2000년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2000.7.17-20

계통전력방정식을 고려한 경제급전 알고리즘

한현규, 김건중, 최장흠, 최익순, 엄재선, 이병일
충남대학교

Economic Load Dispatch Algorithm Including Power Mismatch Equation

H.G.Han, K.J.Kim, J.H.Choi, I.S.Choi, J.S.Eum ,B.Rhee
Chungnam National Univ.

Abstract - Almost traditional ELD(Economic Load Dispatch) is hard to apply to power system directly and also OPF(Optimal Power Flow) is not easy to solve the problem. This paper deals with the practical application of ELD with considering power equation.

1. 서 론

전력에 대한 생산, 수송, 판매를 1개 전력회사가 일관하던 전력시장의 지역독점체제가 최근의 구조개편에 따라 생산, 수송, 판매가 분리되고 다수의 사업자가 등장하게 될 것이다. 이에 따라 전력시장에는 자유경쟁이 도입되게 되었으며 발전부문의 효율 개선에 의존하던 과거와 달리 경영 효율개선의 시대로 접어들게 되었다. 그래서 경영효율개선을 위한 발전력배분이 새로이 대두되고 있다.

이러한 발전력배분을 위해 사용되는 가장 기본적인 기법은 경제급전이다. 경제급전은 발전연료비를 최소화하면서 발전전력과 부하전력의 값이 일치하도록 발전기 배분을 하는 문제이므로 경제급전은 계통의 물리적 상태를 전혀 반영하지 못한다[5]. B계수법을 이용하더라도 B계수를 구하기가 어렵고 선형화하여 구한 것이기 때문에 오차가 커지므로 실제 적용할 때는 보정이 필요하다. 이 때문에 발전력 배분을 위하여 계통의 상태를 거의 모두 반영하고 있는 최적조류계산이 계통 운용의 기본적인 수단으로 새로이 대두되고 있지만 최적조류계산은 수많은 부등호 제약조건과 등호제약조건을 가진 비선형 최적화 문제이기 때문에 수렴도 보장과 수렴 속도면에서 많은 문제를 내포하고 있다.

본 논문에서는 계통의 상태를 나타내는 전력방정식과 계통 발전력의 상하한치에 대한 제약조건을 고려하는 경제급전 알고리즘을 개발하였다. 비록 본 알고리즘이 모든 제약조건을 다 고려하지는 않았지만 계통의 상태를 나타내는 전력방정식을 고려함으로써 최적조류계산에 거의 근접하는 발전력 배분을 수행한다.

2. 본 론

2.1 계통방정식을 고려한 ELD 문제

일반적인 ELD 문제에 전력방정식을 고려하면, 아래 (1)과 같은 형태의 등호제약 조건을 만족하며, 목적함수를 최소화시키는 최적화문제가 얻어진다.

$$\begin{aligned} \min.\ \ & \mathrm{F}(\mathbf{P}_G, \mathbf{V}_G) = f(\mathbf{P}_G) + \frac{1}{2}\mathbf{V}_G{}^T W \mathbf{V}_G \\ s.t.\ \ & \mathbf{S}(\mathbf{V}) = \mathbf{0} \\ & \theta_{slack} = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

식(1)의 목적함수는 전력에 대한 연료비에 대한 최소값을 구하는 것이지만, 전압이 좁은 구간에서 변하도록 하기 위하여 패널티함수 $\mathbf{V}_G{}^T W \mathbf{V}_G/2$를 주었다. 이 결과 전압의 기준이 되는 발전단의 전압을 일정값 주위에 가두어 두면서 원래의 연료비 최소화문제를 해결할 수 있다. 패널티함수에서 W는 $\mathbf{V}_G$의 제약을 얼마나 크게 할 것인지에 대한 가중치를 나타낸다.

식(1)의 제약조건으로 전력의 합이 아닌 계통방정식을 사용하는 방법으로 계통의 상태를 고려하면, 조류계산의 결과를 보장하는 해를 구하는 방정식이 된다. 그리고, 마지막 제약조건은 전압의 각이 상대적인 크기이기 때문에 기준이 필요하여 슬랙모선의 전압각을 0으로 고정시키기 위하여 만든 것이다.

식(1)의 해는 조류방정식을 만족하며, 목적함수를 최소로 하는 값이 될 뿐만 아니라, 조류방정식을 만족하는 $\mathbf{V}_G$를 얻을 수 있기 때문에 발전단 전압도 동시에 구해지는 이점이 있다.

2.2 비선형 연립방정식으로 변환

식(1)에 라그랑쥐 쌍대함수를 정의하면, 아래의 식(2)가 된다.

$$\begin{aligned} & \mathrm{L}\left(\mathbf{P}_G, \mathbf{Q}_G, \mathbf{V}, \boldsymbol{\lambda}, \lambda_{slack}\right) \\ & = \mathrm{F}(\mathbf{P}_G, \mathbf{V}_G) + \mathbf{S}(\mathbf{V})\boldsymbol{\lambda} + \theta_{slack}\lambda_{slack} \end{aligned} \qquad (2)$$

식(2)로부터 식(1)을 만족하는 최적조건을 구하면, 아래와 같다.

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \mathbf{V}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} F(\mathbf{P}_G, \mathbf{V}_G) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} \mathbf{S}(\mathbf{V})\boldsymbol{\lambda} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} \theta_{slack}\lambda_{slack} \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \mathbf{P}_G} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{P}_G} \mathrm{F}(\mathbf{P}_G, \mathbf{V}_G) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{P}_G} \mathbf{S}(\mathbf{V})\boldsymbol{\lambda} \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \mathbf{Q}_G} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{Q}_G} \mathbf{S}(\mathbf{V})\boldsymbol{\lambda} \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{S}(\mathbf{V}) \qquad (6)$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda_{slack}} = \theta_{slack} \qquad (7)$$

식(3),(4),(5)는 원식에서의 변수 $\mathbf{P}_G, \mathbf{Q}_G, \mathbf{V}$ 가 주어졌을 때, 목적함수의 그래디언트가 제약조건으로 이루어진 함수의 그래디언트와 같음을 나타내며, 제약조건을 만족하는 경우 기하학적으로 접하는 것을 의미한다. 식(6)과 식(7)은 원래의 문제의 제약조건이다. 위의 (3)-(7)

식은 제약조건하에서 극점을 찾는 방정식이 된다.

$$\mathbf{X} = \left[\bigstar \ \mathrm{M}\,\mathbf{P}_G \ \ \mathrm{M}\,\mathbf{Q}_G \ \ \mathrm{M}\,\boldsymbol{\lambda}_{re} \ \ \mathrm{M}\,\boldsymbol{\lambda}_{im} \ \ \mathrm{M}\,\boldsymbol{\lambda}_{slack}\right]^T$$

$$\mathbf{X}_{vpq} = \left[\bigstar \ \mathrm{M}\,\mathbf{P}_G \ \ \mathrm{M}\,\mathbf{Q}_G\right]^T \tag{8}$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{X}_{vpq}}\right)^T \\ \mathbf{S}(\bigstar) \\ \theta_{slack} \\ \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{9}$$

이 문제는 변수의 벡터를 식(8)과 같이 정하면, 식(9)의 비선형 연립방정식이 된다. 본 논문에서는 문제의 해를 흔히 사용하는 뉴턴-랍슨법을 사용하여 구했다.

2.3 뉴턴-랍슨법의 적용

뉴턴-랍슨법을 사용하기 위하여 비선형 연립방정식의 자코비안을 구하면, 아래의 식(10)과 같이 주어진다.

$$J = \begin{bmatrix} [H] & \mathrm{M} \dfrac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{X}_{vpq}} & \mathrm{M} \dfrac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{X}_{vpq}} & \mathrm{M}\ [Slack]^T \\ \mathrm{L} & \mathrm{L} & \mathrm{L} & \mathrm{L} \\ \dfrac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{X}_{vpq}} & \mathrm{M}\ \mathbf{0} & \mathrm{M}\ \mathbf{0} & \mathrm{M}\ \mathbf{0} \\ \mathrm{L} & \mathrm{L} & \mathrm{L} & \mathrm{L} \\ \dfrac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{X}_{vpq}} & \mathrm{M}\ \mathbf{0} & \mathrm{M}\ \mathbf{0} & \mathrm{M}\ \mathbf{0} \\ \mathrm{L} & \mathrm{L} & \mathrm{L} & \mathrm{L} \\ [Slack] & \mathrm{M}\ \mathbf{0} & \mathrm{M}\ \mathbf{0} & \mathrm{M}\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{10}$$

위의 식(10)에서 〔H〕를 다시 쓰면,

$$[H] = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{vpq}}\left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{X}_{vpq}}\right)^T$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{vpq}}\left(\frac{\partial F(\mathbf{P}_G, \mathbf{V}_G)}{\partial \mathbf{X}_{vpq}}\right)^T + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{vpq}}\left\{\left(\frac{\partial \bigstar}{\partial \mathbf{X}_{vpq}}\right)^T \bigstar\right\}$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial \bigstar}\left(\dfrac{\partial F(\mathbf{P}_G, \mathbf{V}_G)}{\partial \bigstar}\right)^T + \dfrac{\partial}{\partial \bigstar}\left\{\left(\dfrac{\partial \bigstar}{\partial \bigstar}\right)^T \bigstar\right\} & \mathrm{M}\ 0 & \mathrm{M}\ 0 \\ \mathrm{L} & \mathrm{L} & \mathrm{L} \\ \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{P}_G}\left(\dfrac{\partial F(\mathbf{P}_G, \mathbf{V}_G)}{\partial \bigstar}\right)^T + \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{P}_G}\left\{\left(\dfrac{\partial \bigstar}{\partial \bigstar}\right)^T \bigstar\right\} & \mathrm{M}\ 2[C] & \mathrm{M}\ 0 \\ \mathrm{L} & \mathrm{L} & \mathrm{L} \\ \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{Q}_G}\left(\dfrac{\partial F(\mathbf{P}_G, \mathbf{V}_G)}{\partial \bigstar}\right)^T + \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{Q}_G}\left\{\left(\dfrac{\partial \bigstar}{\partial \bigstar}\right)^T \bigstar\right\} & \mathrm{M}\ 0 & \mathrm{M}\ 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

〔C〕는 연료비의 2차항

와 같이 된다.

결과적으로 (8),(9),(10)으로부터 수식(12)를 얻을 수 있고, 반복 수행하여 해를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}) = J \cdot \Delta \mathbf{X} \tag{12}$$

2.4 사례연구

IEEE 57-BUS 샘플계통에 대해 본 알고리즘을 적용하여 사례연구를 수행하였다. 전압의 초기값은 단위 법으로 표시했을 때 전압의 크기 1, 라디안으로 표기한 각의 크기 0으로 입력하였다. 아래의 그림1은 발전기의 연료비의 1차항과 2차항을 표시한 것이다. 가중치 W는 대각행렬에 9를 넣은 값을 사용하였다.

표 1 발전기의 연료비데이터

BusNum	F(b)(1차항)	F(c)(2차항)
1001	2	2
1002	5	3
1003	6	2
1006	7	1
1008	4	2
1009	5	3
1012	1	3

표 2 발전기 전력 초기값

BusNum	Pg
1001	4.78
1002	0.00
1003	0.40
1006	0.00
1008	4.50
1009	0.00
1012	3.10

표1의 데이터를 적용하면, Pg가 양의 영역에 있을 때, 단조 증가하는 부분의 함수를 취하게 되기 때문에 연료비 함수와 같은 특성을 갖는다.

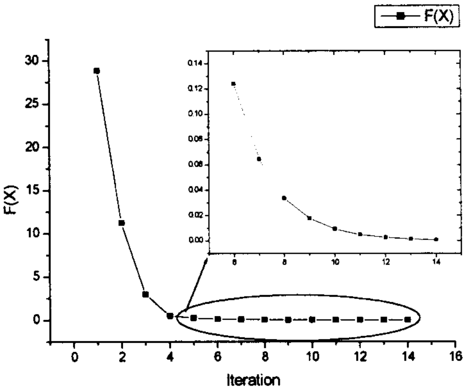
표 3 초기값 $\lambda_{real}=5$, $\lambda_{image}=0.5$일 때, 발전력 배분상태

BusNum	Pg	Qg
1001	2.4758	0.4294
1002	1.1257	0.6323
1003	1.4733	0.3043
1006	2.3929	0.0002
1008	2.0478	0.2740
1009	1.2473	0.4746
1012	1.9841	0.5659

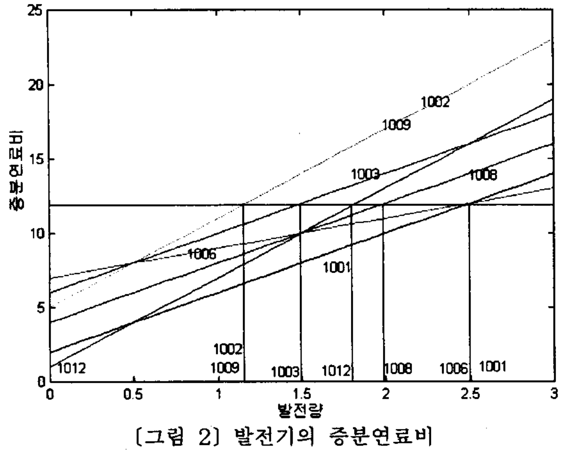
표 4 초기값 $\lambda_{real}=5$, $\lambda_{image}=0.5$일 때, 전압상태와 라그랑쥐 승수 값의 일부

BusNum	Type	Mag	Angle	Lambda Real	Lambda Image
1001	3	1.0976	0.0000	11.9031	0.0000
1002	2	1.1009	0.0174	11.7539	0.0000
1003	2	1.0947	-0.0095	11.8934	0.0000
1004	1	1.0930	-0.0119	11.9306	0.0035
1005	1	1.0929	-0.0004	11.8853	-0.0068
1006	2	1.0975	0.0116	11.7859	0.0000
1007	1	1.0793	-0.0525	12.1196	-0.0531
1008	2	1.0818	-0.0583	12.1910	0.0000
1009	2	1.0701	-0.1060	12.4840	0.0000
1010	1	1.0512	-0.1567	12.8371	-0.0437
1011	1	1.0553	-0.1220	12.6625	-0.0948
1012	2	1.0564	-0.1637	12.9046	0.0000
1013	1	1.0510	-0.1225	12.6882	-0.1050

표3은 본 알고리즘으로 발전력이 배분된 상태이며, 발전력배분에 따른 모선별 전압과 라그랑쥐 승수 값을 나타낸다. 표4에서는 패널티함수를 사용하여 V_G의 값이 1 근처에 있고, 1보다 약간 큰 값을 가진다. 가중치 값을 적게 주면, V_G의 값이 커져서 발전전압이 최대값을 넘을 수 있으므로 최대값을 넘지 않는 범위에서 변할 수 있도록 가중치 값을 결정하였다.



〔그림 1〕 전체 에러의 수렴특성



〔그림 2〕 발전기의 증분연료비

그림 1에서 보는 것과 같이 본 알고리즘이 수렴특성이 매우 우수함을 알 수 있고, 표2의 초기값이 수렴후의 결과 표3과 상당한 차이가 있음에도 수렴결과는 그림 2와 같이 증분연료비가 거의 같은 발전전력에서 주어지는 것으로 보아 경제적인 발전출력을 내고 있음을 볼 수 있다. 그리고, 전력 수급조건과 전압을 고정시키기 위한 패널티함수에 의하여 약간의 차이가 있음을 볼 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 기존의 경제급전 문제에서 접근하고 있는 계통의 특성을 고려하지 않거나 부정확한 모델링을 통한 계통 손실을 묘사하는 B 행렬 등을 이용하지 않고 계통의 상태를 보다 정확히 묘사하고 있는 전력 방정식을 이용하여 경제 급전 문제를 구성하였고, 이 문제를 최적화 문제로 일반화하였다. 일반화된 문제는 등호제약조건을 가지는 최적화 문제로 변환되었고 이에 대한 최적화조건을 만족하는 최적 해는 전형적인 Newton Rapshon method를 이용하여 구하였다.

본 논문에서 제시하는 접근 방법은 기존 경제급전 문제가 가지고 있는 부정확한 모델링에 의한 오차의 범위를 줄였을 뿐만 아니라, 기존의 경제급전 문제에서는 구할 수 없고 경험에 의해 지정해 주었던 각 모선 전압을 부수적으로 계산해 냄으로써 한 번의 계산 수행으로 계통에 바로 적용할 수 있는 해를 구할 수 있음을 보였다.

비록 본 논문에서 계통의 특성을 반영하는 전력방정식을 이용하여 경제급전 문제를 해결하였으나, 계통의 모든 특성, 특히 각종 제약조건을 고려하지 않았기 때문에 완전한 해를 구할 수 없다는 문제를 안고 있다. 이는 결국 각종 제약조건을 고려한 최적조류계산을 필요로 하고 있고, 이는 앞으로도 계속 연구해야 할 과제로 남아 있다.

〔참 고 문 헌〕

〔1〕 최장흠, 김건중, 이병일, 한현규, 최익순, 전동훈, "라그란지안 승수의 변화를 통한 OPF해석 알고리즘의 개선", 대한전기학회 전력계통연구회 2000년도 제35회 춘계학술대회 논문집, pp. 28-30, 2000
〔2〕 Mokhtar. S. Bazaraa, "Nonlinear Programming", John Wiley & Sonss, Inc., 1979
〔3〕 최장흠, 김건중, 전동훈, 임종호, 이병일, 한현규, "부등호제약조건의 등호제약조건화를 통한 OPF 해석 알고리즘", 대한전기학회 추계학술대회 논문집, A권, pp. 197-199, 1999
〔4〕 M.E.EL-HAWARY, "Optimal Economic Operation of Electric Power Systme", ACADEMIC PRESS, INC. 1979
〔5〕 Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, "Power Generation, Operation, And Control", John Wiley & Sonss, Inc., 1996
〔6〕 Giorgio Tognola, Rainer Bacher, "Unlimited Point Algorithm For OPF Problems", IEEE Transaction on Power System, Vol 14, No. 3, Aug. 1999, pp 1046-1054
〔7〕 Hadi Saadat, "Power System Analysis", WCB/McGraw-Hill, 1999