

## 3개의 직렬 MAP 복호기를 이용한 반복 터보 복호화에 관한 연구

김 동 원\* , 강 철 호  
광운대학교 전자통신공학과

### A Study on Iterative Turbo Decoding Using Three Cascade MAP Decoder

Kim, Dong-Won\* , Kang, Chul-Ho  
Kwangwoon University  
E-Mail : kdw17@dspalpha.kwangwoon.ac.kr

#### 요 약

터보부호는 일반적으로 인터리버의 크기가 클수록 성능이 우수한 것으로 알려져 있는데 이동통신 시스템 등에서 음성 신호를 전송하는 경우 프레임의 크기 즉, 인터리버의 크기가 너무 작아서 성능의 저하가 생기게 되는 것은 당연한 원리이다.

본 논문에서는 터보부호의 복호시 3개의 직렬 MAP 복호기를 제안하여 기존의 방식보다 메모리수는 감소시키면서 음성의 기준인 S/N 2.0[dB]에서 BER  $10^{-3}$ 의 성능을 제안한 알고리즘을 통해 살펴본다.

모의실험결과, 부호율 1/3, 반복복호의 수 5, 생성부호 다항식  $G=(7, 5)$ 일 때 IS-95[9]에서 사용되고 있는 프레임과 같은 크기의 인터리버인 프레임 24인 경우  $10^{-2}$ , 프레임 192인 경우  $10^{-3}$  정도 값을 얻었다.

#### I. 서 론

이동통신 시스템은 채널의 특성상 데이터를 전송하는 경우 여러 가지 환경에 의해 오류가 발생할 확률이 높다. 그러므로 이동통신 시스템에서 사용되는 채널 부호화 기술은 매우 중요하게 생각되고 있다. 이제까지 주로 이용된 채널 부호화 기술로는 길쌈부호 및 Viterbi 부호가 사용되었는데 최근에는 그 우수한 반복 복호 성능 때문에 터보부호가 여러 분야에서 관심의 대상이 되

고 있다. 터보부호는 1993년에 Berrou 등에 의하여 제안된 길쌈부호를 병렬로 연결시킨 부호로서 인터리버의 크기 즉, 프레임의 크기가 큰 경우에 Shannon 한계에 근접하는 우수한 성능을 갖는다고 알려져 있다[1].

이와같은 터보부호의 구조를 살펴보면, 터보 부호기는 두 개의 RSC(Recursive Systematic Convolutional) 부호와 인터리버(interleaver)로 구성되어 있다. RSC부호는 조직 길쌈부호(systematic convolutional code)에 제한이 첨가된 형태이다. 터보 복호기는 부호기의 두 RSC 부호에 대한 복호기가 직렬로 연결되어 있으며, 각각의 복호기에서는 MAP(Maximum A Posteriori probability) 복호 알고리즘 및 SOVA(Soft Output Viterbi Algorithm)을 이용하여 복호를 수행한다.

터보부호는 복호시에 MAP 알고리즘을 이용하는데 각 수신된 비트의 LLR(Log Likelihood Ratio)을 계산하기 위해 매우 복잡한 계산이 필요하다. 그러나 Pietrobon이 1994년에 MAP 알고리즘의 계산량을 줄인 간단한 복호 알고리즘을 제안하였다[2][3]. 터보부호는 프레임, 즉 인터리버의 크기가 매우 큰 경우에 성능이 우수한 것으로 알려져 있는데 이동통신 시스템 등에서 데이터량이 적은 음성 신호인 경우 프레임의 크기가 작아서 터보부호를 사용하는 경우 성능의 저하가 생기게 된다. 그리고 터보부호에서 음성과 같은 적은 양의 데이터는 일반적으로 성능이 우수한 랜덤 인터리버보다는 블록 인터리버가 성능이 우수하다는 것은 Jung에 의해 발표되었다[4].

## II. 터보부호의 MAP 알고리즘

Bit Error Probability를 최소로 하는 알고리즘을 MAP 알고리즘이라 부르며, 연관정값을 이용해서 연관정된 출력값을 생성한다. 이때 생성된 값은 정확한 판정에 대한 척도로서 APP(A Posteriori Probability)라 부른다. RSC 부호의 출력값을  $d_k$ (부호화되지 않은 정보 비트)와  $Y_k$ (부호화된 패리티 비트)라 하고, 이 출력값이 BPSK 변조되어 AWGN 채널을 통해 수신된 시퀀스를  $R_1^N = (R_1, \dots, R_k, \dots, R_N)$  이라 하면, 여기에서  $R_k = (x_k, y_k)$ 이고, 수신된 정보 비트 및 패리티 비트는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_k &= (2d_k - 1) + p_k \\ y_k &= (2Y_k - 1) + q_k \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서  $p_k$ 와  $q_k$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$ 인 랜덤 가우시안 변수(random Gaussian variable)이다.

LLR(log likelihood ratio)함수  $L(d_k)$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$L(d_k) = \log \frac{\Pr(d_k=1 | R_1^N)}{\Pr(d_k=0 | R_1^N)} \quad (2)$$

위 식에서 분모항과 분자항은 각각  $1, \dots, N$  까지 수신된 심볼에 대해  $d_k=1$ 일 확률과  $d_k=0$ 일 확률을 나타내며, 경관정의 경우  $L(d_k)$ 값이 0보다 작으면  $k$  번째 데이터를 0으로 판정하고, 0보다 크면  $k$  번째 데이터를 1으로 판정한다.

RSC 부호기의 구속장을  $v$  라 하면 부호기의 상태는  $m=0, 1, \dots, 2^v-1$ 까지 존재하며  $\lambda_k^i(m)$ 을 아래와 같이 정의하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\lambda_k^i(m) = \Pr(d_k=i, S_k=m | R_1^M) \quad (3)$$

$$L(d_k) = \log \frac{\sum_m \lambda_k^1(m)}{\sum_m \lambda_k^0(m)} \quad (4)$$

MAP 알고리즘은 많은 계산 과정 및 메모리를 필요로 하므로 계산 속도 및 메모리 사용 측면에서 간략화되어야 한다. MAP 알고리즘의 계산량을 줄이고 효과적인 하드웨어를 구현하기 위해서 E 함수를 이용하여 순방향 메트릭  $A_k^i(m)$ 과 역방향 메트릭  $B_k^i(m)$  그리

고 가지 메트릭  $D_i(R_k, m)$ 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A_k^i(m) = D_i(R_k, m) + \sum_{j=0}^1 A_{k-1}^j(S_k^j(m)) \quad (5)$$

$$B_k^i(m) = \sum_{j=0}^1 (B_{k+1}^j(S_k^j(m)) + D_j(R_{k+1}, S_k^j(m))) \quad (6)$$

$$D_i(R_k, m) = \frac{2}{\sigma^2} (x_k i + y_k Y_k^i(m)) \quad (7)$$

위와 같은 표현된 식으로부터 E 함수를 이용하여 식 (4)에서 정의된 LLR 함수를 표현하면 다음과 같다.

$$L(d_k) = \sum_{m=0}^{2^v-1} (A_k^1(m) + B_k^1(m)) + \sum_{m=0}^{2^v-1} (A_k^0(m) + B_k^0(m)) \quad (8)$$

지금까지의 과정에 의해 대부분의 연산은 덧셈과 E 함수의 계산으로 변환되었고, E 함수의 값은 함수표를 만들어 이용할 수 있으므로 곱셈이 없이 덧셈에 의해서만 간단히 계산할 수 있고, E 함수를 다음과 같이 변형하면 필요한 메모리 공간을 줄일 수 있다.

$$\begin{aligned} xEy &= -\frac{1}{L_c} \ln(e^{-L_c x} + e^{-L_c y}) \\ &= -\frac{1}{L_c} \ln(e^{-L_c x} (1 + e^{-L_c y + L_c x})) \\ &= x - \frac{1}{L_c} \ln(1 + e^{L_c(x-y)}) \\ &= y - \frac{1}{L_c} \ln(1 + e^{L_c(y-x)}) \\ &= \min(x, y) - \frac{1}{L_c} \ln(1 + e^{-L_c|y-x|}) \end{aligned} \quad (9)$$

## III. 제안한 3개의 직렬 MAP 복호기

### 1. 터보 부호의 부호기

처음으로 제안된 터보 부호의 구조는 부호화율이 1/2로 만들어 전송하는 구조로 크기가 65536인 인터리버를 사용하였고, 여기에 MAP을 이용하여 반복적인 복호 알고리즘을 첨가하여 성능면에서 Shannon limit에 근접한다는 것을 알 수 있었다[1].

터보부호의 부호기는 N 정보 비트의 프레임으로 이루어진 입력을 이용하여 패리티 심볼을 만드는 두 개의 비교적 간단하고 널리 알려진 순환 길쌈 부호(RSC)를 병렬로 연결한 구조로 되어 있으며, 전송율 및 오류 정정 능력을 고려하여 원하는 만큼의 구성 부호를 들 수

있다. 인터리버는 두 번째 구성 부호기의 입력에 들어가는 정보 비트의 순서를 바꾸어 주는 역할을 하며, N 정보 비트의 프레임과 동일한 크기를 가진다. 따라서 터보부호의 출력은 RSC 부호기의 출력뿐만 아니라 인터리버를 통해 변형된 출력으로 인해 이중의 패리티 정보를 지니게 된다. 하지만, 큰 크기의 인터리버와 반복적인 복호 알고리즘으로 인하여 복호를 해서 정보를 복구하는데 시간의 지연이 커지게 된다. 따라서 여기에서는 구성 부호의 생성 다항식의 메모리수를 감소시키고 부호화율을 1/3으로 감소시키지만 성능은 거의 유사한 성능을 얻는다.

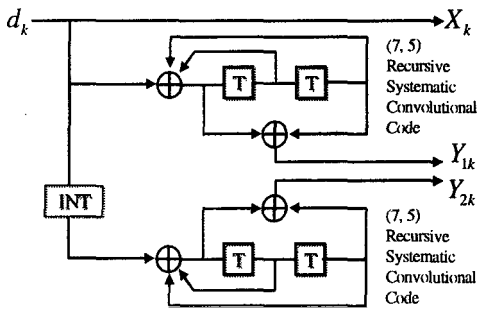


그림 1. 터보부호의 블록도

## 2. 제안한 터보부호의 복호기

일반적인 연쇄 부호는 첫 번째 부호기의 신뢰도 값을 이용하여, 두 번째 부호기에서 복호를 하게 되면, 복호의 과정은 종료된다. 첫 번째 부호기가 두 번째 부호기에서 출력된 신뢰도값을 이용하게 된다면, 성능의 향상을 기대할 수 있다. 일반적인 터보부호의 구조가 이러한 형태의 복호 알고리즘을 사용할 수 있도록 되어 있다. 그러므로 터보부호의 반복적인 복호 알고리즘을 사용하여 성능을 향상시킬 수 있게 된다. 이때 첫 번째 부호기에서 두 번째 부호기로 재귀되는 두 번째 부호기의 신뢰도 값을 부가 정보(extrinsic information)라고 한다. 부호화된 정보를 복호화 할 때, 수신단에서 부호화된 정보를 이상적으로는 한 번에 복호를 수행해야 하지만, 실질적으로는 거의 불가능하다. 일반적인 연쇄 부호는 두 번째단에서 부호화된 정보를 복호하고 복호된 그 정보를 사용하여 첫 번째 단을 복호하게 되면 복호의 과정은 종료된다. 이때 첫 번째단의 복호된 정보를 다시 두 번째단의 복호에 사용하는 반복 복호 알고리즘을 사용한다면 그만큼의 성능 향상이 이루어지게 된다. 즉, 수평적인 부호화기에 입력된 정보를 먼저 복호하여 그 연관정 값을 다음 단에서 사용하여 순서가 재배열된 부호를 다시 연관정한다. 이것은 터보부호의 수평적인 부호기가 세 개의 입력을 필요로 한다는 것을 의미하며, 그 세 개의 값은 이전의 부호기에서 출력된 연관정값, 평처링되지 않고 전송된 정보, 추정된 RSC

코드의 정보의 최대 근사화 값으로 구성된다. 이전의 복호기나 이전의 단계의 부호기에서 출력된 연관정값을 부가정보(extrinsic information)이라고 한다.

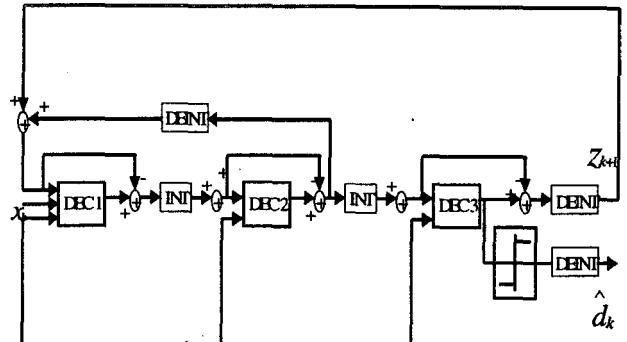


그림 2. 제안한 3개의 직렬 MAP 복호기

## IV. 모의 실험 및 결과

본 논문에서 IS-95[8]에서 제안되어 사용되고 있는 프레임과 같은 크기의 인터리버인 24 및 192인 경우에 부호율 1/3, 메모리 2 즉 구성 부호의 생성다항식이 (7, 5), 반복복호 횟수 5회의 터보부호에 대해 블록 인터리빙(block interleaving) 방식을 이용하여 Matlab 언어로 프로그래밍하여 구성하였고, 채널 환경은 AWGN을 모델링하였다.

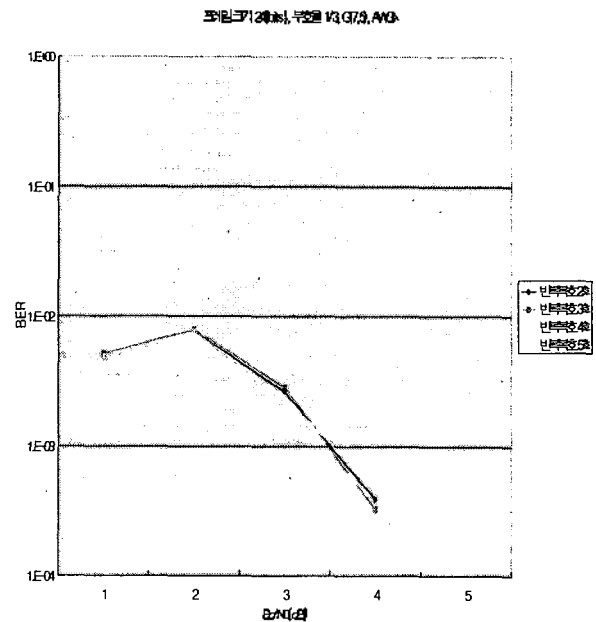


그림 3. AWGN 채널에서 프레임 크기가 24 비트인 터보부호의 BER 성능

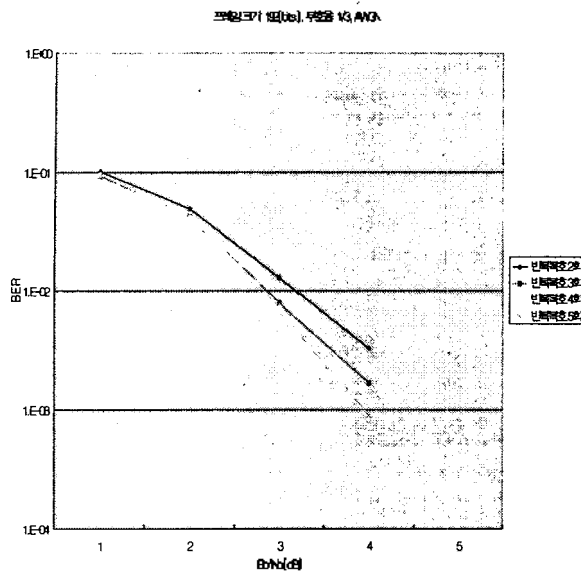


그림 4. AWGN 채널에서 프레임 크기가 192 비트인 터보부호의 BER 성능

## V. 결론

터보부호의 복호방식으로는 메모리 4 즉, 구성 부호기의 생성 다항식이 (37,21)인 MAP 복호기가 주로 사용된다. 그러나 MAP 복호기 계산의 복잡성과 메모리 수의 증가는 시간 지연의 문제를 초래하여 하드웨어적 구현을 어렵게 한다. 또한 IMT-2000의 채널 부호로써 채택될 가능성이 많은 터보부호는 저속의 음성 전송에 사용시 성능향상을 거의 볼 수 없다.

본 논문에서 메모리수를 감소시키면서 복호기를 하나 더 두어 3개의 직렬 MAP 복호기를 이용한 방식을 인터리버의 크기가 프레임의 크기와 동일한 것에 이용해 본 결과 음성에 이용 가능한 BER  $10^{-3}$  정도의 근사한 수치를 얻었다.

앞으로의 연구과제는 제안한 방식에 대하여 더욱 다양한 부호율과 메모리수의 변화에 대한 실험을 통해 보다 일반화 시키고, 다양한 채널 환경에서의 실험을 통하여 특성을 분석하며 실제로 하드웨어 설계에 최적의 터보부호 알고리즘을 개발하여 구현하는 것이다.

## 참고 문헌

[1] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo codes," in Proc. International Conference on Communications (ICC'93), 1993, pp. 1064-1070

[2] S. Pietrobon and A. Barbulescu, "A simplification

of the modified Bahl decoding algorithm for systematic convolutional Coded," in Proc. International Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA'94), 1994, pp. 1073-1077

[3] S. Pietrobon, "Implementation and performance of a serial MAP decoder for use in an iterative turbo decoder," in Proc. International Symposium on Information Theory (ISIT'95), 1995, p.471

[4] P. Jung and M. Nabhan, "Dependence of the error performance of turbo-codes on the interleaver structure in short frame transmission systems," "Electronics Letters, vol. 30, no. 4, pp.287-288, Feb, 1994.

[5] TIA/EIA/IS-95, Mobile station-Base Station Compatibility Standard for Dual-Mode Wide-band Spread Spectrum Cellular System, published by Telecommunication Industry Association as a North American 1.5GHz Cellular CDMA Air-Interface Standard, July 1993.

[7] P. Robertson, "Improving decoder and code structure of parallel concatenated recursive systematic (turbo codes," in Proc. International Conference on Universal Personal Communicatins (ICUPC'94), 1994, pp. 183-187