

유한관내에서 축류팬 후류 및 해석

°정기훈*, 최한림*, 나선옥#, 전완호##, 이덕주**

Analysis of Wake and Noise of a Fan in Finite Duct

Ki-Hoon Chung, Han-Lim Choi, Seon-Uk Na, Wan-Ho Jeon, Duck-Joo Lee

ABSTRACT

The present work describes the prediction method for the unsteady flow field and the acoustic pressure field of a ducted axial fan. The prediction method is comprised of time-marching free-wake method, acoustic analogy, and the Helmholtz-Kirchhoff BEM. The predicted sound signal of a rotor is similar to the experiment one. We assume that the rotor rotates with a constant angular velocity and the flow field around the rotor is incompressible and inviscid. Then, a time-marching free-wake method is used to model the fan and to calculate the flow field. The force of each element on the blade is calculated by the unsteady Bernoulli equation. Lowson's method is used to predict the acoustic source. The newly developed Helmholtz-Kirchhoff BEM for thin body is used to calculate the sound field of the ducted fan. The ducted fan with 6 blades is analysed and the sound field around the duct is calculated.

1. 서 론

소음에 관한 일반인의 관심이 높아지면서 송풍기, 압축기 등과 같은 유동관련 기계류가 주요 소음원으로 지적되고 있으며 이를 규제하는 법규의 제정으로 소음이 큰 경우 판매를 제한하는 경우도 있어 이들 기계류의 소음을 낮추기 위한 노력이 절실히 요구되고 있다. 특히 국내의 관련 산업계에서는 각종 소음 규제에 대응하고, 품질 경쟁력을 확보하기 위해 이들 기계류에 대한 소음저감의 필요성은 절감하고 있으나 구체적인 저감 방법 및 소음 예측 도구의 부족으로 인하여 체계적인 연구와 응용이 이루어지지 못하고 있다. 현재 굴삭기와 같은 중장비에서 발생하는 소음 중 팬이 차지하는 비중이 50%를 넘고 있다. 그러므로, 팬 소음을 줄이는 것은 2002년까지의 유럽 소음 규제를 맞추기 위해 꼭 필요한 연구이다.

일반적인 축류팬의 소음 특성은 주파수 특성에 따라서 톤소음(tonal noise)과 광역소음

(broadband noise)으로 나누어진다. 우선 톤소음은 날개통과 주파수(BPF : blade passage frequency)와 그 조화주파수의 음으로 이루어지며 회전하는 블레이드가 주위 구조물(쉬라우드, 라디에이터, 그릴 등)과 주기적인 상호작용을 일으킴으로써 발생한다. 블레이드가 회전하면서 유체에 일을 가함에 따라 블레이드 표면에서는 일정한 주기를 갖는 압력변동이 발생되고 이로 인해 톤소음이 발생한다고 알려져 있다. 또한, 깃 사이의 유동이 고정물 지역을 지날 때 유동이 비정상상태가 되어 깃 표면에 비정상 힘의 교란을 유발시키고 이러한 힘의 변화가 톤소음을 유발하기도 한다. 블레이드 후류와 고정물의 상호작용에 의한 소음 발생 정도는 깃 뒷전과 고정물 사이의 거리가 멀어질수록 감소한다고 알려져 있다. 톤소음은 주로 이극(dipole)이 주된 원인이라고 알려져 있고 축류팬의 주된 소음원이다. 광역소음은 난류와 블레이드의 깃 뒷전에서 와류 홀딩 등에 의해 발생하는 소음으로 넓은 범위의 주파수에 걸쳐서 분포한다. 일반적으로 고정물과 회전하는 블레이드의 거리가 가까울수록 톤소음이 커지고 난류가 우세할수록 광역소음이 커진다고 알려져 있다. 팬에서 발생하는 소음은 팬 자체에서 발생하는 소음(self noise)과, 팬의 부속물과의 상호작용에서 발생하는 소음(interaction noise)으로 크게 나눌 수 있다. 팬 자체에서 발생하는 소음은 유체역학적인

* 한국과학기술원 항공우주공학과 대학원
ATES, CFD 사업부 과장
LG 전선 기계연구소 CAE T/G
**정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과 교수

로 발생하는 소음으로 약간의 차이는 있으나 모든 팬에서 필연적으로 발생하는 소음으로 본 연구의 주된 관심 분야이다. 후자는 쉬라우드, 라디에이터 등에서 발생하는 것이다. 이러한 축류팬의 유동과 소음에 대한 연구는 활발하게 이루어지고 있다 [1][2]. 현재는 유동장 해석과 자유 공간에서의 소음원 해석까지는 충분히 가능한 수준이다. 그러나, 덕트나 쉬라우드를 통한 소음원의 방사시 발생하는 산란이나 회절효과에 의한 소음변화는 팬 소음원과 덕트의 음향학적 특성이 모두 고려되어야 하기 때문에 아직은 어려운 실정이다. 본 연구는 시간적분 자유후류 방법[3][4]을 통해 전방 엔진룸을 지나는 팬 시스템을 해석하는 것을 목표로 한다. 또한 팬 단독으로 저소음화된 팬이 엔진룸과 같은 시스템에 장착될 경우를 비교하기로 한다.

2. 해석 방법

2.1. 시간적분 자유 후류 해석

임의 형상의 삼차원 물체 주위의 유동을 물체의 경계와 후류 영역을 제외한 전체 영역에서 비압축성, 비회전, 비점성이라고 가정하면 유동은 Laplace 방정식을 만족하는 포텐셜 유동이고, 속도 포텐셜을 ϕ 라 할 때 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

$$\vec{V} = \nabla \phi \quad (2)$$

그리고 경계 조건을 수식으로 표현하기 위해 속도 포텐셜을 ϕ 라고 물체 고정 좌표계에 대해서 식을 나타내면 다음과 같다.

$$(\nabla \phi - \vec{V}_0 - \vec{\Omega} \times \vec{r} - \vec{V}_r) \cdot \vec{n} = 0 \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \nabla \phi = 0 \quad (4)$$

비압축성 유동의 경우 교란의 전파 속도가 무한대라고 할 수 있기 때문에 각 순간의 경계 조건 변화에 대한 영향이 그 순간 전체 유동장으로 전파된다. 그러므로 매 시간 간격마다 변화된 경계 조건으로 식(3)을 풀면 된다. 식(1)을 Green의 상반정리(Green's reciprocal theorem)를 이용하여 적분하면 용출(source)의 세기 σ 와 중첩(doublet)의 세기 μ 의 합으로 속도 포텐셜의 값을 나타낼 수 있다. 물체 표면의 한 지점에서 거리 r 만큼 떨어진 위치 P 점에서의 유동은 다음 식에 의해서 지배받는다.

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{body+wake} \mu(s, t) \vec{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) ds \quad (5) - \frac{1}{4\pi} \int_{body} \sigma(s, t) \left(\frac{1}{r} \right) ds$$

이 용출(source)과 중첩(doublet)의 분포에 의한 속도장은 속도 포텐셜의 미분으로 계산한다.

두께가 얇은 블레이드는 두께를 고려하지 않고

블레이드의 형상을 대표하는 면 - 예를 들면 캠버면 - 에 특이값을 분포시킴으로써 해석이 가능하다. 이러한 해석은 해의 정확도를 높일 수 있을 뿐만 아니라, 계산 시간을 크게 절약하는 장점을 갖는다. 식(5)를 미분한 식에서 용출(source)을 분포시키지 않고 중첩(doublet)만을 분포시킨 후 이 식을 공간에 대해 미분함으로써 속도장을 계산할 수 있고 물체의 경계조건 식(3)을 적용한다. 여기서 근사화된 블레이드면에 분포하는 중첩(doublet)은 같은 크기의 순환(circulation) 강도 Γ 를 갖는 와격자로 바꿀 수 있고, 이러한 방법을 와류 격자법(vortex lattice method)이라고 하는데, 그 유도 속도는 Biot-Savart 법칙을 이용하여 구할 수 있게 된다. 본 연구에서는 와선 부근에서 무한대의 유도속도가 계산되는 것을 피하기 위하여 Scully의 와류 모델을 적용한다.

블레이드 표면의 미지의 순환강도를 선형방정식으로 나타내면,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_j \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$a_{ij} = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})_{ij} \cdot \vec{n}_i$$

여기서 $R_i = (\vec{V}(\vec{t}) - \vec{V}_w) \cdot \vec{n}_i$
 $i, j = 1, 2, \dots, n$

$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})_{ij}$ 는 j -번째 와격자에 의해서 i -번째 와격자의 조절점에 유도되는 속도성분이고, \vec{n}_i 는 i -번째 와격자의 수직벡터 성분이며, $\vec{V}(\vec{t})$ 는 물체 고정 좌표계에 대한 블레이드 운동속도와 자유흐름에 의한 속도의 제어점에서의 속도성분이고, \vec{V}_w 는 물체 고정 좌표계에 대한 후류의 영향으로 발생하는 제어점에서의 속도이다.

블레이드의 공기력은 비정상 Bernoulli 방정식을 이용하여 구한다. 블레이드 윗면과 아랫면의 압력 차이는 다음과 같다.

$$\Delta p_{ij} = \rho \left\{ (\vec{V}(\vec{t}) + \vec{V}_w) \cdot \vec{\tau}_i \frac{\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j}}{\Delta c_{ij}} \quad (7) + (\vec{V}(\vec{t}) + \vec{V}_w) \cdot \vec{\tau}_j \frac{\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i,j-1}}{\Delta b_{ij}} + \frac{\partial \Gamma_{i,j}}{\partial t} \right\}$$

여기서 하첨자 i 는 코드 방향, j 는 스패ن 방향을 가리키며, Δc_{ij} 는 코드 방향 길이, Δb_{ij} 는 스패ن 방향의 길이를 나타낸다. 따라서 이 와격자에 의하여 블레이드 몸체에 작용하는 하중은 다음과 같이 된다.

$$\Delta \vec{F} = -(\Delta p \Delta S)_{ij} \vec{n}_{ij} \quad (8)$$

여기서 ΔS 는 와격자의 넓이이다. 이식으로부터 팬의 축방향 힘 및 유도항력 등을 구할 수 있게 된다.

2.2 자유음장의 축류팬 소음 해석

본 논문에서 계산하는 음향장은 블레이드가 회전하면서 발생하는 비정상 힘의 교란에 의한 소음이다. Neise는 팬의 경우 이극이 주된 소음의 원인이 되고 특히, 비정상 회전 힘에 의한 소음이 주된 소음원이라고 밝혔다. (Ref.(6)) 특히 축류팬의 경우는 토은소음이 우세하고, 비정상 힘의 교란만으로 충분히 토은소음의 예측이 가능하다.

유동 음원을 고려한 음파전달방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - a_o^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (9)$$

여기서 왼쪽 항은 정지한 매질에서의 음파전달 방정식이고, 오른쪽 항은 유체 내에서의 여러 음원들을 나타낸다. 첫 항은 사극음원(quadrupole)에 의한 영향을 나타내고, 두 번째 항은 이극(dipole)에 의한 영향을 마지막 항은 단극(monopole)에 의한 영향을 나타낸다. 팬 소음과 같이 이극이 우세한 경우는 단극과 사극의 영향은 무시할 수 있다. 그래서 힘의 교란에 의한 이극소음이 우세하다는 가정 하에 Farrasat의 움직이는 물체에 의한 음향장을 예측하는 식을 이용한다. 이 식은 다음과 같다. (Ref.(8))

$$4\pi P = \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{l}_i \hat{r}_i}{r(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \int_{f=0} \left[\frac{l_r - l_i M_i}{r^2(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[\frac{l_r(r \dot{M}_i \hat{r}_i + cM_r - cM^2)}{r^2(1-M_r)^3} \right]_{ret} dS \quad (10)$$

여기서 c 는 음속(speed of sound)을 나타내고, r 은 관찰자와 음원간의 거리를 나타낸다. \hat{r}_i 는 $(x_i - y_i)/r$ 로써 단위 벡터이고 l_r 은 단위면적의 물체 표면에 작용하는 힘으로서 $l_i \hat{r}_i$ 을 의미하며, M_r 은 $v_i \hat{r}_i/c$ 을 각각 나타낸다. 각 문자 위의 점은 그 문자의 시간에 대한 미분을 의미하고 있다. 또, x 는 관찰자의 위치를 y 는 음원의 위치를 낸다. 위 식의 모든 시간은 음원에 대한 식으로서 이를 관찰자의 시간으로 전환하기 위해서는 음원과 관찰자의 위치에 따른 지연시간을 고려하여야 한다.

본 연구에서는 팬 블레이드를 작은 요소로 나누고 각 요소에서의 힘을 점 힘으로 계산하였으며 식(10)을 전체 팬 블레이드 요소에 대하여 중첩하면 블레이드 회전에 의한 음향장을 계산할 수 있다. 그러나 이 식은 자유공간이라는 가정 하에 소음원의 방사를 예측하는 식으로 물체가 있는 경우 물체와의 상호작용에 의한 방사효과는 해석할 수

없다.

2.3 덕트에 의한 음향장의 변형 계산

원심팬에 의한 음향장 계산을 위한 경계요소법은 일반적으로 많이 사용되는 직접 경계 요소법을 이용했다. 그러나, 이러한 경계요소법은 케이싱과 같은 얇은 물체에 대해서는 신뢰성 있는 해를 구하기 어려운 것으로 알려져 있다. 이 어려움의 주된 원인은 얇은 물체의 위아래 면에 분포시킨 격자가 너무 가까워 준 특이성(quasi-singular)문제가 발생하기 때문이다. 이런 문제는 Seybert 등의 다중영역법(multi-domain)에 의해서 해결되었다. 그러나, 다중영역법은 전처리과정(preprocess)에 많은 노력이 필요하고 가상면이 넓은 경우에는 매우 큰 행렬을 풀어야 하는 문제가 있다.

Wu와 Wan은 헬름홀츠 적분방정식이 얇은 물체에 대해서는 퇴화(degenerate)하기 때문에 직접경계요소법으로는 thin-shape breakdown문제를 해결할 수 없음을 증명하였다. 그들은 Martinez가 제안한 대로 수직 미분-적분방정식을 이용하여 직접경계요소법을 성공적으로 적용하였다. 그러나, 이 방법은 강체인 경우에만 적용된다. 후에 이강덕에 의해서 강체가 아닌 일반적인 물체의 경우에 대해서도 성공적으로 적용되었다.

일반적인 경계요소법은 닫힌 영역에 대한 방법으로 영역을 내부 혹은 외부로 나누어서 해석하는 기법이다. 이런 방법은 내부와 외부음장을 동시에 풀어야 하는 물체에 대해서 적용이 불가능할 뿐만 아니라, 얇은 물체에 대해서도 준 특이성 문제를 발생시키기 때문에 적용이 어렵다. 이런 문제의 해결로 Wu가 Martinez가 제안한 수직미분 적분 방정식을 이용하여 직접 경계요소법을 성공적으로 얇은 물체에 적용하였다. 본 연구에서는 Wu & Wan의 방법을 기반으로 얇은 물체에 적용할 수 있는 BEM 방법을 이용한다.

헬름홀츠(Helmholtz) 적분방정식을 적용하기 위하여 음장을 가상면 s 로 외부음장 Ω^+ 와 내부음장 Ω^- 로 나눈다. 얇은 물체는 수학적으로 물체 양 표면의 중심면 S 로 표현할 수 있다. 외부음장에서의 속도포텐셜을 ϕ^+ 라 하고 내부음장에서는 ϕ^- , 1 차음원을 ϕ_s 로 한다. 여기서 속도포텐셜은 $\vec{v} = -\nabla\phi$ 정의하고 시간에 대해서 $e^{+i\omega t}$ 규약을 사용하면 음압은 속도포텐셜과 $p = ik\rho_o a_o \phi$ 관계를 갖는다. Green's second identity를 Helmholtz 방정식에 적용하면 각각의 영역에 대해서 적분방정식을 세운 후 두 식을 더하고, 셸 표면에서는 수직방향 속도가 연속이고 가상면에서는 속도 포텐셜과 속도가 연속이라는 경계조건을 대입하면 식(12) 을 얻을 수 있다.

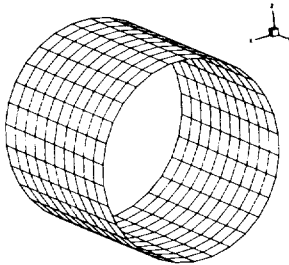
$$\int_S \frac{\partial G}{\partial n}(P, Q) [[\phi]] DS(Q) + \phi_{sc}(P) \quad (11)$$

$$= \begin{pmatrix} 4\pi\phi(P) & (P \notin S) \\ C^+ \phi^+ + C^- \phi^- & (P \in S) \end{pmatrix}$$

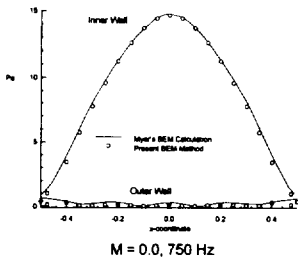
여기서 $[[\phi]] = \phi^+ - \phi^-$ 이고 C^+, C^- 는 각각 내부와 외부영역에서의 입체각 (solid angle) 을 의미한다.

위 식 (11)은 2 차 등계수 요소를 사용하여 이산화하였고, 과잉행렬식 (over-determined matrix)은 최소자승법 (least-squares procedure)을 이용하여 계산하였다.

덕트에서의 음의 전파를 검증하기 위해서 그림 3과 같은 Myers가 사용한 덕트를 계산하였다. 길이가 1m이고 반경 0.5m인 덕트의 중앙에 단극음원이 있는 경우 덕트의 표면에서 음압의 분포를 나타낸 것이다. 그림에서 Myers의 결과와 거의 동일함을 확인할 수 있다.



(a) Mesh of the open, circular duct



(b) Shielding of sound radiating from a source in an open, circular duct.

Fig. 1 Myers open circular duct problem

3. 해석 결과

3.1 개발된 방법의 검증

본 연구의 해석 모델로는 DGLR팬 형상의 팬 단독의 경우와 슈라우드가 있는 경우에 대하여 유동해석을 수행하였다.

DGLR팬은 반경 0.3025m, 시위 0.06m, 허브 비틀림각

38°, 익단 비틀림각 14°의 형상을 지닌다. 그림 4는 이 해석을 위한 DGLR팬 격자의 형상을 보여준다.

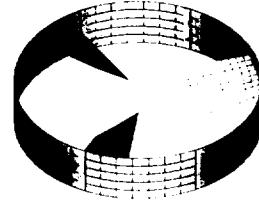


Fig. 2 Mesh of fan with shroud

그림 3은 슈라우드가 있는 경우에 대한 후류형상 및 축방향 힘의 변화를 보여준다. 이 축방향 힘은 이 팬의 성능을 나타내는 것이다. 팬의 유동 해석이 초기의 정지 상태부터 천천히 주어진 rpm까지 상승하는 방식이므로 약 1바퀴까지는 성능이 서서히 증가하며, 후류가 안정화 되는 5바퀴 이전까지는 과도적인 신호가 나올 수 있다. 슈라우드가 없는 경우보다 전체 축방향 힘이 10% 정도 증가된다. 또한, 과도기의 변동이 더 심해지는 것을 알 수 있다.

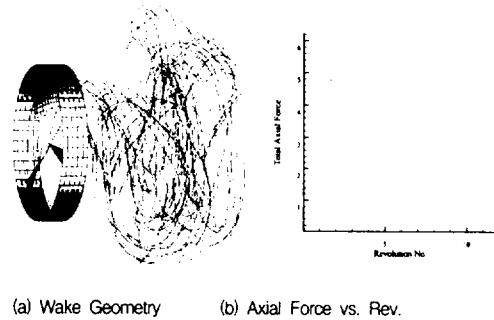


Fig. 3 Fan with Shroud

위의 경우, 로터 깃 한 요소의 힘의 변화를 그려보면 다음 그림 4와 같다. 그림에서 회전면의 힘의 성분(F_x, F_y)은 로터의 회전주파수로 주기적으로 변하지만, 축방향 힘의 성분(F_z)은 주된 주파수가 없는 랜덤한 변화를 보여주고 있다. 이런 회전면 힘 성분의 강한 주기적인 변동은 결국 BPF로 나타나게 되고, 이러한 소음은 회전면으로 관찰점이 접근할수록 점점 강해지고, 축방향으로 갈수록 약해지는 특성을 가지고 있다.

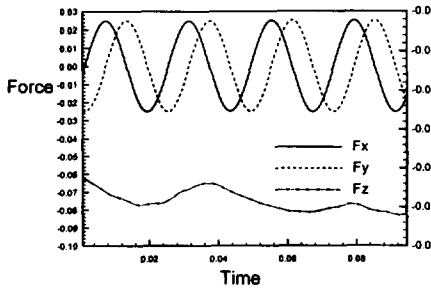
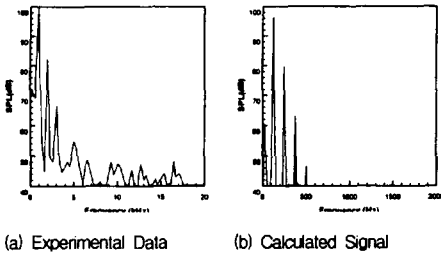


Fig. 4 Force variation of the fan with shroud

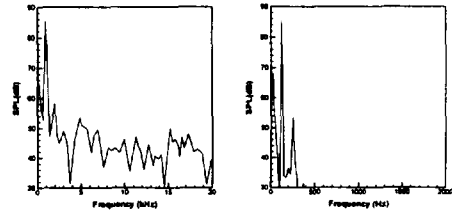
음향 유추법에 의한 소음 해석은 위에서 계산된 힘의 시간 변화를 이용해서 이루어졌다. 5바퀴까지의 자료는 많은 과도기적 성질을 가지고 있으므로 5바퀴 이후의 자료를 이용해서 계산한다. 계산이 이루어진 관찰점은 실험치의 측정점과 일치시켰다. 임의의 점P는 허브축에서 팬 지름의 0.82 배만큼 떨어진 위치에서 회전 평면으로부터의 각도를 변화시킨 경우이다.



(a) Experimental Data (b) Calculated Signal
Fig. 5 Comparison of measured and calculated signal

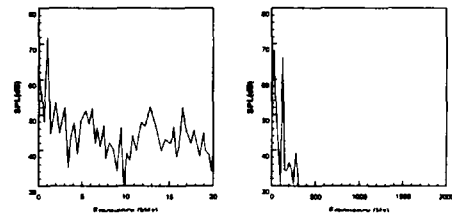
그림 5는 회전평면에서 20° 위치에서 DGLR팬의 실험치와 본 연구의 계산 결과를 비교한 그림으로 실험치와 해석결과가 잘 일치함을 보여준다.

회전평면 근처는 축방향 힘(F_z)의 변화보다는 회전면의 힘(F_x , F_y)의 변화가 우세하게 나타나는 부근이다. 그래서 음압값도 크고, 회전면의 힘의 변화가 회전주파수로 일어나므로 조화주파수도 많이 발생한다.



(a) Experimental Data (b) Calculated Signal
Fig. 6 Comparison of measured and calculated signal

그림 6은 회전평면에서 50° 위치에서 DGLR팬의 실험치와 본 연구의 계산 결과를 비교한 그림으로 second harmonic frequency까지 잘 일치하고 있다. 이 경우는 축방향의 힘도 어느 정도 영향을 미치고 있으며, 회전면의 힘은 점점 영향이 작아지는 부근의 각도이다. 그래서 음압크기도 작아지고 있으며, 조화주파수가 많이 사라짐을 확인할 수 있다.



(a) Experimental Data (b) Calculated Signal
Fig. 7 Comparison of measured and calculated signal

그림 7은 회전평면에서 70° 위치에서 DGLR팬의 실험치와 본 연구의 계산 결과를 비교한 그림으로 하모닉 주파수와 크기에 약간의 오차가 존재한다. 이 각도는 축방향 힘의 성분이 우세해지는 각도이고 회전면의 힘의 성분은 서로 상쇄되어 음압이 작아지는 각도이다.

참고문헌

- (1) Neise, W., 1992, "Review of Fan Noise Generation Mechanism and Control Method," An International INCE Symposium, pp. 45~56
- (2) D.Lohmann, 1998, "Prediction of Ducted Radiator Fan Aeroacoustics With a Lifting Surface Method", DGLR/AIAA 14th Aeroacoustic Conference, pp. 576~606

(3) 이정환, 조경석, 신호성, 신형기, 이수갑, 1998, "자동차 엔진 냉각팬의 공력 소음 예측에 관한 연구," 유체기계 연구개발 발표회 논문집, pp.115-120.

(4) 정기훈, 전완호, 나선옥, 이덕주, 1999, "쉬라우드 효과를 고려한 축류팬 유동 및 소음 해석," 대한 기계학회 유체부문 1999학술대회, pp.35-40.

(5) S. U. Na and D. J. Lee, "Numerical Simulations of Wake Structure Generated by Rotating Blades Using a Time Marching Free Vortex Blob Method", *European Journal of Mechanics*, vol.17, 1998.

(6) K. W. Ryu and D. J. Lee, "Sound Radiation from Elliptic Vortex Rings: Evolution and Interaction", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 200, No. 3, 1997, pp. 281-301.

(7) M.V. Lowson, 1965, "The Sound Field for Singularities in Motion," *Proc. R. Soc. London, Ser. A.* 286, pp.559-572

(8) Jeon, W. H., and Lee, D. J., 1999, "An Analysis of the Flow and Aerodynamic Acoustic Sources of a

Centrifugal Impeller", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.222 No, 3, pp.505~511.

(9) 이강덕, 이덕주, 1997, "일반 경계 조건을 가진 얇은 물체에 대한 직접 경계 요소법의 개발," 한국소음진동공학회지, 제 7권, 제 6호, p.975.

(10) Setbert, A.F., Cheng, C. Y. R. and Wu, T.W., 1990, "The Solution of Coupled Interior/Exterior Acoustic Problems Using the Boundary Element Method," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 88, pp.1612~1618.

(11) Wu, T. W. and Wan G. C., 1992, "Numerical Modeling of Acoustic Radiation and Scattering from Thin Bodies Using a Cauchy Principal Integral Equation, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 92, pp.2900~2906.

(12) Martinez, R., 1991, "The Thin-Shape Breakdown of the Helmholtz Integral Equation," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 90 pp.2728~2738.

(13) Myers, M. K., 1995, "Boundary Integral Formulations for Ducted Fan Radiation Calculations," CEAS/AIAA Paper 95-076.