

# 비최소위상 상쇄계를 가진 시스템을 위한 주기소음의 적응 역 궤환 제어

°김선민\*, 박영진\*

## Adaptive inverse feedback control of periodic noise for systems with nonminimum phase cancellation path

SUNMIN KIM\*, YOUNGJIN PARK\*

### Abstract

An alternative inverse feedback structure for adaptive active control of periodic noise is introduced for systems with nonminimum phase cancellation path. To obtain the inverse model of the nonminimum phase cancellation path, the cancellation path model can be factorized into a minimum phase term and a maximum phase term. The maximum phase term containing unstable zeros makes the inverse model unstable. To avoid the instability, we alter the inverse model of the maximum phase system into an anti-causal FIR one. An LMS predictor estimates the future samples of the noise, which are necessary for causality of both anti-causal FIR approximation for the stable inverse of the maximum phase system and time-delay existing in the cancellation path. The proposed method has a faster convergence behavior and a better transient response than the conventional FX-LMS algorithms with the same internal model control structure since a filtered reference signal is not required. We compare the proposed methods with the conventional methods through simulation studies.

### 1. 서론

소음/진동은 일상생활에서 뿐만 아니라 산업현장에서도 광범위하고 흔히 접하게 되는 환경오염원으로서 쾌적한 생활환경을 추구하려는 욕구가 점차로 증가하는 현대사회에서는 이에 대한 관심이 점차로 증가하고 있다.

특히, 엔진이나 팬과 같은 회전기계는 주기소음을 유발하므로 주기신호의 능동제어에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다[1-3]. 적응 궤환 제어 방법으로 가장 기본이 되는 방법은 Internal Model Control(IMC)을 기법[4]을 이용한 *filtered-X LMS* 방법[5]이다. 이러한 방법들은 기본적으로 *filtered-X LMS* 알고리즘을 사용하므로 *filtered-*기준신호를 필요로 한다. 따라서 능동소음제어에 있어서 수렴

성능이 느려지거나 오버슈트(overshoot)와 같은 천이성능이 저하된다 [3]. 1998 년에 이러한 문제를 해결하기 위해서 Bouchard [3]는 역 궤환 구조를 제안하였으나 배경잡음에 대한 영향을 고려하지 않았고 비최소위상 상쇄계에 대해서는 사용할 수 없었다.

본 논문에서는 비최소위상 상쇄계를 가진 시스템을 위한 시변하는 주기소음의 적응 역 궤환 제어 방법을 제안한다. 제안한 방법은 *filtered-X LMS* 알고리즘에 의해서 제어기가 갱신되지 않고 역 모델을 사용하므로 수렴 성능이 향상된다. 비최소위상 상쇄계의 역 모델을 구하기 위해서 상쇄계를 시간 지연, 최소위상 시스템과 최대위상 시스템으로 나누어 따로 역 모델을 구하고, 최대위상 시스템의 역 모델은 안정한 anti-causal FIR(비 인과적 유한충격응답) 모델로 근사화 한다. 상쇄계의 시간지연은 상쇄계의 역 모델에서 시간예측이 되고 최대위상

\* 한국과학기술원 기계공학과

시스템의 역 모델을 구할 때도 마찬가지로 인과성이 깨지므로 미래의 데이터를 필요로 하게 된다. 이를 위해 LMS 예측기를 사용한다.

제안한 방법의 성능을 검증하기 위해서 컴퓨터 모의실험을 수행한다. 기존의 방법인 IMC 기법을 이용한 능동소음제어 방법[5]과 주파수추정기법을 이용한 능동소음제어 방법[2]과의 비교를 통해 제안한 두 가지 방법의 성능을 비교, 검증한다. 제안한 방법은 빠른 수렴성능과 좋은 천이성능을 갖고 특히 주파수가 시변하는 주기소음에 대해서 좋은 성능을 나타낸다.

## 2. 주기소음의 능동 제한 제어방법

### 2.1 IMC 기법을 이용한 능동소음제어

Internal model control (IMC)기법을 이용한 능동소음제어방법[5]은 잘 알려진 *filtered-X LMS* 알고리즘과 유사하나 기준신호를 측정하는 대신 그림 1의 블록선도에서 알 수 있듯이 에러로부터 목적신호,  $d(n)$ 를 추정하고 이를 기준신호로 사용한다. 기준신호는 식 (2.2)와 같고 제어기,  $W(z)$ 의 갱신식은 식 (2.3)과 같다.

$$\hat{d}(n) = e(n) - \hat{H} \otimes W \otimes r(n), \quad (2.1)$$

$$r(n) = d(n) + H \otimes W \otimes r(n) - \hat{H} \otimes W \otimes r(n), \quad (2.2)$$

$$W(n+1) = W(n) - 2\mu e(n) \hat{H} \otimes r(n). \quad (2.3)$$

여기서,  $H$ 는 상쇄계,  $\hat{H}$ 는 상쇄계의 모델,  $W(z)$ 는 제어기,  $d(n)$ 은 줄이고자 하는 주기 신호가 포함된 목적신호,  $e(n)$ 은 제어기의 에러를 나타내며  $\mu$ 는 수렴 상수(step size)를 나타내고  $\otimes$ 는 대함연산자(convolution operator)이다.

일반적으로 앞먹임 제어방법에서는 줄이고자 하는 주기신호의 성분만이 기준신호가 될 때 가장 좋은 성능을 보인다. 그러나 이 방법에서 사용되는 기준신호  $r(n)$ 에는 줄이고자 하는 주기신호 이외에도 측정 잡음이나 기타 소음이 섞이게 되고 이러한 배경소음(background noise)은 제어 성능을 저하시킨다.

이 방법에서 사용된 앞먹임 제어 알고리즘인 *filtered-X LMS* 알고리즘은 *filtered-*기준신호(상쇄계 모델을 통과한 기준신호)를 발생하여야 한다. 이는 많은 계산량을 요구 할 뿐만 아니라 다음과 같은 두 가지 문제점을 유발한다[3]. 첫째, *filtered-*기준신호의 통계적 특성이 원래 줄이고자 하는 소음의 통계적 특성과 다른 경우, 수렴성능이 저하된다. 상쇄계의 스펙트럼 특성이 각 주파수 별로 다른 특성을 나타내는 경우, 파워가 가장 큰 정현파 성분일지라도 *filtered-*기준신호에는 파워가 작게 나타날 수도 있으므로 그 성분의 수렴은 늦어져 전체 수렴성능의 저하를 일으킨다. 둘째, 상쇄계가 긴 충격응답특성을 갖거나 상쇄계의 시간지연이 클 경우, *filtered-*기준신호의 발생 시 시간지연 효과에 의해 수렴 속도가 느려지거나 오버슈트(overshoot)가 발생하는 등 천이성능이 저하된다.

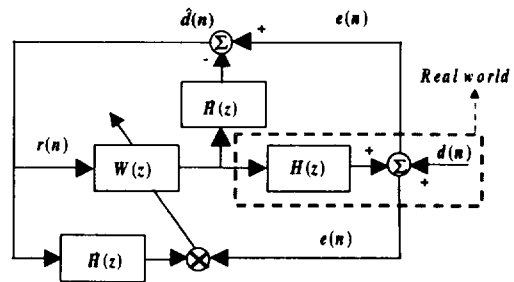


Fig.1 Block diagram of ANC using IMC

### 2.2 주파수 추정기법을 이용한 능동소음제어

주파수 추정기법을 이용한 능동소음제어방법[2]은 줄이고자 하는 주기 소음의 주파수를 추정하여 기준신호를 발생하고 *filtered-X LMS*와 같은 기존의 앞먹임 알고리즘을 사용하여 소음을 제거하는 방법이다. 그림 2는 주파수 추정기법을 이용한 능동소음제어의 블록선도이다.

그림 2에서 알 수 있듯이 먼저 IMC 기법에 의해서 줄이고자 하는 소음을 추정한다. 기준신호발생기(reference generator)에서는 식 (2.1)에서 추정된 신호의 주파수를 추정하고 식 (2.4)와 같이 다중정현파 신호를 만들어 기준신호를 발생시킨다.

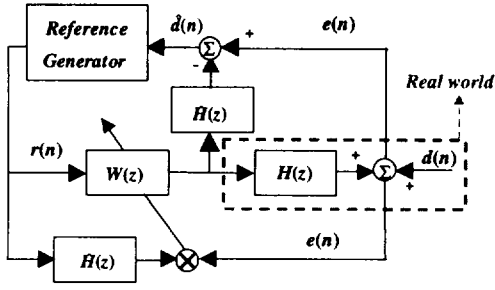


Fig.2 Block diagram of ANC using frequency estimation method.

$$r(n) = \sum_{k=1}^l \sin \left( 2\pi \sum_{i=0}^n f_k(i) \right). \quad (2.4)$$

여기서,  $f_k(i)$ 는  $i$  번째 스텝에서 추정된 다중 정현파 소음의  $k$  번째 주파수이다. 주파수를 추정하기 위해서 적응노치필터를 이용한다. 그림 3 은 적응노치필터를 이용한 주파수 추정기법의 블록선도이다. 각각의 노치필터는 2 차의 IIR 필터로 구성되며 한 개의 노치필터가 한 개의 주파수 성분을 찾아낸다. 적응노치필터를 이용한 주파수 추정기법은 빠른 추종성을 갖고 있으나 추종성을 넘어서 정도로 주기소음의 주파수가 상당히 빠르게 변한다면, 필연적으로 주파수 추종 오차를 갖게 되며 이는 기준신호와 줄이고자 하는 신호와의 상관성 (correlation)을 떨어뜨려 제어성을 떨어뜨린다. 노치필터의 갱신 식과 자세한 내용은 참고문헌 [2] 을 참조하고 본 논문에서는 생략한다.

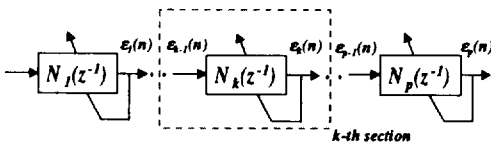


Fig.3 Block diagram of frequency estimation method using adaptive notch filter.

이 방법은 식 (2.4)에 의해서 기준신호가 발생되므로 측정잡음과 같은 배경소음이 기준신호에 포함되지 않으므로 주파수 추정이 정확하게 된다면 2.1 절의 방법에 비해 좋은 제어 성능을 갖는다.

그러나 이 방법도 2.1 절의 방법과 마찬가지로 *filtered-X LMS* 방법에 의해 제어가 갱신되므로 수렴속도가 늦고 천이성능이 저하된다.

### 2.3 역 궤환 제어방법

위의 2.1 절과 2.2 절의 궤환 제어방법은 측정된 오차로부터 기준신호를 만들어 *filtered-X LMS* 와 같은 앞먹임 적응제어 알고리즘을 사용한다. 이와는 달리 역 궤환 제어는 적응적으로 제어를 갱신 시키는 것이 아니라 **IMC** 기법을 이용하여 줄이고자 하는 주기소음을 추정한 후 상쇄계 모델의 역 모델을 통과시켜 소음을 제거한다. 그림 4 는 역 궤환 제어방법의 블록선도이고  $C(z)$ 는 궤환 제어기의 이산전달함수이다.

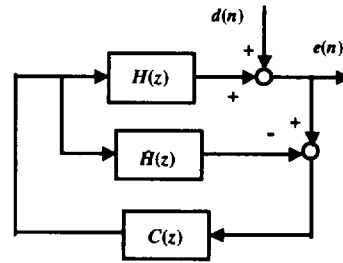


Fig.4 Block diagram of inverse feedback control.

식 (2.5)는 역 궤환 제어방법의 목적신호에 대한 오차의 폐루프 전달함수이다. 식 (2.5)에서 알 수 있듯이 궤환 제어가 정확하게 식 (2.6)처럼 된다면 이상적으로 제어가 될 것이다.

$$\frac{e(n)}{d(n)} = \frac{1+HC}{1+(\hat{H}-H)C} = 1+HC, \quad (2.5)$$

$$C = -H^{-1}. \quad (2.6)$$

이 경우, 궤환제어기는 식 (2.5)와 같이 상쇄계의 역 모델이 되는데 상쇄계가 비최소위상 시스템이라면 안정한 역 모델을 구할 수 없게 된다. 일반적으로 소음제어 시스템에서 상쇄계는 비최소위상 시스템이므로 이 절의 일반적인 역 궤환 제어방법은 소음제어에 사용하는 데에 어려움이 있다.

### 3. 주기소음의 적응 역 귀환 제어방법

#### 3.1 비최소위상 시스템의 안정한 역 모델

비최소위상 상쇄계의 역 모델은 안정한 anti-causal FIR(비인과적-유한충격응답) 모델로 다음과 같이 근사화 할 수 있다. 안정성을 보장하기 위해 인과성을 손해 보는 것이다.

상쇄계는 식 (3.1)과 같이 최소위상 시스템  $H_m(z)$  과 최대위상(maximum phase) 시스템  $H_u(z)$  그리고 시간 지연으로 구성된다고 가정한다. 최대위상 시스템은 모든 영점이 불안정한 시스템을 말하며 여기서는 식 (3.2)와 같이 불안정한 영점  $l$  개를 갖는 시스템이라고 가정한다.

$$H(z) = z^{-\Delta} H_m(z) H_u(z) \quad (3.1)$$

$$H_u(z) = \prod_{i=1}^l (1 - b_i z^{-1}), \quad |b_i| > 1, \quad \forall i \quad (3.2)$$

최대위상 시스템의 역 모델은 식 (3.3)과 같은 역 모델 시스템의 입력과 출력을 각각  $y(n)$ ,  $x(n)$ 으로 정의하면 식 (3.5)가 성립한다.

$$H_u(z)^{-1} = \prod_{i=1}^l \frac{1}{1 - b_i z^{-1}} = \sum_{i=1}^l \frac{c_i}{1 - b_i z^{-1}} \equiv \frac{x(n)}{y(n)}, \quad (3.3)$$

$$c_i = (1 - b_i z^{-1}) H_u(z)^{-1} \Big|_{z=b_i}, \quad i=1, 2, \dots, l, \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} x(n) &= -\sum_{i=1}^l \sum_{k=1}^{M_i} \frac{c_i}{b_i^k} y(n+k) - \sum_{i=1}^l \frac{1}{b_i^{M_i}} x(n+M_i) \\ &\equiv -\sum_{i=1}^l \sum_{k=1}^{M_i} \frac{c_i}{b_i^k} y(n+k). \end{aligned} \quad (3.5)$$

여기서,  $b_i$ 는 1 보다 큰 수 이므로  $M_i$ 가 충분히 크다면 입력과 출력의 관계는 식 (3.5)와 같이 근사화 될 수 있다. 즉 최대위상 시스템의 역 모델은 식 (3.6)과 같이 anti-causal FIR 모델로 근사화 된다.

$$H_u(z)^{-1} \equiv -\sum_{i=1}^l \sum_{k=1}^{M_i} \frac{c_i}{b_i^k} z^k. \quad (3.6)$$

최소위상 시스템의 역 모델과 시간지연에 대한

역 모델은 쉽게 구해지고  $M_i$ 의 최대값이  $M$  이라면 비최소위상 상쇄계의 역 모델은 식 (3.7)과 같은 근사화식으로 구해진다.

$$H(z)^{-1} \equiv z^{\Delta+M} H_m(z)^{-1} \tilde{H}_u(z)^{-1}, \quad (3.7)$$

$$\tilde{H}_u(z)^{-1} = -\sum_{i=1}^l \sum_{k=0}^{M_i-1} \frac{c_i}{b_i^{M_i-k}} z^{-k} \quad (3.8)$$

먼저 실험적으로 상쇄계  $H(z)$ 를 구한 후 위의 식 (3.1)에서 식 (3.8)까지의 과정을 통해 비최소위상 상쇄계의 안정한 역 모델을 구할 수 있다. 식 (3.1)과 식 (3.6)에서 각각 알 수 있듯이 상쇄계의 시간지연은 역 모델을 구할 때  $\Delta$  스텝 시간예측 형태로 나타나고 최대위상 시스템은 역 모델을 구할 때  $M$  스텝 시간예측이 필요하므로 식 (3.7)에서 보는 것과 같이 전체적으로  $M+\Delta$  스텝의 시간 예측이 필요하게 된다.

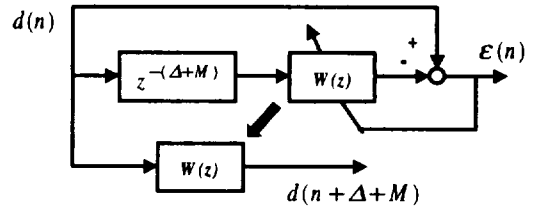


Fig.5 Block diagram of LMS predictor

미래 데이터를 얻기 위한 시간예측기는 그림 5에서 보는 것과 같은 LMS 예측기(predictor)를 사용한다. 본 논문의 적응 제어 알고리즘은 LMS 알고리즘만을 사용하게 되므로 기존의 filtered-X LMS 알고리즘으로 적응시키는 방법에 비해서 빠른 수렴성능을 갖게 된다.

LMS 예측기의 제어기 갱신식은 다음과 같다.

$$\epsilon(n) = d(n) - W(n)^T \bar{d}(n - \Delta - M), \quad (3.9)$$

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu \epsilon(n) \bar{d}(n - \Delta - M), \quad (3.10)$$

$$d(n + \Delta + M) = W(n+1)^T \bar{d}(n). \quad (3.11)$$

#### 3.2 적응 역 귀환 구조

본 논문에서 제안한 LMS 예측기를 이용한 비최소위상 상쇄계를 가진 시스템을 위한 주기소음의 적응 역 케환 제어 방법은 그림 6 에서 보는 것과 같이 IMC 기법을 이용하여 줄이고자 하는 소음을 추정하는 부분과 LMS 예측기 그리고 상쇄계의 안정한 역 모델로 구성된다. 매 스텝마다 LMS 예측기를 갱신 시켜 시변하는 주기소음  $d(n)$ 의 미래 데이터를 실시간으로 추정한다.

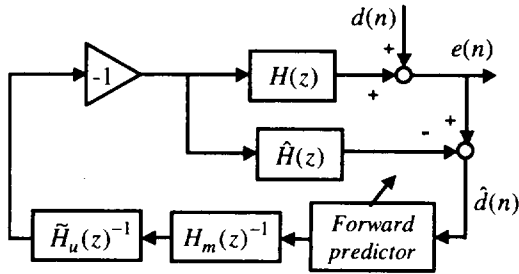


Fig.6 Block diagram of adaptive inverse feedback control method I.

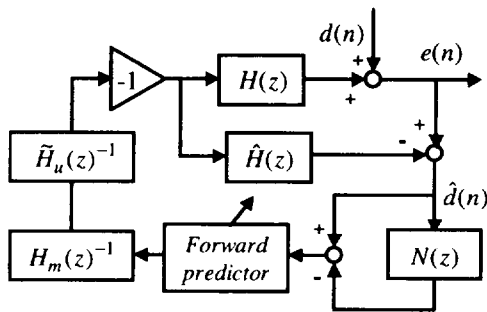


Fig.7 Block diagram of adaptive inverse feedback control method II.

신호대잡음비가 좋지않은 경우, LMS 예측기의 성능이 저하될 수 있으므로 그림 7 에서 보는 것과 같이 적응노치필터를 이용한 적응 선형 증진기 (adaptive line enhancer)를 예측기 앞에 설치하여 배경잡음에 대한 강건성을 높일 수 있다. 적응노치필터  $N(z)$ 의 갱신은 그림 3 과 같이 하며 적응 선형 증진기는 목적소음의 주기적 성분만을 강화시킨 신호를 출력으로 내보내 LMS 예측기의 성능을 향상시킨다. 상쇄계 모델이 정확하다면, 제안한 방법의 안정성은 보장된다.

#### 4. 컴퓨터 모의실험

본 논문에서 제안한 두 가지 방법과 기존의 두 가지 방법을 컴퓨터 모의실험을 통해서 비교, 검증한다.

- 방법 1: IMC 기법을 이용한 능동소음제어
- 방법 2: 주파수 추정기법을 이용한 능동소음제어
- 방법 3: 주기소음의 적응 역 케환 제어방법 I
- 방법 4: 주기소음의 적응 역 케환 제어방법 II

비최소위상 상쇄계는 식 (4.1)과 같고 3.1 절의 방법에 의해 계산된 최대위상시스템의 역 모델은 식 (4.2)와 같으며 네 번째 항까지만 근사화 했으므로 전체적으로 10 스텝 예측을 했다.

$$H(z) = \frac{z^{-6}(1-0.9891z^{-1})(1-6.4337z^{-1})}{(1-(0.6564 + i0.6343)z^{-1})(1-(0.6564 - i0.6343)z^{-1})} \quad (4.1)$$

$$\tilde{H}_u(z)^{-1} = -\frac{1}{6.4337^4} - \frac{1}{6.4337^3}z^{-1} - \frac{1}{6.4337^2}z^{-2} - \frac{1}{6.4337}z^{-3} \quad (4.2)$$

줄이고자 하는 소음은 다음과 같이 150Hz 와 200Hz 두개의 순음과 백색잡음으로 이루어졌다고 가정한다.

$$d(n) = 2\sin(2\pi f_1 nT) + 1.5\sin(2\pi f_2 nT + 1) + \xi(n). \quad (4.3)$$

Table 1. Performance comparison (SNR = 10dB)

SNR=10dB	방법 1	방법 2	방법 3	방법 4
Filter length	20	10	10	10
Step size	0.07	0.07	0.1	0.2
OSPL reduction	-7.2	-9.2	-7.5	-10.1
Peak reduction	-30,-30	-30,-30	-30,-25	-30,-30
Convergence step	1200	500	200	200
Overshoot [ratio]	2	2	1	1
Computation load	195	231	156	224

표 1 과 표 2 는 각각 신호대잡음비가 10dB 와 0dB 인 경우이다. 표에서 OSPL reduction[dB]은 overall sound pressure level 의 저감량을 의미하고 Peak reduction[dB]은 각각 두개의 순음의 저감량을

의미한다. Overshoot 는 천이상태에서의 원 소음의 크기에 대한 제어 후 소음의 크기 비를 나타내고 계산량의 단위는 flops 이다. 두개의 표에서 알 수 있듯이 제안한 방법은 수렴성능이 빠르고 천이상태에서 오버슈트가 없음을 알 수 있다. 그에 비해 다른 특성은 비슷한 성능을 보였다. 제안한 두가지의 방법 중에서 적응 선형 증진기를 이용한 방법이 백색잡음에 대한 소음 저감 성능이 좋음을 알 수 있었다.

Table 2. Performance comparison (SNR = 0dB)

SNR=0dB	방법 1	방법 2	방법 3	방법 4
Filter length	40	20	20	10
Step size	0.01	0.02	0.02	0.2
OSPL reduction	-2.3	-2.8	-2.2	-2.8
Peak reduction	-20,-10	-30,-15	-20,-10	-30,-15
Convergence step	1200	1000	500	500
Overshoot [ratio]	1.5	1	1	1
Computation load	312	290	235	224

두개의 순음의 주파수가 각각 150Hz 에서 230Hz 로 200Hz 에서 320Hz 로 시변하고 백색잡음이 섞이지 않은 소음에 대해서 모의실험을 수행한 결과를 그림 8 에 제시한다.

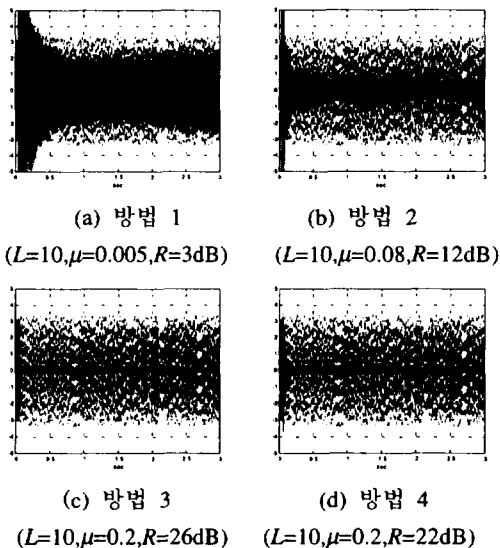


Fig.8 Time signal before and after control of 4 methods  
(- -:before control, —:after control)

그림 8 에서 보듯이 제안한 방법이 빠른 수렴 속

도로 인해 좋은 성능을 갖음을 알 수 있었고 *filtered-X LMS* 알고리즘을 사용하는 기존의 방법은 수렴이 늦어 많은 소음 저감을 위해서는 수렴상수를 키워야 하는데 이는 오버슈트를 유발시켰다. 적응노치필터를 사용하는 방법 2 와 방법 4 는 시변하는 주파수의 추종에 오차가 생겨 약간의 성능저하를 보였다. 그림설명에서  $L$  은 적응필터길이,  $\mu$  는 수렴상수,  $R$  은 저감된 소음신호의 전체파워를 의미한다.

## 5. 결론

본 논문에서는 비최소위상 상쇄계를 가진 시스템을 위한 주기소음의 적응 역 캐환 제어방법을 제안하였다. 비최소위상 상쇄계의 역 모델을 구하기 위하여 최대위상 시스템의 역 모델을 안정한 anti-casual FIR 모델로 근사화 하였고 LMS 예측기를 사용하여 이를 구현하였다. 기존의 *filtered-X LMS* 알고리즘을 사용하는 소음제어방법에 비해 빠른 수렴 속도와 좋은 천이성능을 갖고 특히 주파수가 시변하는 소음신호에 대해서 좋은 성능을 갖음을 모의실험을 통해 검증하였다.

## 참고문헌

- [1] T. Usagawa, Y. Shimada and M.Ebata, 1998 *INTERNOISE 98*, Adaptive Algorithm for Active Control of Periodic Noise with On-line Frequency Tracking.
- [2] S. Kim and Y. Park, 1999 *Journal of sound and vibration* 227(3), 647-666. Active Control of Multi-Tonal Noise with Reference Generator Based on On-line Frequency Estimation.
- [3] M. Bouchard, "Alternative Feedback Structure for the Adaptive Active Control of Periodic and Time-varying Periodic Disturbances", *Journal of Sound and Vibration*, 20(4), pp 517-527, 1998
- [4] S.E.Forsythe and M.D.McCollum, "Stabilization of a digitally controlled active isolation system", *Proc. Recent Advances in Active Control of Sound and Vibration*, pp 879-889, 1991
- [5] S. J. Elliott and P. A. Nelson 1993 *IEEE Signal Processing Magazine* 0, 12-35. Active noise control.