

The Effect of Interference Current on the I-V Characteristic Curve of Josephson Junction in Stewart-McCumber Model

Stewart-McCumber Model에서 간섭전류에 의한 조셉슨접합의 I-V 특성 변화

Hyun-Kwon Hong, *Kyu-Tae Kim, Kie-Young Lee

홍현권, *김규태, 이기영

Department of electronic engineering, University of chungbuk, chungbuk chongju
360-760, Korea

*Korea Research Institute of Standards and Science

충북 청주시 흥덕구 개신동 산48번지 충북대학교 전자공학과

*한국표준과학연구원

To investigate the effect of interference current between pairs and quasi-particles, we have calculated the change I-V characteristic curve of resistively and capacitively shunted Josephson junction with external microwave by simulation of modified Stewart-McCumber model. Such rf-induced constant-voltage steps and the immunity against to noise were found to be changed in the presence of interference current.

I. 서론(Introduction)

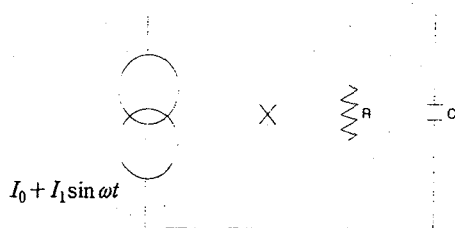
우리는 쿠퍼쌍과 준입자들의 간섭전류를 알아보기 위하여 수정된 Stewart-McCumber모델[1]을 사용하여 I-V 특성곡선의 변화, 그리고 외부에 인가된 dc 바이어스 신호에 잡음(white noise)이 있을 때 I-V 특성곡선의 변화를 시뮬레이션으로 조사하기로 한다.

임계전류가 I_c 인 이상적인 조셉슨소자의 전기적 등가회로는 [그림1]에 나타내었다[2][3]. [그림1]에서 접합의 전압 V 와 위상 ϕ 는 다음과 같은 미분방정식을 나타낸다.

$$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} + I_c \sin \phi = I_0 + I_1 \sin \omega t \quad (1)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V \quad (2)$$

여기서, I_1 는 외부 마이크로파 전류의 진폭, I_0 는 외부 dc전류 바이어스를 나타낸다.



[그림1] 조셉슨소자의 등가모델

시뮬레이션에 편리한 관계식을 얻기 위해서 식 (1)과 (2)를 $\tau = t(2eI_c R / \hbar)$ 로 규격화시키고 병합하면 식(3)과 같은 관계식을 얻는다.

$$\beta \ddot{\phi} + \dot{\phi} + \sin \phi = i_0 + i_1 \sin \Omega \tau \quad (3)$$

여기서, $\beta = 2eI_c R^2 C / \hbar$, $\Omega = \omega(\hbar / 2eI_c R)$, $i_0 = I_0 / I_c$, $i_1 = I_1 / I_c$ 이다. 그리고, 쿠퍼쌍과 준입자들의 간섭전류에 관한 항을 추가한 수정된 Stewart-McCumber 모델은 식(4)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, γ 는 depairing rate, $i_p = \epsilon_0 / I_c R$ 이다(ϵ_0 는 장벽투과율과 관계된 특성에너지)[1].

$$\beta \ddot{\phi} + \dot{\phi} + i_p (1 + \cos \phi) \tan^{-1} (\dot{\phi} / \gamma) + \sin \phi = i_0 + i_1 \sin \Omega \tau \quad (4)$$

2. 본 론

1. 간섭전류에 의한 I-V 특성곡선의 변화

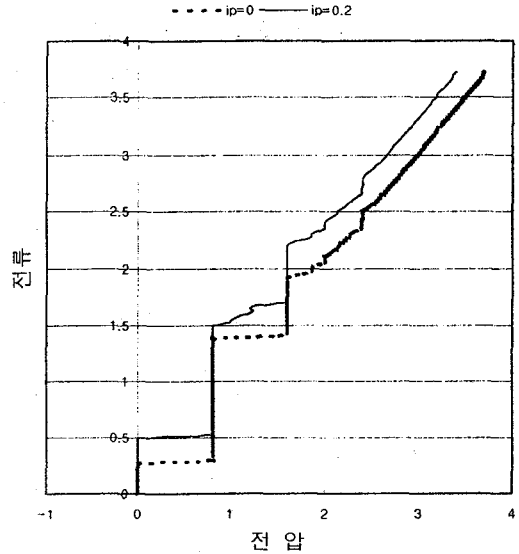
앞에서 구한 식(3)과 식(4)를 이용하여 시뮬레이션을 함으로써 얻어진 특성곡선의 변화를 조사하였다.

[표1] [그림2]에서 간섭전류 $i_p=0$, $i_p=0.2$, $\gamma=0.1$ 일 때 스텝진폭

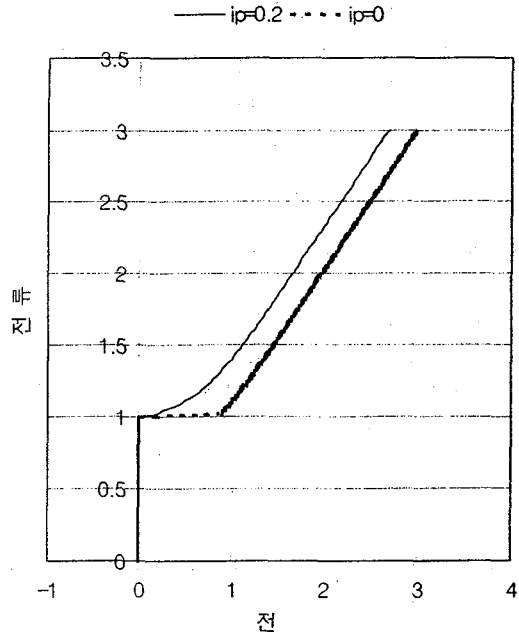
$\beta=2, \Omega=0.8, i_1=2.5$			
스텝 번호	$2 J_n(\langle i \rangle) $	스텝 진폭	
		$i_p=0$	$i_p=0.2, \gamma=0.1$
0	0.846	0.544	0.986
1	1.15	1.066	0.958
2	0.542	0.493	0.476
3	0.159	0.136	0.142
4	0.034	0.023	0.028

우선, dc 바이어스의 잡음 전류, $i_N=0$ 일 때 간섭전류로 인한 특성곡선의 변화를 조사한 결과들은 [그림2], [그림3] 그리고 [표1]에 나타내었다. 여기서 사용된 변수값들은 각각 $\beta=2$, $\Omega=0.8$ 그리고 $i_1=2.5$ 이며 $i_p=0$, $i_p=0.2$ ($\gamma=0.1$) 일 때 특성

곡선을 나타낸다. [그림 2]는 RF 전류가 조셉슨 소자의 등가모델에 흐르지 않을 때 간섭전류의 영향을 나타낸다.



[그림2] RF전류가 흐를 때 간섭전류 $i_p=0$, $i_p=0.2$, $\gamma=0.1$ 일 때 나타나는 현상



[그림3] RF전류가 없을 때 간섭전류 $i_p=0$, $i_p=0.2$, $\gamma=0.1$ 일 때 나타나는 현상

[표1]에서 간섭전류가 없을 때($i_p=0$) 첫 번째 스텝이 $2|J_n(\langle i \rangle)|$ ($\langle i \rangle = i_1 \Omega^{-1} (1 + \Omega^2 \beta^2)^{-0.5}$)와 비교해볼 때 큰 차이가 나타난다는 것을 알 수 있다($J_n(\langle i \rangle)$ 은 Bessel함수).

아마도, 이것은 RF 전류 $i_1=2.5$, $\Omega \approx 1/\sqrt{\beta}$ 인 조건에서는 조셉슨 소자가 $L_J = h/2eI_c$ 를 RLC등가회로($\omega L = 1/\omega C$) 모델의 플라즈마 주파수와 거의 일치하여 혼돈영역에 근접하기 때문에 일어나는 현상이라고 볼 수 있다.

그리고, 스텝이 증가할수록 $2|J_n(\langle i \rangle)|$ 와 스텝 진폭의 차이가 감소하는 것을 알 수 있다. 또한, 간섭전류가 존재할 경우에 첫 번째 스텝에서 최대값을 나타내고 있으며 $n=0$ 과 $n=1$ 의 진폭이 거의 일치함을 알 수 있다[4].

RF전류가 흐르지 않는 경우를 나타내고 있는 [그림3]에서 간섭전류로 인해 접합의 갭(gap)전압이 감소함을 알 수 있다.

[표2] $\Omega=0.7$, $\beta=5.2$, $i_1=25$, $\gamma=0.1$ 일 때 스텝진폭

스 텝 번 호	$2 J_n(\langle i \rangle) $	스텝 진폭				
		$i_p=0$	$i_p=0.2$	$i_p=0.6$	$i_p=0.8$	$i_p=1$
0	0.374	0.332	0.332	0.274	0.222	0.234
1	0.339	0.284	0.291	0.344	0.351	0.414
2	0.447	0.379	0.368	0.356	0.334	0.297
3	0.15	0.118	0.16	0.184	0.212	0.255
4	0.542	0.485	0.457	0.475	0.49	0.469
5	0.308	0.273	0.267	0.207	0.167	0.145
6	0.216	0.178	0.16	0.249	0.278	0.324
7	0.582	0.503	0.469	0.508	0.562	0.579
8	0.645	0.533	0.582	0.541	0.441	0.511
9	0.509	0.414	0.427	0.415	0.445	0.4
10	0.324	0.284	0.285	0.363	0.406	0.462
11	0.175	0.12	0.155	0.19	0.239	0.269
12	0.083	0.054	0.06	0.071	0.094	0.103

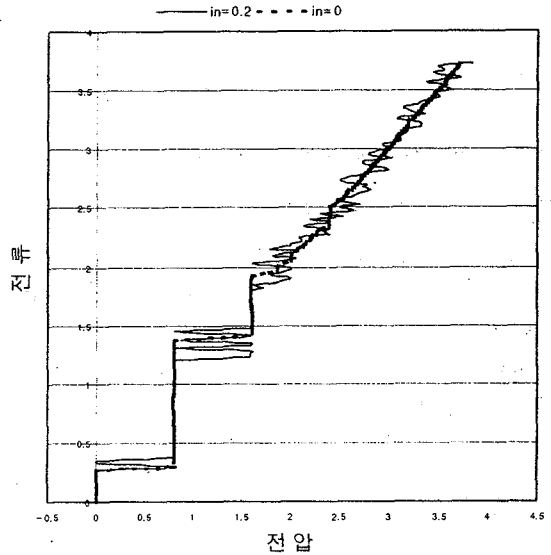
그리고, [표2]는 RF전류, $i_1 (i_1 \gg 1)$ 이 조셉슨 소자의 등가모델에 인가하여 간섭전류가 증가될 경우에 진폭의 변화를 나타낸 것이다. [표1]에서 나타나지 않은 [표2]의 실험 결과로는 $i_p=0.6, 0.8$,

1.0일 때 스텝진폭이 $2|J_n(\langle i \rangle)|$ 을 초과하는 스텝이 나타난다는 것을 알 수 있다. 즉, $n=1, 3, 6, 10, 11, 12$ 에서 나타나고 있다.

2. 외부 바이어스 잡음에 의한 I-V 특성곡선의 변화

다음으로 식(4)의 i_0 에 dc 바이어스 잡음전류, i_N 이 혼합되어 [그림1] 회로에 인가되어 흐를 경우에 스텝진폭에 변화를 조사한다.

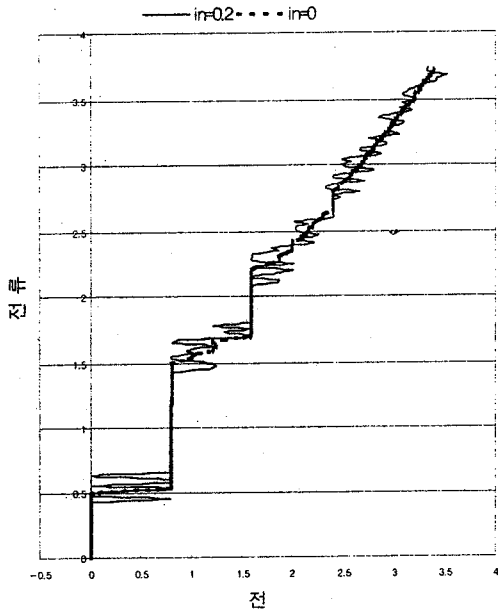
[그림4]은 간섭전류가 없을 때 외부 dc바이어스 잡음의 영향을 나타내고, [그림5]는 간섭전류가 있을 때 dc바이어스 잡음의 영향을 나타낸 것이다. 그리고, [표3]는 [그림4]와 [그림5]에서 일어나는 스텝진폭의 변화를 나타내고 있다.



[그림4] 간섭전류가 $i_p=0$, dc 바이어스 잡음 영향($i_N=0$, $i_N=0.2$)

[표3] [그림4], [그림5]의 스텝진폭

n	$2 J_n(\langle i \rangle) $	스텝 진폭			
		$i_p=0$	$i_N=0.2$	$i_p=0.2$	$i_N=0.2$
0	0.846	0.544	0.544	0.986	0.42
1	1.15	1.066	0.794	0.958	0.765
2	0.542	0.493	0.312	0.476	0.249
3	0.159	0.136	.	0.142	0.113
4	0.034	0.023	.	0.028	.



[그림5] 간섭전류 $i_N=0.2$, dc 바이어스 잡음 영향($i_N=0$, $i_N=0.2$)

외부 바이어스에 화이트 잡음(white noise), i_N 이 있을 경우에 [표3]로부터 알 수 있듯이 i_N 과 i_0 에서 발생하는 위상차이로 인해 스텝진폭이 감소함을 알 수 있다. 그리고, dc바이어스 잡음으로 스텝에서 다음 스텝으로 옮겨갈 때 무질서한 진동으로 작은 진폭을 갖고 있는 스텝이 소멸하는 것을 알 수 있다.

3. 결론

위에서 시뮬레이션을 함으로써 실험을 통해서 얻을 수 있는 현상을 고찰했다. 즉, 간섭전류에 의해서 스텝진폭의 변화가 일어나고, 적절한 식 (3)의 대입한 변수값에 대해서 $n=0$, $n=1$ 곳에서 최대진폭을 얻을 수 있으며 두 개의 스텝진폭이 거의 일치한다는 것을 알았다. 그리고, RF전류, i_1 이 1보다 훨씬 큰 부분에서 간섭전류를 증가시킬 때 어떤 스텝이 베셀함수 $2|J_n(\langle i \rangle)|$ 을 초과하는 곳이 존재할 수 있다는 것을 알 수 있었다.

그리고, dc 바이어스 잡음의 영향으로 스텝과 다른 스텝들 사이에서 무질서한 진동때문에 스텝진폭이 줄어드는 현상과 진폭이 작은 스텝이 소

멸하는 것을 알 수 있었다. 이러한 노이즈의 효과는 준입자-쿠퍼쌍 간섭전류가 존재할 때 더 커지는 것으로 나타났다.

참고문헌

- [1] A.F.Volkov, Phys.Rev.Lett., 74, 4730(1995).
- [2] W.C.Stewart, Appl.Phys.Lett., 12, 277(1968).
- [3] R.L.Kautz, J.Appl.phys., 52, 3528(1981).
- [4] H.Schulze, R.Behr, F.Muller, and J.Niemeyer, Appl.Phys.Lett., 73, 996(1998).