

현의 특성이 고려된 Physical 모델을 이용한 클래식 기타 음 합성¹⁾

강명수^o, 김규년

울산대학교 대학원 전자계산학과

Synthesizing the classical guitar sound using the Physical Model with string properties

Myung-Soo Kang, Kyoo-Nyun Kim

Dept. of Computer Science, University of Ulsan

e-mail: akvo@cic.ulsan.ac.kr

knkim@uou.ulsan.ac.kr

요약

본 논문에서는 파동 방정식으로부터 클래식 기타의 Physical 모델을 유도해 낸 후 이를 구현하였다. 이러한 모델을 이용해 별도의 음원 데이터를 사용하지 않고 현재 전자 음악에서 일반적으로 사용되는 table look-up 방식보다 효율적으로 악기 음을 합성 할 수 있도록 하였다. 파동 방정식은 현의 장력, 길이 및 질량 데이터를 이용해 현의 움직임을 표현한 것이며 이 식으로부터 Fourier Series를 유도하고 다시 Z 변환을 거쳐 현의 운동을 모델링하였다. 이 과정에서 현의 양 끝에서 반사되는 신호의 크기를 모델링에 포함 시켰다. 이러한 현의 모델은 모든 종류의 현악기에 공통으로 적용될 수 있으며 현의 장력, 길이, 질량 데이터를 변화해 다양한 현의 특성들을 모델링 할 수 있다. 또 음 합성을 위해 현의 초기 상태 및 연속되는 입력 데이터를 바꿔 클래식 기타의 다양한 음들을 합성 할 수 있다.

클래식 기타의 Physical 모델을 평가하기 위해, 실제 악기 음 및 table look-up 방식으로 합성된 음들을 녹음해 서로 비교하였다. 시간 및 주파수 도메인 상에서 비교가 이뤄 졌으며 table look-up 합성 방식에서 모든 주파수대가 동일하게 감소하고 비슷한 음역에서 음 높이에 적합한 배음 주파수 비율을 조절할 수 없는 등, 각 음의 특성들을 정확히 묘사할 수 없는 문제점을 극복할 수 있었다.

1. 서론

Physical 모델을 이용한 음 합성 방법은 여러 가지

다른 합성 방법들과 비교해 음질에 있어서 좀더 자연 악기 음에 가까운 소리를 만들어 낸다. 기존의 상업용 synthesizer들은 악기 음을 녹음해 음 합성 시 음원 (wave table)을 변조해 새로운 음을 생성하는 table look-up 방식을 사용한다. 하지만 근래에 들어서 컴퓨터의 성능 향상에 힘입어 Physical 모델링 방법을 이용한 상업용 synthesizer가 실험적으로 만들어지고 있으며 기존의 synthesizer에 비해 향상된 음을 합성해 내고 있다[6].

현재 사용되는 악기들은 악기의 물리적인 형태에 따라 분류하면 현악기, 관악기, 타악기의 세 가지 범주로 나눌 수 있다. 그리고 각 악기의 음을 합성하기 위해 악기가 가지는 특징들을 모델링에 적용 시켜야 한다. 본 논문에서는 현악기의 수학적 모델을 근거로, 클래식 기타의 현과 몸체가 가지는 물리적 특성과 초기 입력을 고려해 음을 합성했다. 2절에서 구체적인 악기 모델을 설명하고, 3절에서는 합성된 음들을 비교 설명 하였다.

2. 악기 모델

2.1 진동하는 현의 움직임

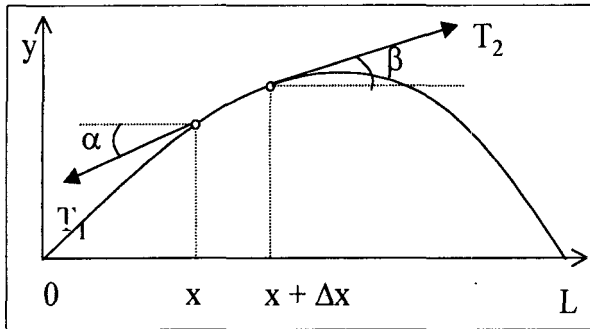
진동하는 현은 종 방향 및 횡 방향의 두 가지 파동의 움직임에 의해 모델링된다. 정확한 현 모델을 얻기 위해 선형 편미분 방정식으로 표현된 파동 방정식을 확장해야 한다.

[그림1]에서 어떤 점 x에 작용하는 수평 장력은 $T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta = T$ 로 양쪽 방향으로 동일하고, 현을 따라 움직이는 파동의 속도 $c = \sqrt{\frac{T}{\epsilon}}$ 이다. 이때 파동 방

1) 정보통신부에서 지원하는 대학기초연구 지원사업으로 수행

정식은 다음과 같다[4].

$$\ddot{y} = c^2 y'' \text{ ----- (식1)}$$



[그림 1] 양 끝이 고정된 현

T	장력(T_1, T_2)
x	가로축 현의 위치
t	시간
y	$y = y(t,x)$, 이동하는 파동의 높이
\dot{y}	$\dot{y} = \frac{d}{dt} y(t,x)$, 상하로 움직이는 속도
y'	$y' = \frac{d}{dx} y(t,x)$, 어떤 점에서 현의 기울기
\ddot{y}	상하 방향의 가속도
y''	현의 곡률(기울기의 변화율)
ϵ	현의 고유 질량 밀도
c	파동의 속도

[표 1] 모델에 사용되는 기호

(식1)에서 y는 시간 t와 현의 위치 x에 관한 함수이다. (그림1)에서 x를 기준으로 양쪽 방향으로 파동이 전달된다. 그리고 현의 양끝 즉 $x=0, x=L$ 에서 모든 t에 대해서 $y(t,x) = 0$ 을 만족해야 한다. 현의 오른쪽으로 움직이는 파동을 y_+ , 왼쪽으로 움직이는 파동을 y_- 이라고 하고, 위의 조건들을 적용시키면, 시간을 기준으로 (식2-1), 위치를 기준으로 (식2-2)

$$y(t,x) = y_+(t-x/c) - y_-(t+x/c) \text{ ----- (식2-1)}$$

$$y(x,t) = y_+(x-ct) - y_-(x+ct) \text{ ----- (식2-2)}$$

(d'Alembert's traveling-wave solution)을 유도 할 수 있으며, 이는 현을 따라 좌, 우로 움직이는 파동을 나타낸다[8].

2.2 디지털 샘플링

(식2-1)을 샘플링 시간 간격(τ)과 공간에서의 최소 간격(X)을 고려해 디지털 영역으로 변환할 수 있다. 이때 Sampling rate $f_s = 1/\tau$ 이고 현을 따라 가는 x축 공간상의 최소 샘플링 간격 $X = c\tau$ 이다. 이를 이용하면 전체 현은 임의의 작은 조각들로 나누어지고, 전체 시간도 $1/f_s$ 단위로 나누어진다. 만약 CD 수준의 음질인 44.1 kHz sampling rate를 원한다면 $\tau = 1/44100$ 이다.

$$t_n = 0, \tau, 2\tau, 3\tau, \dots, n\tau \quad (n > 0)$$

$$x_m = 0, X, 2X, 3X, \dots, mX \quad (m > 0)$$

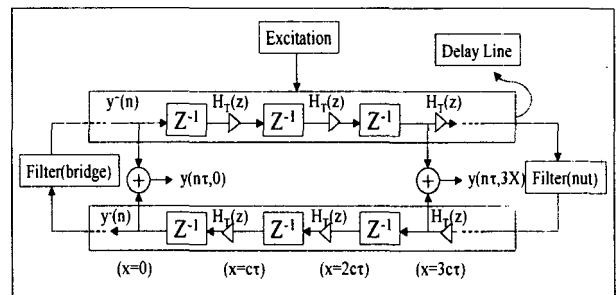
t와 x 대신 $m\tau$ 와 nX 를 사용해 표현하면 (식2-1)은 디지털 도메인으로 변화시켜 다음을 유도 할 수 있다.

$$\begin{aligned} y(x_m, t_n) &= y_+(t_n - x_m/c) + y_-(t_n + x_m/c) \\ &= y_+(n\tau - mX/c) + y_-(n\tau + mX/c) \\ &= y_+[(n-m)\tau] + y_-[(n+m)\tau] \end{aligned}$$

여기에서 τ 샘플링 간격을 의미하는 고정된 값이고, 모든 변수에 공통으로 곱해 지므로 이산시간 샘플링을 고려해 $y^+(n) = y_+(n\tau)$, $y^-(n) = y_-(n\tau)$ 로 정의하여 τ 를 수식에서 제거 할 수 있다. '+'는 현을 따라 오른쪽으로, '-'는 현을 따라 왼쪽으로 움직이는 파동이다. 또 $y_+[(n-m)\tau] = y^+(n-m)$ 은 입력 $y^+(n)$ 을 m 샘플만큼 지연시킨 신호이다. 마찬가지로 $y_-[(n+m)\tau] = y^-(n+m)$ 은 입력 $y^-(n)$ 을 m 샘플만큼 지연시킨 신호이다. 이를 이용하면 (식2-1)은 (식3)과 같이 다시 쓸 수 있고, (식3)에 대한 디지털 시뮬레이션을 (그림2)와 같이 구성할 수 있다.

$$y(x_m, t_n) = y^+(n-m) + y^-(n+m) \text{ ----- (식3)}$$

(그림2)의 악기 모델은 두 개의 디지털 Delay Line으로 구성된다. 그림의 위쪽 Delay Line은 오른쪽으로 이동하는 파동이고, 아래쪽 Delay Line은 왼쪽으로 이동하는 파동이다. 위 그림의 Delay Line에서 한번의 신호 지연은 $X = c\tau$ 만큼의 거리만큼 신호가 이동하는 것을 의미하며, 각각의 지연마다 $H_r(z)$ 에 의해 신호 변형이 발생한다. 초기 입력(excitation)은 현의 중간 부분이 위로 당겨진 상태로 생각 할 수 있다. Delay Line의 양끝에는 악기의 bridge와 nut 부분에 해당하는 반사 필터가 악기 몸체의 주파수 반응을 모델링 한다[1].

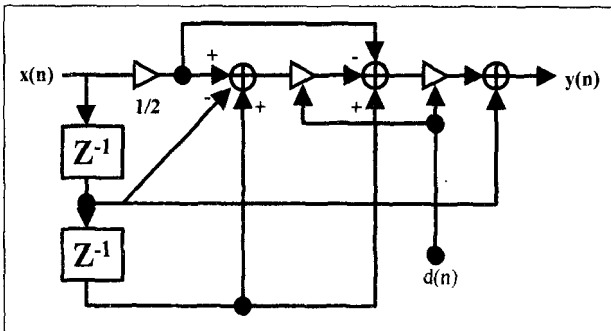


[그림 2] 현악기의 Physical Model

2.3 신호의 변형 및 반사

(그림2)에서 Delay Line의 양끝에는 클래식 기타의 bridge와 nut를 나타내는 반사 필터가 있고, 현의 양끝에 도착한 신호는 반사 필터를 거친다. bridge와 nut은 악기에 고정된 장치이기 때문에 악기 몸체가 가지는 주파수 반응 효과를 포함해야 한다. 클래식 기타를 포함한 대부분의 현악기 몸체는 고주파 성분을 급속히 감쇄시키는 특성을 보이므로[8], 본 논문에서는 Low-pass 필터를 사용했다.

(그림2)의 악기 모델은 현이 변형되었을 때의 파동의 속도 c 와 장력 T 의 변화를 고려하지 않은 선형 모델이고 클래식 기타 고유의 악기 울음 만들어 내기 위해서는 현의 상태를 고려한 비 선형 모델을 적용해야 한다. (그림2)에서 보면 Delay Line의 각 지연마다 $H_T(z)$ 에 의해 신호가 변화하는데, 각 지연마다 신호 변형을 계산하는 것은 비실용적이다. 본 연구에서는 현악기에서 전체적인 신호 변화는 현의 상태에 영향을 받으므로 Vesa Valimaki(1998)가 제안한 Time-Varying Fractional Delay filter(TVFD)[그림3]를 이용했다[10]. 현악기 모델에서 TVFD는 현에 걸려있는 장력 및 파동의 속도에 따른 신호 의존적인 필터 계수를 이용한다. (그림2)에서의 출력 y 가 TVFD의 입력 $x(n)$ 으로 이용되고, $d(n)$ 은 현의 탄성, 질량밀도 그리고 (그림2)의 Delay Line이 가지는, 진동하는 현의 상태를 이용해 구할 수 있는 Fractional Delay 파라미터이다.



[그림 3] TVFD 필터 구조도

2.4 현의 특성 및 상태

(그림3)에서 $d(n)$ 은 현의 재료 특성 및 현재 상태 (signal power)에 의해 변화한다. 우선 변형된 현에 걸려있는 장력 F_t 는 다음과 같이 구할 수 있다[11].

$$T_t = T_{nom} + \frac{ESl_{dev}}{l_{nom}} \quad \text{----- (식4)}$$

(식4)에서 T_{nom} 는 현이 변형되지 않은 상태에서 현의 장력이고, E 는 elastic(Young's) modulus, S 는 현의 단면적, l_{nom} 은 변형 이전의 현의 길이, l_{dev} 는 변형된 상태에서 원래 현과의 편차이고 다음과 같이 구해진다 [11].

$$l_{dev} = \int_0^{l_{nom}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx - l_{nom} \quad \text{----- (식5)}$$

현악기에서 처음에 현이 튕겨질 때 편차가 가장 크며 시간이 지나면서 l_{dev} 는 0에 수렴하는 변수이다. 따라서 (식4)의 장력 T_t 도 시간이 지나면서 T_{nom} 에 수렴한다. 어떤 순간 t 에서 T_t 는 파동의 속도에도 영향을 미친다.

(식5)의 물리적 의미를 변형된 현이 가지는 Power 라고 해석 할 수 있으며, TVFD의 필터 계수로 사용 할 수 있다[10]. (식5)를 이산 시간 모델에 사용하기 위해서 이산시간 값으로 변환해야한다. (그림2)에서 어떤 점에서의 신호는 위쪽 Delay Line과 아래쪽 Delay Line의 합으로 구할 수 있다.

$$L_{dev}(t) = \sum_{x=0}^{l_{nom}-1} \sqrt{1 + [y^+(t,x) + y^-(t,x)]^2} - L_{nom} \quad \text{--- (식6)}$$

(식6)을 간단히 하기 위해 $[y^+(x,t) + y^-(x,t)]^2 < 1$ 인 점을 이용하면 Taylor approximation을 적용시키면 (식7)이 구해진다.

$$L_{dev}(t) = \sum_{x=0}^{l_{nom}-1} \sqrt{1 + [y^+(t,x) + y^-(t,x)]^2} \quad \text{----- (식7)}$$

그리고 (식8)에서 파동이 움직이는 속도도 현의 상태에 따라 변화한다[11]. 하지만 실제 구현에서는 변화하는 파동의 속도를 고려해 Delay Line의 길이를 변화시킬 수 없기 때문에 이를 보상해 주어야 한다. 이를 위해 one-pole 필터를 이용할 수 있으며[10], 본 논문에서는 (식9)와 같은 필터를 이용했다.

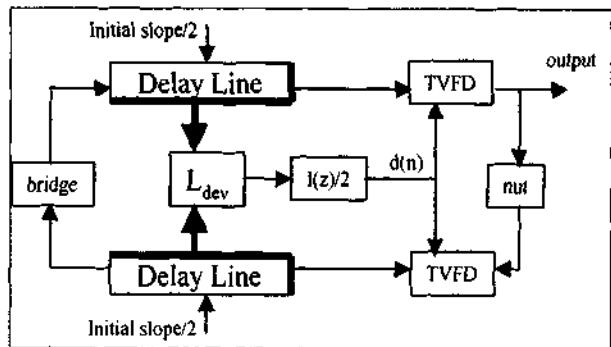
$$c = \sqrt{T_t / \varepsilon} = \sqrt{\left(\frac{l_{nom} + l_{dev}}{\varepsilon_{nom} l}\right) \left(F_{nom} + \frac{ESl_{dev}}{l_{nom}}\right)}$$

$$= c_{nom} \sqrt{1 + \left(1 + \frac{ES}{F_{nom}}\right) \frac{l_{dev}}{l_{nom}} + \frac{ES}{F_{nom}} \left(\frac{l_{dev}}{l_{nom}}\right)^2} \quad \text{----- (식8)}$$

단 $\varepsilon = \varepsilon_{nom} l / (l_{nom} + l_{dev})$, $c_{nom} = \sqrt{F_{nom} / \varepsilon_{nom}}$ 이다.

$$I(z) = \frac{-\varepsilon_p (1 + a_p)}{1 + a_p z^{-1}} \quad \text{----- (식9)}$$

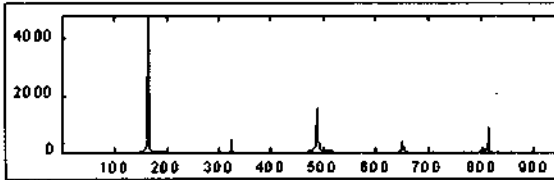
(식9)에서 a_p 는 (그림2)에서 $H_T(z)$ 의 bandwidth를 결정하는 계수이고, $-1 < a_p < 0$ 인 값을 갖는다. 필터의 gain ε_p 는 현의 상태 변화에 따른 비 선형적 특성을 얼마나 반영 할 것인지를 결정하고, 0 보다 큰 값을 가져야 한다. 만약 ε_p 를 0으로 한다면 현의 비 선형성을 적용시키지 않은 일반적인 waveguide 모델이 된다. (그림3)으로부터 지금까지 논의한 조건들을 종합하여 (그림4)의 악기 모델을 구성 할 수 있다.



[그림 4] 클래식 기타의 Physical Model

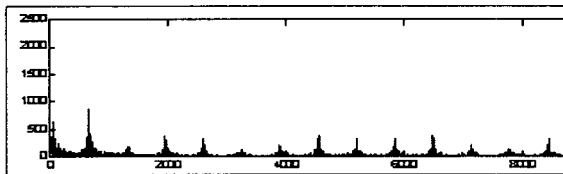
3. 클래식 기타 음 합성 결과

본 논문에서는 [그림2]의 모델과 [그림4] 모델 각각을 구현한 후 주파수 특성을 비교하였다. 초기 입력으로 delay line의 중간 지점을 당겼고, 당기는 힘의 최대치를 1로 표준화 한 후 각 delay line에 1/2씩 배분하였다. 신호의 샘플링 위치도 delay line의 1/2위치에서 이루어졌다.



[그림 5] [그림2] 모델로 합성한 음

[그림5]는 기존의 waveguide 모델[그림2]을 사용하여 만들어진 클래식 기타 음의 주파수 스펙트럼이다. 그림에서 보는 것처럼 각 배음들 사이에 있는 주파수 영역의 magnitude는 0에 가까운 값을 가진다.



[그림 6] [그림4] 모델로 합성한 음

[그림6]은 [그림4]를 가지고 음을 합성한 결과이다. [그림5]와 비교해 보면 각 배음들 사이의 주파수 영역에서 magnitude가 변화하고 있다. 특히 각 배음에 가까울수록 magnitude가 크게 나타나고, 이러한 주파수 특성은 사람이 소리를 인지 할 때 부드럽고, 풍부한 음감을 제공한다.

4. 결론 및 향후 연구 계획

본 연구에서는 클래식 기타의 선형 모델로부터 현의 특성 및 상태를 고려해 클래식 기타의 비 선형 모델을 구현하였다. 이 과정에서 TVFD 필터를 이용했으며, 기존 합성 방식보다 풍부한 음색을 합성 할 수 있었다. 하지만 TVFD 필터도 클래식 기타 현의 물리적 특성을 묘사하지는 못하고 단지 현이 변형되었을 때의 신호 변화만을 고려한 것이다. 따라서 각 현의 물리적 특성을 음 합성에 적용하기 위해서는 delay line의 길이를 고정시키고, E, S등 현의 특성값으로부터 파동의 이동속도를 구해 음 높이를 조절하는 방안에 대한 연구가 필요하다. 그리고 실제 음악 연주에 사용하기 위해서는 합성된 음의 envelope를 음표에 맞게 조절하는 작업이 필요하다. 또 본 논문에서는 악기의 물체를 모델링 하기 위해 단지 low-pass 필터만을 이용했고, 좀 더 정확히 합성하기 위해 실제 악기 물체의 주파수 반응을 묘사하는 필터에 대한 연구가 필요하다.

5. 참고문헌

- [1] J. O. Smith, "Physical Modeling Using Digital Waveguides," Computer Music Journal, special issue: Physical Modeling of Musical Instruments, Part I, vol. 16, pp.74-91, Winter, 1992.
- [2] Valimaki, V., Huopaniemi, M. Karjalainen, and Z. Janosy. "Physical Modeling of Plucked String Instruments with Application to Real-Time Sound Synthesis," J. Audio Eng. Soc., 44(5):331-353, 1996.
- [3] J. O. Smith, "Physical Modeling Synthesis Update," Computer Music Journal, vol. 20, no.2, , pp.44-56, Summer 1996.
- [4] D. Jaff and J. O. Smith, "Extensions of the Karplus-Strong Plucked String Algorithm," Computer Music J., no.2, pp.56, 1983
- [5] Erwin Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics, Seventh edition*, Sec. 11.2 pp.629-637, 1993.
- [6] Donald E. Hall, *Musical Acoustics, Second edition*, B/C Publishing Company, A Division of Wadsworth, 1991.
- [7] Roads, C. *The Computer Music Tutorial*. Cambridge, MA: MIT Press. 1996.
- [8] Neville H. Fletcher and Thomas D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, second edition, Springer, New York, 1997.
- [9] Griffin S, Luo H, Hanagud S, "Acoustic Guitar Function Model including Symmetric and Asymmetric Plate Modes," S. Hirzel Verlag GmbH & Co.(gw), Acoustica, V.84 N.3, 1998.
- [10] Vesa Valimaki, Tero Tolonen, and Matti Karjalainen, "Signal-Dependent Nonlinearities for Physical Models Using Time-Varying Fractional Delay Filters," ICMC'98, pp. 264-267, Ann Arbor, Michigan, Oct. 1-6, 1998.
- [11] K. A. Legge and N. H. Fletcher, "Nonlinear generation of missing modes on a vibrating string," J. Acoust. Soc. Am. 76(1):5-12,, 1984.
- [12] Vesa Valimaki, Tero Tolonen, and Matti Karjalainen, "Plucked-String Synthesis Algorithms with Tension Modulation Nonlinearity," IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1999.