들 결과와 차이로 (Gyro)효과를 고려하여, 회전속도가 200,000 rpm 경우에 대해 제어 응답과 제어전류를 구해보면 고려된 모든 목적함수에서 우수한 성능을 보여주고 있다(Fig.8).

본 연구에서 퍼지추론은 Mamdani 방법을, 비퍼지화기는 무게중심법을 이용하였다[5].

4. 결론

이상으로 목적 함수가 여러 개인 경우, 2-수준 직교배열표를 이용한 다목적 퍼지 제어기 설계 알고리즘을 제안하였고, 각각의 목적 함수에 대해 기여도가 낮은 제어규칙을 룰 베이스에서 효율적으로 배제할 수 있도록 분산분석(ANOVA)표의 F-값을 이용해 N-차 확신도를 제시하였다. 그리고 제시된 알고리즘상의 '다목적 의사 결정표'(multi-objective decision table)를 이용하면 결일관성 탐지, 제어규칙의 변경, 축소 및 분류 등이 용이함을 알 수 있었다. 또한 이를 중력과 자이로(Gyro) 효과를 고려한 비선형 능동 자기 베어링(active magnetic bearing)-회전체 시스템의 퍼지 논리 제어기(FLC)를 구현하는데 적용하여 그 효율성과 유효성을 입증했다.

5. 참고문헌

1. M. S. Phadke, *Quality Engineering using Robust Design*, Prentice Hall, 1989
2. C. S. Kim, *Dynamic Analysis and Isotropic Optimal Control of Active Magnetic Bearing System*. Ph.D Thesis, KAIST, 1995
3. T. S. Lim, K. H. Chang, W. Yu and Z. Bien, "Measurement of Inconsistency and its Application to Multi-Objective Control," *Fuzzy Systems*, 1997., Proceedings of the 6th IEEE International Conference on Vol.2, 1997, pp. 743-747
4. C. S. Kim and C. W. Lee, "Isotropic Optimal Control of Active Magnetic Bearing System", 4th International Symposium on Magnetic Bearings, August 1994, pp.35-40
5. Z. Bien, *Fuzzy-Logic Control*, Hongneung Science, 1997
6. J. Y. Hung, "Magnetic bearing control using fuzzy logic," *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 31, No. 6, Nov., 1995, pp.1492-1497.
7. A. Charara, J. De Miras, and B. Caron, "Nonlinear control of a magnetic levitation system without premagnetization," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 4, No. 5, Sep. 1996, pp.513-523.
8. Y. Ariga, K. Nonami, and K. Sakai, "Nonlinear control of zero power magnetic bearing using Lyapunov's direct method," in *Proc. 2nd Japan-Korea Symp. of Frontiers in Vibration Science and Technology*, TMU, Hachioji, Japan, Sep. 1999, pp. 94-95.
9. M. S. de Queiroz, D. M. Dawson, and A. Suri, "Nonlinear control of a large-gap 2-DOF magnetic bearing system based on a coupled

force model," *IEEE Proc. Control Theory Appl.*, Vol. 145, No. 3, May 1998, pp. 269-276.

10. Z. Bien, *Intelligent control lecture notes*, 18th class, 2nd term, 1999.

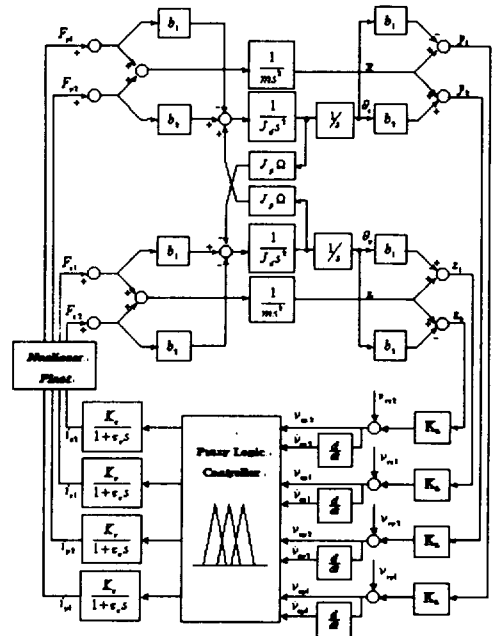
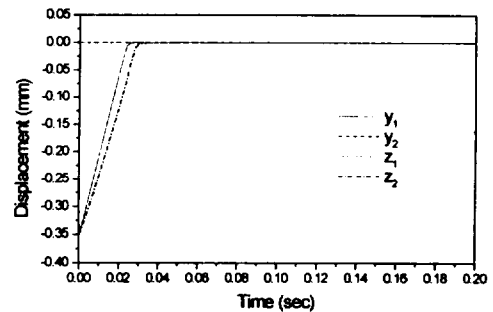
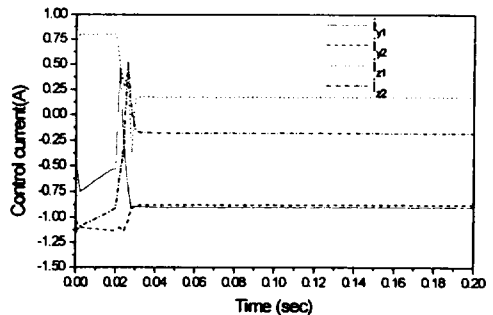


Figure 7. Block diagram of rigid rotor-AMB system



(a) Response



(b) Control current

Figure 8. Transient responses and control currents of fuzzy controlled AMB system at 200,000 rpm