

송전제약하에서 DC LOAD FLOW를 이용한 한계비용의 분석과 계통의 분할에 관한 연구

장 시 진, 정 해 성, 박 종 근
서울대학교 전기공학부

A Study on the analysis of marginal cost using DC load flow in transmission constraint and network partition

Si-Jin Jang Hae-Seong Jeong Jong-Keun Park
School of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract - By DC load flow approximation, we analyzed marginal cost that is the important factor of price signal for network congestion management and expressed as a function of load. In network congestion, a large scale electric network is partitioned into subnetwork to provide a effective price signal through zonal pricing. We propose a new network partition technique using marginal cost sensitivity with a variety of load consumption.

$$\lambda_k = \frac{\partial(\sum C_i(P_i^G))}{\partial P_k^L} = \sum C_i'(P_i^G) \left(\frac{\partial P_i^G}{\partial P_k^L} \right)$$

본 연구에서는 손실이 없는 DC flow를 가정하므로 에너지 보존법칙에 의하여 다음이 성립한다.

$$\sum_i P_i^G = \sum_j P_j^L$$

위의 식으로부터 다음의 식이 유도된다.

$$\sum_i \frac{\Delta P_i^G}{\Delta P_k^L} = \sum_i \frac{\partial P_i^G}{\partial P_k^L} = 1$$

즉 임의의 부하가 변화할 때 각 발전기의 출력의 변화량의 합은 부하의 변화량과 같으며, 이로부터 모선의 한계비용이 각 발전기의 한계비용의 가중 평균이라는 것을 알 수 있다.

1. 서 론

송전제약이 있는 경우 부하 모선의 한계비용은 급격히 증가하며 취약한 계통의 경우 혼잡에 의해 증가한 한계비용은 전력사용자에게 미치는 영향이 매우 크다. 이러한 한계비용은 각 발전기의 발전비용과 송전 손실 및 송전제약에 의해 민감하게 영향을 받고 있으나 이러한 한계비용이 구체적으로 어떠한 구성으로 이루어져 있는지 잘 알려지지 않았다.

본 연구에서는 분석이 어려운 AC flow가 아닌 송전손실이 없는 경우를 가정한 DC flow를 이용하여 송전제약으로 발생한 network의 혼잡이 각 부하에 미치는 영향 및 성질에 대해서 연구하였다. 그 결과 부하 모선의 한계비용은 각 발전기들의 한계 비용을 가중 평균한 값이며 가중 평균 계수는 계통의 topology와 발전기의 발전비용계수에 의해 결정이 되었으며, 이를 이용하여 각 모선의 한계 비용을 부하의 일차식으로 표현하였다. 각 노드에서의 단기 한계 비용을 계산하는 nodal pricing은 계통 운영에 있어서 효과적인 price signal을 제공하여 주지만 전력계통 자체가 대규모 시스템이기 때문에 많은 계산량에 따른 시간과 복잡성이 요구된다. 이에 여러개의 비슷한 한계비용을 가진 노드들을 하나의 zone으로 형성하여 같은 zone내에 있는 한계비용들을 평균하여 하나의 zone을 노드처럼 축약하여 계산의 효율을 피하는 zonal pricing을 여러나라에서 사용하고 있다. 그러나 기존의 zonal pricing에서는 전체 network를 subnetwork인 zone으로 분할할 때 nodal price의 분포의 표준편차를 이용한 통계적 방법을 사용하였다.

본 논문에서는 기존의 통계적 방법이 아닌 계통자체의 특성을 고려하여 계통의 topology와 발전비용 계수의 함수로 되어 있는 부하에 대한 각 모선의 한계비용의 민감도를 이용한 zone의 분할기법을 제시하고자 한다.

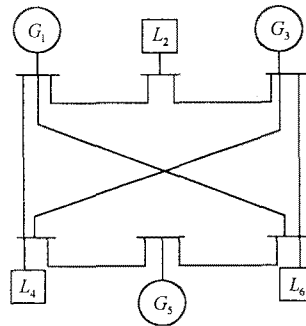
2. 본 론

2.1 한계비용의 정의

모선 k에서의 한계비용은 모선 k에서 부하의 변화량에 대한 각 발전기의 출력의 변화량으로 정의되며 다음과 같이 표현된다.

2.2 사례연구

부하에 대한 각 모선에서의 한계비용의 분석 및 민감도를 구하기 위해 다음과 같은 6모선 계통을 생각한다.



발전기 발전비용 함수는 다음과 같다.

$$C_1(P_1) = 0.1P_1^2 + P_1$$

$$C_2(P_2) = 0.12P_2^2 + 0.8P_2$$

$$C_3(P_3) = 0.14P_3^2 + 0.6P_3$$

여기서 P_i : 모선 i에서의 발전기 출력

선로 리액턴스는 $X_{34} = 3 pu$, $X_{16} = 2 pu$ 이고 나머지선로는 1 pu이다. 각 부하 모선에서 필요로 하는 전력은, $P_2 = P_4 = P_6 = 5 MW$ 이다.

문제의 간략화를 위해 선로제약은 모선 1과 2 사이의 선로 $T_{12} = 1.5 MW$ 이며, 다른 곳은 제약이 없다고 가정한다.

2.2.1 문제의 정식화

$$\text{Min } C_1(P_1) + C_3(P_3) + C_5(P_5)$$

$$\text{s.t. } P_2 = 5 = -2\theta_2 + \theta_3$$

$$P_4 = 5 = \frac{1}{3}\theta_3 - \frac{7}{3}\theta_4 + \theta_5$$

$$P_6 = 5 = \theta_3 + \theta_5 - \frac{5}{2}\theta_6$$

$$-\theta_2 = 1.5$$

여기서 각 발전기의 출력은 위상각의 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$P_1 = -\theta_2 - \theta_4 - 0.5\theta_6$$

$$P_3 = -\theta_2 + \frac{7}{3}\theta_3 - \frac{1}{3}\theta_4 - \theta_6$$

$$P_5 = -\theta_4 + 2\theta_5 - \theta_6$$

이제 주어진 최적화 문제를 풀기 위해 라그랑지 함수를 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L = & 0.1(-\theta_2 - \theta_4 - 0.5\theta_6)^2 + (-\theta_2 - \theta_4 - 0.5\theta_6) + \\ & 0.12(-\theta_2 + \frac{7}{3}\theta_3 - \frac{1}{3}\theta_4 - \theta_6)^2 + 0.8(-\theta_2 + \frac{7}{3}\theta_3 - \frac{1}{3}\theta_4 - \theta_6) + \\ & 0.14(-\theta_4 + 2\theta_5 - \theta_6)^2 + 0.6(-\theta_4 + 2\theta_5 - \theta_6) - \\ & \lambda_2(-2\theta_2 + \theta_3 - 5) - \lambda_4(\frac{1}{3}\theta_3 - \frac{7}{3}\theta_4 + \theta_5 - 5) - \\ & \lambda_6(\theta_3 + \theta_5 - 2.5\theta_6 - 5) - \mu(-\theta_2 - 1.5) \end{aligned}$$

위의 라그랑지 함수를 각 변수에 대해서 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 0.44 & -0.56 & 0.28 & 0 & 0.34 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -0.56 & 1.3067 & -0.1867 & 0 & -0.56 & -1 & -0.3333 & -1 & 0 \\ 0.28 & -0.1867 & 0.5067 & -0.56 & 0.46 & 0 & 2.3333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.56 & 1.12 & -0.56 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0.34 & -0.56 & 0.46 & -0.56 & 0.57 & 0 & 0 & 2.5 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3333 & -2.3333 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \lambda_2 \\ \lambda_4 \\ \lambda_6 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.8 \\ -1.8667 \\ 1.8667 \\ -1.2 \\ 1.9 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

위의 식은 $AX=B$ 의 형태이며, 행렬 A 는 다음과 같이 구성되어 있다.

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

$A_{11} = A_{11}^T$: 발전기의 계수와 리액턴스의 곱으로 구성

$A_{12} = -A_{21}^T$: 제약식을 표현

$$A_{22} = 0$$

주어진 식의 해는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \lambda_2 \\ \lambda_4 \\ \lambda_6 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 2 \\ -1.1386 \\ 1.6765 \\ -0.5294 \\ 3.0801 \\ 1.8940 \\ 2.1177 \\ -2.0813 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_1 &= 2.9033 \\ P_3 &= 7.0756 \\ P_5 &= 5.0210 \\ C(P_1) &= \lambda_1 = 1.5807 \\ C(P_3) &= \lambda_3 = 2.4981 \\ C(P_5) &= \lambda_5 = 2.0059 \end{aligned}$$

2.2.2 부하의 변화에 대한 영향 분석

(1) 부하의 변화에 대한 발전기의 출력의 민감도

부하의 변화가 각 발전기의 출력에 주는 영향을 고려하기 위해 P_4, P_6 를 고정시키고 부하 P_2 를 $P_2 + \Delta P_2$ 로 증가시킬 때 각 모선의 위상각, 부하모선의 한계비용 및 송전제약에 대한 승수 μ 의 변화량은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta\theta_4 \\ \Delta\theta_5 \\ \Delta\theta_6 \\ \Delta\lambda_2 \\ \Delta\lambda_4 \\ \Delta\lambda_6 \\ \Delta\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta P_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta\theta_2/\Delta P_2 \\ \Delta\theta_3/\Delta P_2 \\ \Delta\theta_4/\Delta P_2 \\ \Delta\theta_5/\Delta P_2 \\ \Delta\theta_6/\Delta P_2 \\ \Delta\lambda_2/\Delta P_2 \\ \Delta\lambda_4/\Delta P_2 \\ \Delta\lambda_6/\Delta P_2 \\ \Delta\mu/\Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

같은 방법으로 각 부하의 변화에 대한 변화량을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_2/\Delta P_2 & \Delta\theta_2/\Delta P_4 & \Delta\theta_2/\Delta P_6 \\ \Delta\theta_3/\Delta P_2 & \Delta\theta_3/\Delta P_4 & \Delta\theta_3/\Delta P_6 \\ \Delta\theta_4/\Delta P_2 & \Delta\theta_4/\Delta P_4 & \Delta\theta_4/\Delta P_6 \\ \Delta\theta_5/\Delta P_2 & \Delta\theta_5/\Delta P_4 & \Delta\theta_5/\Delta P_6 \\ \Delta\theta_6/\Delta P_2 & \Delta\theta_6/\Delta P_4 & \Delta\theta_6/\Delta P_6 \\ \Delta\lambda_2/\Delta P_2 & \Delta\lambda_2/\Delta P_4 & \Delta\lambda_2/\Delta P_6 \\ \Delta\lambda_4/\Delta P_2 & \Delta\lambda_4/\Delta P_4 & \Delta\lambda_4/\Delta P_6 \\ \Delta\lambda_6/\Delta P_2 & \Delta\lambda_6/\Delta P_4 & \Delta\lambda_6/\Delta P_6 \\ \Delta\mu/\Delta P_2 & \Delta\mu/\Delta P_4 & \Delta\mu/\Delta P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0.4484 & -0.4832 & -0.0433 \\ 0.7129 & -0.1275 & -0.1010 \\ 0.6851 & -0.0510 & -0.4404 \\ 0.6881 & 0.0187 & 0.1450 \\ 0.0187 & 0.0844 & 0.0720 \\ 0.1450 & 0.0720 & 0.0858 \\ -1.1747 & 0.1153 & -0.1281 \end{bmatrix}$$

발전기의 출력과 위상각 사이의 관계식을 이용하여 부하의 변화에 대한 발전기 출력의 변화량을 구한다.

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = -\frac{\Delta\theta_2}{\Delta P_2} - \frac{\Delta\theta_4}{\Delta P_2} - 0.5 \frac{\Delta\theta_6}{\Delta P_2}$$

$$\frac{\Delta P_3}{\Delta P_2} = -\frac{\Delta\theta_2}{\Delta P_2} + \frac{7}{3} \frac{\Delta\theta_3}{\Delta P_2} - \frac{1}{3} \frac{\Delta\theta_4}{\Delta P_2} - \frac{\Delta\theta_6}{\Delta P_2}$$

$$\frac{\Delta P_5}{\Delta P_2} = -\frac{\Delta\theta_4}{\Delta P_2} + 2 \frac{\Delta\theta_5}{\Delta P_2} - \frac{\Delta\theta_6}{\Delta P_2}$$

위의 식에 의해 각 부하의 변화에 대한 발전기의 출력의 변화량은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.7909 & 0.5087 & 0.2635 \\ 1.4987 & 0.2121 & 0.4548 \\ 0.2922 & 0.2792 & 0.2817 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_6 \end{bmatrix}$$

(2) 부하의 변화에 대한 발전기 모선의 한계비용의 민감도

각 발전기의 발전량은 부하의 함수로 표현할 수 있으며, 부하의 변화에 대한 발전기 출력의 민감도를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_1 = -0.7909P_2 + 0.5087P_4 + 0.2635P_6 + 2.9968$$

$$P_3 = 1.4987P_2 + 0.2121P_4 + 0.4548P_6 - 3.7524$$

$$P_5 = 0.2922P_2 + 0.2792P_4 + 0.2817P_6 + 0.7555$$

이 식을 이용하여 각 발전기 모선의 한계비용을 부하의

함수로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0.2P_1 + 1 = -0.1582P_2 + 0.1017P_4 + 0.0527P_6 + 1.5994 \\ \lambda_3 &= 0.24P_3 + 0.8 = 0.3597P_2 + 0.0509P_4 + 0.1092P_6 - 0.1006 \\ \lambda_5 &= 0.28P_5 + 0.6 = 0.0818P_2 + 0.0782P_4 + 0.0789P_6 + 0.8115 \end{aligned}$$

이제 부하에 대한 발전기 한계비용의 민감도를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_1}{\partial P_2} & \frac{\partial \lambda_1}{\partial P_4} & \frac{\partial \lambda_1}{\partial P_6} \\ \frac{\partial \lambda_3}{\partial P_2} & \frac{\partial \lambda_3}{\partial P_4} & \frac{\partial \lambda_3}{\partial P_6} \\ \frac{\partial \lambda_5}{\partial P_2} & \frac{\partial \lambda_5}{\partial P_4} & \frac{\partial \lambda_5}{\partial P_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1582 & 0.1017 & 0.0527 \\ 0.3597 & 0.0509 & 0.1092 \\ 0.0818 & 0.0782 & 0.0789 \end{bmatrix}$$

(3) 부하의 변화에 대한 부하모선의 한계비용의 민감도 각 부하모선의 한계비용을 부하의 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= 0.6881P_2 + 0.0187P_4 + 0.1450P_6 - 1.1789 \\ \lambda_4 &= 0.0187P_2 + 0.0844P_4 + 0.0720P_6 + 1.0185 \\ \lambda_6 &= 0.1450P_2 + 0.0720P_4 + 0.0858P_6 + 0.6037 \end{aligned}$$

부하의 변화에 대한 부하모선의 한계비용의 민감도는 다음과 같다

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_2}{\partial P_2} & \frac{\partial \lambda_2}{\partial P_4} & \frac{\partial \lambda_2}{\partial P_6} \\ \frac{\partial \lambda_4}{\partial P_2} & \frac{\partial \lambda_4}{\partial P_4} & \frac{\partial \lambda_4}{\partial P_6} \\ \frac{\partial \lambda_6}{\partial P_2} & \frac{\partial \lambda_6}{\partial P_4} & \frac{\partial \lambda_6}{\partial P_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6881 & 0.0187 & 0.1450 \\ 0.0187 & 0.0844 & 0.0720 \\ 0.1450 & 0.0720 & 0.0858 \end{bmatrix}$$

2.2.3. 한계비용의 민감도 분석 및 계통분할에의 적용

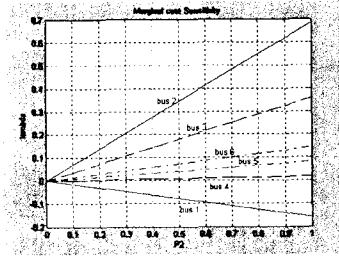
혼잡이 발생할 경우 제약 선로의 용량을 효율적으로 사용하기 위한 인센티브로서 price signal이 주어지며, 이를 위해서 subnetwork인 zone으로 분할을 한다.

분할시 몇 개의 zone으로 나눌것이며 zonal boundary를 어떻게 설정할 것인가가 관심사항이다. 효과적인 price signal을 위해서는 더욱 많은 수의 zone으로 분할을 해야할것이며, 계산 속도의 향상을 위해서는 하나의 zone에 더욱 많은 수의 node가 포함되어야 할 것이다.

기존의 zonal boundary 설정은 nodal price 분포의 표준편차를 이용한 통계적 방법에 의해서였다. 그러나 통계적 방법은 network의 특성에 대한 해석이 부족하다.

본 연구에서는 각 모선의 한계비용을 부하의 함수로 나타내었으며, 각 부하의 변화에 의한 한계비용의 민감도를 구하였다. 이러한 부하에 대한 각 모선의 한계비용의 민감도는 어떤 부하모선에 대한 전기적 거리와 발전비용 함수에 의해 결정이 된다. 따라서 같은 zone내에는 전기적 상관관계가 큰 것, 즉 어떤 한 부하의 변화에 대한 한계비용의 민감도가 큰 모선이 같은 zone으로 구성이 된다.

다음 그림은 혼잡이 일어난 부하모선 2에서 부하의 변화에 대한 각 모선의 한계비용의 민감도를 나타낸 것이다.



그림에서 부하 P_2 가 증가할 때, 모선 1의 한계비용은 오히려 감소하며, 또한 모선 4의 한계비용은 P_2 의 증가에 대해서 거의 영향을 받지 않는다. 따라서 모선 2는 모선 1과 4에 대해서 다른 zone으로 분할이 된다. 같은 zone에 어떤 node가 포함될 것인가는 대상 모선에 대한 전기적 상관관계의 기준이 마련되어야 하며, 효과적인 price signal이 주어져 혼잡을 해결할 수 있도록 적절한 계 설정되어야 할 것이다.

3. 결 론

송전계약으로 인한 혼잡이 발생한 경우 DC flow를 통한 계통의 분석을 통해 모선의 한계비용이 부하의 함수로 표현되었으며, 이 함수를 이용하여 부하의 변화에 대한 한계비용의 민감도를 구하였다. 한계비용의 민감도는 계통의 topology와 발전기의 비용함수에 의해 결정되며 이러한 성질을 이용하여 혼잡이 일어난 계통에 효과적인 price signal을 주도록 subnetwork로의 분할의 기준을 제시하였다.

(참 고 문 헌)

- [1] Mette Bjrndal, Kurt Jornsten, "Zonal Pricing in a Deregulated Electricity Market", The Norwegian School of Economics and Business Administration discussion paper, 1999
- [2] M.E.Wadie, M.M.A.Salama, "New approach for power network clustering using a representative model", IEE Proc. Gener. Transm. Distrib. Vol. 144, No.3. May 1997.