1999년도 한국음향학회 학술발표대회 논문집 제18권 제1(s)호

직선집속 PVDF 초음파트랜스듀서의 제작과 응용

Ⅱ. 누설탄성표면파 측정에의 응용

윤 혁 준*, 하 강 열**, 김 무 준**
(* 부경대학교 대학원 음향진동공학과, ** 부경대학교 물리학과)

Fabrication of PVDF Line Focus Ultrasonic Transducer and its Application

Ⅱ. Application to LSAW Measurement

Hyuck-joon Yoon*, Kang-lyeol Ha**, Moo-joon Kim**
(* Dept. of Acous. & Vib. Eng. in P.K.N.U., **Dept. of Phys. in P.K.N.U.)

요약

제작되어진 LFB PVDF 초음파트랜스듀서를 이용하여 누설탄성표면파(Leaky Surface Acoustic Wave : LSAW)측정을 하였다. 시료로서는 SiO_2, Al, Cu등을 사용하였고, 측정방법으로써는 초점면에 위치한 시료를 트랜스듀서 쪽으로 접근시켰을 때 LSAW가 트랜스듀서의 중심축을 통과한 후 시료표면에서 반사되어오는 종파와 분리되어지는 현상을 이용하였다. 실험결과는 Campbell and Jones[1]의 이론에 의한 해석결과와 비교분석하였는데 매우 잘 일치됨을 알 수 있었다.

1. 서론

임의의 고체시료와 물이 경계를 이루고 있을 때 그 시료면을 따라서 LSAW의 전파가 가능하게 된다. 이 LSAW 측정의 한 방법으로써 초음파현미경(Scanning Acoustic Microscope : SAM)이 이용되어지고 있다. 반사형 초음파현미경에 있어서, 음향렌즈와 고체 시료사이의 거리(z)를 변화시키면 트랜스듀서의 출력은 시료에 따라 특유한 곡선 형상을 나타내는데, 이것을 V(z)곡선이라고 부른다. 1979년 Weglein은, V(z)곡선에 나타나는 주기적 극소의 간격(Δz)이 액체/고체 경계면을 전파하는 LSAW의 위상속도에 관계되는 것을 지적했다[2]. 이어서, Parmon이나 Atalar등은 간섭현상에 의한 모델을 설정하여 주기적 극소의 간격과 LSAW의 위상속도와의 관계를 이론적으로 정식화했다.[3,4]

V(z)곡선에 의한 LSAW의 속도측정은 고체, 특히 전자재료의 탄성적 성질을 평가하는데 매우 유용하게 사용되어지고 있는데, 이러한 응용에 있어서는 주로 직선집속빔(Line-Focus Beam : LFB) 초음파트랜스듀서를 이용한다[5]. LFB 초음파트랜스듀서는 LSAW를 한쪽 방향으로만 여진시키기 때문에 재료의 탄성적 이방성(Anisotropy)이 포함된 LSAW의 속도를 정량적으로 나타낼 수가 있다.

이러한 V(z)곡선은 시료의 표면을 따라 전파한 파와 음향렌즈의 중심을 통과한 후 시료면에서 직접 반사한 종파의 2개의 파성분의 간섭에 의해 형성되는 것이다. 따라서 두개의 파가 중첩되어져야 하며, 그 해석에는 다소 시간이 소요되는 결점이 있다. 본 논문에서 PVDF LFB트랜스듀서가 만드는 짧은 파를 이용하여 그 두 파성분을 시간적으로 분리함으로써 표면파 전파의 모습을 가시적으로 관찰하면서 그 속도를 측정하였다.

2. LSAW 전파 이론

그림 1과 같이 결정과 물이 경계를 이루고 있을 때 탄성표면파의 이론적인 계산은 결정에서의 응력과 입자속도, 물에서의 응력과 입자속도를 유도하여 경계에서 응력과 입자속도가 연속이 되는 조건을 만족시킴으로써 구할 수가 있다.

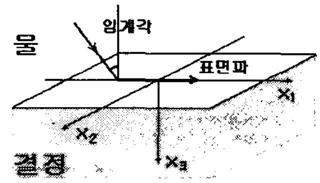

그림 1. 물과 결정의 경계면

이방성결정에 대해 회전시킬 때 방향에 따라 탄성계수들의 값이 바뀌게 되어 결정의 좌표축을 변환해야 하므로 텐서 변환에 의해 식 (1)처럼 c'_{ijkl}로 정의 된다.

$$c'_{ijkl} = T_{im} T_{jn} T_{ko} T_{lp} c_{mnop} \tag{1}$$

이렇게 변환된 c'역시 6×6의 대칭행렬로 나타내어지고, c'을 이용한 응력과 변형(strain)의 관계식은 식 (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$T = c' : S \tag{2}$$

여기서 입자변위를 식 (3)와 같이 가정하고 응력에 대한 운동방정식 식 (4)을 도입하여 식 (2)를 각각의 입자 변위에 대해 전개하면 식 (5), (6), (7)과 같이 구해진다.

$$U_i = u_i \exp[jk(x_1 + \alpha x_3 - ct)] \tag{3}$$

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} -\rho w^2 u_1 = &- k^2[c'_{11} + c'_{55}\alpha^2 + 2c'_{15}\alpha]u_1 \\ &- k^2[c'_{16} + c'_{45}\alpha^2 + (c'_{14} + c'_{56})\alpha]u_2 \\ &- k^2[c'_{15} + c'_{35}\alpha^2 + (c'_{13} + c'_{55})\alpha]u_3 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} -\rho w^2 u_2 = &- k^2[c'_{16} + c'_{45}\alpha^2 + (c'_{14} + c'_{56})\alpha]u_1 \\ &- k^2[c'_{66} + c'_{44}\alpha^2 + 2c'_{46}\alpha]u_2 \\ &- k^2[c'_{56} + c'_{34}\alpha^2 + (c'_{36} + c'_{45})\alpha]u_3 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} -\rho w^2 u_3 = &- k^2[c'_{15} + c'_{35}\alpha^2 + (c'_{13} + c'_{55})\alpha]u_1 \\ &- k^2[c'_{56} + c'_{34}\alpha^2 + (c'_{36} + c'_{45})\alpha]u_2 \\ &- k^2[c'_{55} + c'_{33}\alpha^2 + 2c'_{35}\alpha]u_3 \end{aligned} \tag{7}$$

양변을 k^2으로 나누고 행렬로 표현하면 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} & & \\ & M & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 0 \tag{8}$$

여기서 u_i가 자명한 해를 갖지 않기 위해서는 M의 행렬식이 0가 되어야 한다. 따라서 행렬식을 정리해 보면 식 (9)와 같이 α에 대한 6차 방정식이 만들어진다.

$$A_1\alpha^6 + A_2\alpha^5 + A_3\alpha^4 + A_4\alpha^3 + A_5\alpha^2 + A_6\alpha + A_7 = 0 \tag{9}$$

이 방정식의 해를 { $\alpha(j)$, j = 1~6 }라고 하자. 식 (3)의 입자 변위 U_i에 대한 정의에서 고체 매질 내에서 표면파는 x_3축을 따라 감쇄하는 성분을 가지므로 $x_3 \rightarrow \infty$ 일 때 0으로 수렴해야 한다. 이 조건을 만족하기 위해서는 감쇄계수 { $\alpha(j)$, j = 1~6 } 의 허수 부분이 양의 값을 가져야 하므로 여기서 구해진 해들 중에서 허수부분이 양의 값을 갖는 해를 취한다. 그 양의 값을 갖는 α를 $\alpha(1), \alpha(2), \alpha(3)$로 정하고 이들 해의 합으로 나타내어지는 입자변위 U_i는 각각의 { $\alpha(j)$, j = 1, 2, 3 }에 해당하는 변위 진폭 { $u_i(j)$, i, j = 1, 2, 3 }들의 합으로 표현될 수 있다. 여기서 $u_2(j)$, $u_3(j)$를 $u_1(j)$에 대한 비로 나타내어 $u_1(j)$만으로 표현할 수 있는데 각 변위 진폭의 비{ $F_{12}(j)$, $F_{13}(j)$, j=1, 2, 3 }는 각각 식 (10), (11)과 같이 정의된다.

$$F_{12}(j) = \frac{u_2(j)}{u_1(j)} = \frac{a(j)d(j) - e(j)f(j)}{b(j)e(j) - d(j)f(j)} \tag{10}$$

$$F_{13}(j) = \frac{u_3(j)}{u_1(j)} = \frac{a(j)d(j) - e(j)f(j)}{c(j)f(j) - d(j)e(j)} \tag{11}$$

단, $a(j) = M_{11}(j)$, $b(j) = M_{22}(j)$, $c(j) = M_{33}(j)$,

$d(j) = M_{23}(j)$, $e(j) = M_{13}(j)$, $f(j) = M_{12}(j)$

다음으로 경계조건에 필요한 결정 경계면($x_3 = 0$)에서의 응력을 유도하기 위해 $x_1 - x_2$ 면상에서 수직으로만 작용하는 응력만을 다시 간추려보면 결정경계면에 작용하는 응력 텐서들을 구할 수 있다. 여기에 $u_1(j)$로 표현된 입자 변위 U_1, U_2, U_3를 대입하여 다시 정리하면 $u_1(j)$과 $F_{12}(j)$, $F_{13}(j)$로 표현되는 결정면에서의 응력을 구할 수가 있다.

물에서의 입자변위는 결정에서와 동일한 형식으로 식 (12)처럼 가정하여 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} U^*_1 &= u^*_1 \exp[jk(x_1 + \beta x_3 - ct)] \\ U^*_2 &= 0 \\ U^*_3 &= u^*_3 \exp[jk(x_1 + \beta x_3 - ct)] \end{aligned} \tag{12}$$

따라서 운동방정식 식 (4)에 대입하면 식 (13), (14)와 같이 유도할 수 있다.

$$-\rho_w w^2 U^*_1 = -c^*_{11}(k^2 U^*_1 + k^2\beta U^*_3) \tag{13}$$

$$-\rho_w w^2 U^*_3 = -c^*_{11}(k^2\beta U^*_1 + k^2\beta^2 U^*_3) \tag{14}$$

식 (13)과 (14)를 행렬로 나타내면 식 (15)가 되고, 여기서 Det = 0 이라고 둠으로써 β를 구할 수 있다.

$$k^2 \begin{pmatrix} c^*_{11} - \rho_w v^2_{lsaw} & c^*_{11}\beta \\ c^*_{11}\beta & c^*_{11}\beta^2 - \rho_w v^2_{lsaw} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^*_1 \\ U^*_3 \end{pmatrix} = 0 \tag{15}$$

$\beta = \sqrt{\frac{\rho_w v^2_{lsaw}}{c^*_{11}} - 1}$, 물에서의 음속은 $v_w = \sqrt{\frac{c^*_{11}}{\rho_w}}$

$\beta = \sqrt{\frac{v^2_{lsaw}}{v^2_w} - 1}$, v_{lsaw}는 누설탄성표면파의 속도

식 (15)의 행렬로부터 U^*_3를 U^*_1의 비로 나타내면

$$F^*_{13} = \frac{\rho_w v^2_{lsaw} - c^*_{11}}{c^*_{11}\beta} \tag{16}$$

식 (16)과 같이 되는데 β를 이용하여 풀면 $F^*_{13} = \beta$

가 되어서 입자변위 U^*_i 는 식 (17)과 같이 u^*_1 으로 표현할 수 있다.

$$U^*_1 = u^*_1 \exp[jk(x_1 + \beta x_3 - ct)]$$
$$U^*_2 = 0 \tag{17}$$
$$U^*_3 = F^*_{13}\ u^*_1 \exp[jk(x_1 + \beta x_3 - ct)]$$

식 (17)에서 구해진 입자변위를 물의 경계면에 작용하는 텐서 T^*_3 에 대입하여 정리하면 식 (18)을 구할 수 있다.

$$T^*_3 = jk\rho_w v_{lsaw}^2\ u^*_1 \exp[jk(x_1 + \beta x_3 - ct)] \tag{18}$$

이상과 같이 구해진 결정에서의 입자변위, 응력텐서와 물에서의 입자변위, 응력텐서를 경계조건 $x_3 = 0$에서 같다고 두면 식(19)의 행렬로 나타냄으로써 N행열을 구할 수 있다. N행열의 A ~I는 $F_{12}(j)$, $F_{13}(j)$와 탄성계수로 표현되어진다.

$$\begin{pmatrix} F_{13}(1) & F_{13}(2) & F_{13}(3) & -F^*_{13} \\ A & B & C & 0 \\ D & E & F & 0 \\ G & H & I & -\rho_w v_{lsaw}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(1) \\ u_1(2) \\ u_1(3) \\ u^*_1 \end{pmatrix} = 0 \tag{19}$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} & N & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(1) \\ u_1(2) \\ u_1(3) \\ u^*_1 \end{pmatrix} = 0$$

각 입자 속도가 자명해인 0 이외의 해를 가지기 위해서는 N의 행렬식이 0이 되어야 하므로 v_{lsaw}와 α의 값을 변화시켜가면서 행렬식이 0에 근사하는 값을 찾아 수치해석적으로 LSAW속도를 구할 수 있다.

3. Defocus에 의한 표면파 계산법

시료면을 트랜스듀서 쪽으로 defocus시키면 그림 2에서 나타낸 경로1(LSAW성분)과 경로2(직접반사성분)만이 실질적으로 트랜스듀서의 출력으로 나타나게된다. 매우 짧은 펄스의 음파를 사용하면 이 두 경로의 파는 전파속도 및 전파거리의 차에 의해 분리되는데, LSAW성분은 직접반사파와 반대되는 위상으로 직접반사파의 뒤에 나타나며 그 시간 간격은 defocus량에 비례하게된다. 따라서, 기하학적 해석으로 v_{lsaw}를 구할 수 있다.

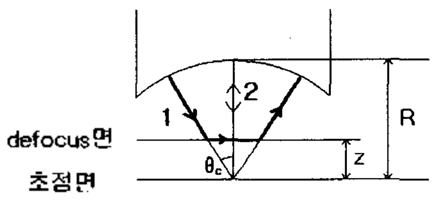

그림 2. 수신신호의 경로차

트랜스듀서에서 방사되어 음선경로 1로 트랜스듀서에 다시 입사하는데 걸리는 시간 t_s 는 식 (20)과 같이 계산이 되고, 결정면에 직접 반사되어 트랜스듀서로 입사하는 음선경로 2에 의해 걸리는 시간 t_w 는 식 (21)과 같이 계산되어진다.

$$t_s = \frac{2(R - \frac{z}{\cos\theta_c})}{v_w} + \frac{2z\tan\theta_c}{v_{lsaw}} \tag{20}$$

$$t_w = \frac{2(R-z)}{v_w} \tag{21}$$

경로의 시간간격을 계산하면 식 (22)로 쓸 수 있고, Snell의 법칙($\sin\theta_c = \frac{v_w}{v_{lsaw}}$)으로부터 v_{lsaw}는 식 (23)으로 유도 할 수 있다.

$$\Delta t = \frac{2(R - \frac{z}{\cos\theta_c})}{v_w} + \frac{2z\tan\theta_c}{v_{lsaw}} - \frac{2(R-z)}{v_w} \tag{22}$$

$$v_{lsaw} = \frac{v_w}{\sqrt{1-(1-\frac{\Delta t v_w}{2z})^2}} \tag{23}$$

식 (23)으로부터 $\frac{z}{\Delta t}$, 즉 $z-\Delta t$ 그래프에서의 기울기를 구할 수 있으면 쉽게 표면파속도를 계산할 수 있음을 알 수 있다.

4. 계산 및 측정 결과

각 시료에 대한 표면파 측정결과로서 표 1은 사용한 시료에 대해 실험 및 이론적으로 계산된 LSAW 속도를 정의하여 나타내었다. 그림 3, 그림 4, 그림 5는 SiO_2, Al, Cu시료에 대해 z=0.5mm간격으로 defocus시켰을 때의 측정치이다. 그림 6, 그림 7, 그림 8은 직접반사파와 표면파의 시간차 Δt를 이동거리 z에 대해 점으로 나타내고 최소자승법을 이용해 근사선으로 나타낸 그래프이다. 그림 9는 각 시료에 대한 $z-\Delta t$그래프를 비교한 것이다. 같은 스케일로 나타냈기 때문에 속도에 의한 기울기의 변화를 확인할 수 있고 속도가 클수록 기울기가 크다는 것을 알 수 있다.

[표 1] 탄성표면파 측정치와 이론치의 비교

시료	$\frac{z}{\Delta t}$ [m/s]	측정계산된 표면파속도 [m/s]	이론계산된 표면파속도 [m/s]	오차 [%]
SiO_2	7.5758×10^3	3428	3430	0.06
Al	5.4734×10^3	2943	2863	2.8
Cu	2.6142×10^3	2120	2139	0.9

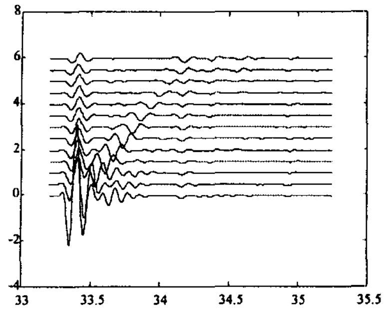

그림 3. SiO_2시료에 대한 defocusing 결과

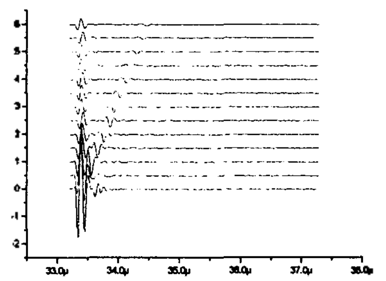

그림 4. Al시료에 대한 defocusing 결과

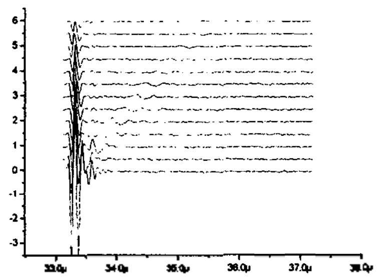

그림 5. Cu시료에 대한 defocusing 결과

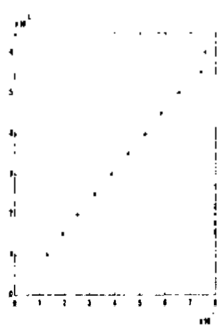

그림 6. SiO_2시료에 대한 $z-\Delta t$ 그래프

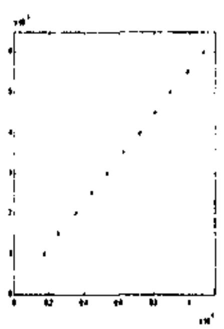

그림 7. Al시료에 대한 $z-\Delta t$ 그래프

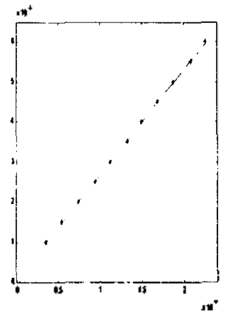

그림 8. Cu시료에 대한 $z-\Delta t$ 그래프

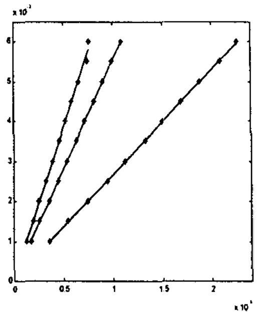

그림 9. 각 시료에 대한 $z-\Delta t$ 그래프의 비교

5. 결론

제작된 구리배면체 LFB PVDF 초음파트랜스듀서를 사용하여 몇몇 시료에 대한 LSAW 속도측정을 실시하고, 이론적으로 계산된 결과와 비교하였다. 정확한 탄성계수를 알고있는 SiO_2시료의 경우는 이론치와 오차 0.06%로 매우 정확하게 일치되었으나 탄성계수가 불명확한 Al이나 Cu는 각각 2.8%, 0.9% 의 오차가 생겼다. 이방성결정의 LSAW 전파속도에 대해서는 이론적인 해석은 가능하지만 적당한 시료를 얻기가 곤란해서 실험하지 못하였다. 앞으로 이방성결정의 방향에 따른 탄성표면파 측정에 초점을 두고 연구를 계속 수행할 예정이다.

6. 참고문헌

1) J. J. Campbell and W. R. Jones, "A Method for Estimating Optimal Crystal Cuts and Propagation Directions for Excitation of Piezoelectric Surface Waves" IEEE Trans. Sonics Ultrason., Vol. SU-15, NO. 4, pp. 209-217, October. 1968.

2) R. D. Weglein, "A Model for Predicting Acoustic Material Signatures" Appl. Phys. Lett., Vol. 34, pp. 179-181, 1979.

3) W. Parmon and H. I. Bertoni, "Ray Interpretation of the Material Signature in the Acoustic Microscope" Electron. Lett., Vol. 15, pp. 684-686, 1979.

4) A. Atalar, "A Physical Model for Acoustic Signatures" J. Appl. Phys., Vol. 50, pp. 8237-9239, 1979.

5) J. Kushibiki, N. Chubachi, "Material Characterization by Line-Focus-Beam Acoustic Microscope" IEEE Trans. Sonics Ultrason., Vol. SU-32, No. 2, pp. 189-212, 1985.