

## 다중표적의 효과적인 3차원 위치추정 알고리즘

이철목\*, 이종환\*\*, 이수형\*, 윤경식\*\*\*, 이균경\*\*\*\*

\*경북대학교 대학원 전자공학과, \*\*대우정밀공업(주),

\*\*\*김천대학, \*\*\*\*경북대학교 전자전기공학부

### An Efficient Algorithm for Localizing 3D Narrowband Multiple Sources

Chul-Mok Lee\*, Jong-Hwan Lee\*\*, Su-Hyung Lee\*, Kyung-Sik Yun\*\*\*, Kyun-Kyung Lee\*\*\*\*

e-mail : lcm@palgong.kyungpook.ac.kr

※본 연구는 수중음향특화센터의 연구지원에 의해 수행되었습니다.

#### 요 약

3차원 공간상의 표적의 위치는 방위각, 고각, 거리의 세가지 요소로 나타내어 질 수 있다. 이 논문에서는 등각적 선배열 센서로 이루어진 3개의 부분센서배열을 이용한 3차원 표적의 위치추정 알고리즘을 제안하였다. 원거리 표적의 방위각 추정 알고리즘으로 근거리 표적의 방위각을 추정하면 추정된 방위각은 실제 근거리 표적의 방위각과 고각과 거리의 비선형 대수적 관계식으로 주어진다. 제안한 알고리즘은 3개의 부분센서배열에서 각각 표적을 원거리에 있다고 가정하고 원거리입체각을 추정하여 위의 대수적 관계식을 얻은 후 이들 관계식을 연립하여 실제 근거리 표적의 위치를 추정하였다. 다중표적의 경우 각각의 부분센서배열에서 추정한 원거리입체각이 어떤 표적에 대한 추정치인지 연관시켜주는 알고리즘이 필요하다. 이 논문에서는 추정한 원거리입체각의 모든 조합으로부터 3차원 MUSIC 스펙트럼값을 비교하여 그 중 표적의 개수만큼 선별하여 다중표적의 위치를 추정하였다.

#### I. 서론

수동형 소나 시스템에서 표적의 위치 추정은 매우 중요한 문제이다. 표적은 센서배열과 표적과의 거리에 따라서 원거리 표적과 근거리 표적으로 나누어진다[1]. 원거리 표적의 경우 센서에 도달한 표적신호는 평면파로 가정할 수 있으므로 출력신호의 센서사이의 시간지연은 표적의 방위각과 고각의 함수가 된다. 반면 근거리 표적의 경우 표적신호는 구면파로서 각 센서간의 시간지연은 구좌표계에서 거리와 방위각, 그리고 고각의 함수가 된다. 따라서 원거리 표적의 경우 표적의 방위각과 고각만을 구할 수 있으나 근거리 표적의 경우는 방위각, 고각, 거리로써 표적의 위치가 정해진다[4].

최근 들어 2차원 평면상의 근거리 표적의 위치추정 알고리즘에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다[3,5-7]. 하지만 3차원 공

간상의 표적의 위치추정에 대해서는 아직 연구가 초기단계라고 볼 수 있다[4]. 3차원 공간상의 근거리 표적의 위치를 추정하는 대표적인 알고리즘으로서 거리, 방위각, 고각에 대한 3차원 MUSIC 스펙트럼의 첨두치를 찾음으로써 표적의 위치를 추정하는 3D MUSIC 알고리즘을 들 수 있다. 이 알고리즘은 비교적 정확한 추정치를 얻을 수 있는 반면 방위각, 고각, 거리에 대한 3차원 탐색을 해야하므로 많은 연산량을 필요로 하는 단점을 가지고 있다. 따라서 이러한 연산량을 줄이기 위한 연구가 필수적이라 할 수 있다[3].

이종환 등은 2차원 평면상의 근거리 표적의 위치를 추정하는 비선형 삼각도법을 제안하였다[6]. 이 기법은 근거리 표적을 원거리에 있다고 가정하고 두 개의 부분센서배열을 이용하여 방위각을 추정한다. 두 개의 원거리방위각은 실제 근거리표적의 방위각과 거리와의 관계식으로 나타나므로 이들 두 관계식을 연립하여 표적의 위치를 추정한다. 이 알고리즘은 기존의 2차원 근거리표적의 위치추정 알고리즘에 비하여 적은 연산량으로 정확한 표적의 위치를 추정하는 기법이다.

이 논문에서는 기존의 비선형 삼각도법을 3차원으로 확장하여 공간상의 다중표적의 위치를 효과적으로 추정하는 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 평면 위의 3개의 등각적 선배열센서로 이루어진 부분센서배열에서 표적을 원거리에 있다고 가정하고 입체각(conic angle)을 추정한다. 추정한 입체각과 실제 근거리 표적의 거리, 방위각 및 고각으로 이루어지는 3개의 비선형 관계식을 얻은 후 이들 관계식을 연립하여 실제 표적의 거리, 방위각 및 고각을 추정한다. 이 알고리즘은 3차원 MUSIC과는 달리 3차원 탐색이 필요없고 각각의 부분센서배열에서 원거리입체각 추정에만 연산이 필요하므로 연산량을 줄일 수 있다.

다중 표적의 경우 각각의 부분센서배열에서 구하여진 추정치들을 같은 표적의 그것끼리 연관하여 주는 과정이 필요하다. 제안한 알고리즘에서는 각각의 부분센서배열에서 추정한 입체각

들을 모두 이용하여 추정된 근거리 표적의 위치 중에 표적개수만큼의 가장 큰 3차원 MUSIC 스펙트럼 값을 가지는 추정치를 선택함으로써 원거리입체각 연관문제를 해결하였다.

## II. 문제 설정

### A. 3차원 MUSIC

그림 1은 표적과 센서배열의 구조이다. 센서배열은 길이가  $D$ 인 3개의 부분센서배열로 구성되어있다. 각각의 부분센서배열은 전체 길이가  $D$ 이고  $m$ 개의 동일한 센서로 이루어진 등간격 선배열센서이며 인접한 센서 사이의 거리는  $d$ 이다. 표적은 센서배열의 중앙에 위치한 0번 센서(기준센서)로부터 거리  $R$ , 방위각  $\phi$ , 고각  $\theta$ 에 위치하고 있다.

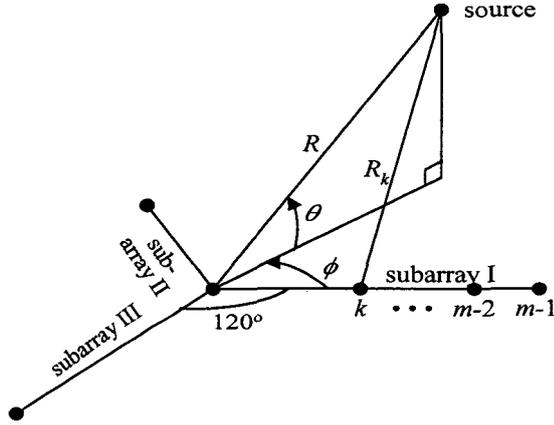


그림 1. 센서배열과 표적의 기하학적인 구조  
Fig. 1. Geometry of a source and a sensor array

3차원 MUSIC은 식 (1)로 표현되는 3차원 MUSIC 스펙트럼을 최대화하는 방위각과 거리  $(\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{R})$ 를 찾음으로써 표적의 위치를 추정한다.

$$P(\phi, \theta, R) = \frac{1}{a^H(\phi, \theta, R) E_N E_N^H a(\phi, \theta, R)} \quad (1)$$

여기서 위첨자  $H$ 는 복소 공액 전치를 의미하며  $E_N$ 은 센서 출력 공분산행렬의 잡음 부분공간을 의미한다.  $a(\phi, \theta, R)$ 는 조종벡터로서  $k$ 번째 요소는 다음의 식과 같다.

$$a^{(k)}(\phi, \theta, R) = \exp\{-i\omega\tau_k(\phi, \theta, R)\} \quad (2)$$

여기서  $\omega$ 는 표적신호의 전송 주파수이며  $\tau_k(\phi, \theta, R)$ 는 센서출력의  $k$ 번째 센서와 기준센서 사이의 시간지연항으로서 다음의 식과 같이 정의된다.

$$\tau_k(\phi, \theta, R) = \frac{1}{c_0}(R - R_k) \quad (3)$$

여기서  $c_0$ 는 표적신호의 전송속도이며  $R_k$ 는  $k$ 번째 센서와 표적간의 거리이다. 3차원 MUSIC 알고리즘은 식 (1)을 최대화하는  $(\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{R})$ 을 찾기 위하여 방위각과 고각, 거리에 대한 3차원 탐색을 해야하므로 많은 연산량이 필요하다.

### B. 원거리입체각 추정 [2]

그림 1의 부분센서배열 I의 경우 표적이 원거리에 있다고 가정하면 인접한 센서사이의 시간지연은  $d/c_0 \cos \bar{\xi}$ 로 동일하게 된다. 이때 표적의 원거리입체각 추정치  $\hat{\xi}_1$ 은 다음 식으로 표현되는 MUSIC 스펙트럼을 최대화하는  $\xi_1$ 으로부터 얻을 수 있다.

$$\hat{\xi}_1 = \text{Max}_{\xi_1} \frac{1}{a_1^H(\xi_1, \infty) E_M E_M^H a_1(\xi_1, \infty)} \quad (4)$$

여기서  $E_M$ 은 부분센서배열 I의 센서출력 공분산행렬의 잡음 부분공간을 의미하며  $a_1(\xi, \infty)$ 의  $k$ 번째 요소는 다음 식과 같이 정의된다.

$$a_1^{(k)}(\xi_1, \infty) = \exp\left\{-i\omega k \frac{d}{c_0} \cos \xi_1\right\} \quad (5)$$

부분센서배열 II와 III에 대해서도 유사한 방법으로 표적의 원거리입체각  $\hat{\xi}_2$ 와  $\hat{\xi}_3$ 을 추정할 수 있다.

## III. 제안한 알고리즘

식 (4)와 같이 추정된 원거리입체각은 식 (6)과 같이 실제 인접한 센서사이의 출력신호의 시간지연과 원거리로 가정했을 때의 시간지연인  $d/c_0 \cos \bar{\xi}$ 의 제곱오차의 합을 최소가 되게 하는 해로 볼 수 있다[7].

식 (6)을 만족시키는  $\hat{\xi}_1$ 은 최소제곱오차법으로부터 다음 식을 만족시키게 된다.

$$\hat{\xi}_1 = \min_{\xi} \sum_{k=1}^{m-1} \left[ \frac{d}{c_0} \cos \bar{\xi} - (\tau_k(\phi, \theta, R) - \tau_{k-1}(\phi, \theta, R)) \right]^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{c_0} \cos \hat{\xi}_1 &= \frac{r_{m-1}(\phi, \theta, R) - r_0(\phi, \theta, R)}{m-1} \\ &= \frac{R - R_{m-1}}{c_0(m-1)} \end{aligned} \quad (7)$$

$$D \cos \hat{\xi}_1 = R - R_{m-1} \quad (8)$$

여기서  $R_{m-1}$ 는 부분센서배열 I의 마지막 센서로부터 표적까지의 거리이며 다음 식으로 나타낸다.

$$R_{m-1} = \sqrt{D^2 + R^2 - 2RD \cos \phi \cos \theta} \quad (9)$$

식 (9)를 식 (8)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 원거리입체각 추정치와 실제 근거리 표적의 위치와의 관계식이 얻어진다.

$$\cos \theta \cos \phi = \cos \hat{\xi}_1 + \frac{1}{2}(1 - \cos^2 \hat{\xi}_1) \frac{D}{R} \quad (10)$$

마찬가지 방법으로 부분센서배열 II와 III에 대해서도 위와 같은 관계식을 구해보면 각각 식 (11)과 (12)와 같이 나타낸다.

$$\cos \theta \cos(\phi - 120) = \cos \hat{\xi}_2 + \frac{1}{2}(1 - \cos^2 \hat{\xi}_2) \frac{D}{R} \quad (11)$$

$$\cos \theta \cos(\phi + 120) = \cos \hat{\xi}_3 + \frac{1}{2}(1 - \cos^2 \hat{\xi}_3) \frac{D}{R} \quad (12)$$

식 (10), (11), (12)를 행렬로 표현하면 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$A \begin{bmatrix} D/R \\ \cos \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \hat{\xi}_1 \\ \cos \hat{\xi}_2 \\ \cos \hat{\xi}_3 \end{bmatrix} = y \quad (13)$$

$$\text{여기서 } A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(1 - \cos^2 \hat{\xi}_1) & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2}(1 - \cos^2 \hat{\xi}_2) & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2}(1 - \cos^2 \hat{\xi}_3) & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \text{이다.}$$

$A^{-1}y = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ 로 두면 추정된 표적의 위치는 다음의 식으로 나타낸다.

$$R = D/\alpha$$

$$\cos \phi = \sqrt{\beta^2 + \gamma^2} \quad (14)$$

$$\cos \theta = \beta / \cos \phi$$

다중 표적의 경우 각각의 부분센서배열에서 추정된 방위각들이 어느 표적의 그것인지를 서로 연관시키는 과정이 필요하다. 제안한 알고리즘에서는 모든 원거리입체각의 조합에 대하여 식 (14)를 이용하여 표적의 위치를 추정한 후, 이들 근거리 위치추정치에서의 3차원 MUSIC 스펙트럼 값을 계산한다. 이러한 3차원 MUSIC 스펙트럼을 비교하여 표적 개수 만큼의 가장 큰 스펙트럼을 가지는 위치추정치의 조합을 다중 표적의 위치추정

치로 선택한다. 예를 들어 표적의 개수가 2인 경우 가능한 위치 추정치의 조합은  $2^3 = 8$ 이 된다. 이들을 이용한 8개의 3차원 MUSIC 스펙트럼 중 가장 큰 스펙트럼 값을 가지는 2개를 다중 표적의 최종 위치추정치로 사용한다.

제안한 알고리즘은 각각의 부분센서배열에서 표적의 원거리 입체각을 추정하기 위한 3번의 1차원 탐색만을 필요로 하므로 3차원 탐색이 필요한 기존의 3차원 MUSIC보다 연산량이 현저히 줄어든다. 또한 원거리입체각과 실제 근거리 표적의 위치와의 관계식을 이용하여 추정치의 신뢰성을 높일 수 있으며 간단한 구조로 원거리입체각 연관문제를 해결 할 수 있다.

#### IV. 모의실험

제안한 알고리즘의 성능을 알아보기 위하여 모의실험을 수행하였다. 그림 1에 나타낸 바와 같이 각각의 부분센서배열은 표적신호 파장의 1/2의 등간격으로 배열된  $m$ 개의 센서로 이루어 졌으며 중앙의 0번 센서를 기준센서로하여 표적의 방위각을 추정하였다. 표적신호는 협대역 복소 가우시안 확률 변수로 가정하였다. 센서잡음은 센서간에 상호독립인 복소 가우시안 확률 변수로 하였고 256표본을 만들어 표본 센서출력 공분산 행렬을 구성하였다.

먼저 신호 대 잡음비에 따른 표적의 위치 추정성능을 분석하기 위하여 신호 대 잡음비를 0dB에서 10dB까지 변화시키면서 방위각과 고각의 추정오차를 분석하였다. 각각의 부분센서배열은 5개의 센서로 이루어져있고 전체 13개의 센서를 사용하였다. 표적은 부분센서길이의 5배 되는 거리에 방위각과 고각이 각각 45°가되는 곳에 위치시켰으며 100번의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 2와 3에 모의실험의 결과를 나타내었으며 그림에서  $x$ 축은 신호 대 잡음비,  $y$ 축은 추정치의 평균제곱오차를 각각 나타내었다. 그림 2와 3에서 알 수 있듯이 추정치의 평균제곱오차는 신호 대 잡음비에 따라 지수적으로 감소하였다. 주목 할 점은 신호 대 잡음비가 낮더라도 추정치의 평균제곱오차가 충분히 적은 값을 보였다. 따라서 제안한 알고리즘이 잡음이 심한 경우에도 믿을 수 있는 추정치를 준다고 볼 수 있다.

다중표적에 대한 제안한 알고리즘의 위치추정 성능을 알아보기 위하여 모의실험을 수행하였고 그 결과를 그림 4와 5에 나타내었다. 세 개의 표적이 각각  $(r, \phi, \theta) = (5D, 70^\circ, 70^\circ)$ ,  $(5D, 50^\circ, 50^\circ)$ ,  $(5D, 30^\circ, 30^\circ)$ 에 위치하고 각각의 부분센서배열은 9개의 센서로 구성되었다. 모의실험은 20번의 독립적인 실험을 하였으며 그림 4와 5는 각각 신호 대 잡음비가 0dB, 5dB 일 때이다. 그림에서 점으로 표시된 곳이 추정한 표적의 위치이며 '\*'표시가 실제의 표적의 위치이다. 제안한 알고리즘은 다중 표적의 위치 추정시 발생하는 추정치 연관문제를 해결했음을

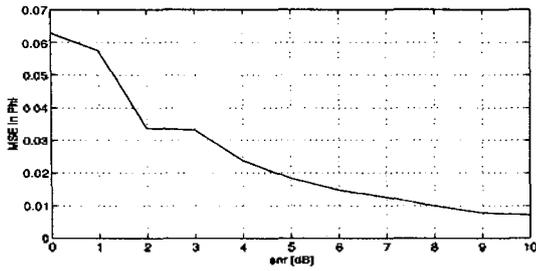


그림 2. 방위각 추정 평균자승오차

Fig. 2. MSE in bearing angle estimate.

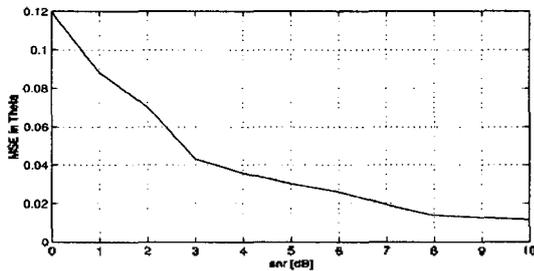


그림 3. 고각 추정 평균제곱오차

Fig. 3. MSE in elevation angle estimate.

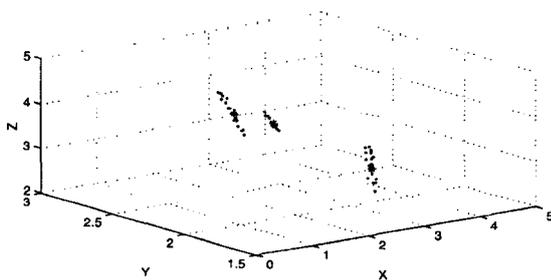


그림 4. 다중표적의 3차원 위치추정 (SNR=0dB)

Fig. 4. 3D localization of multiple sources. (SNR=0dB)

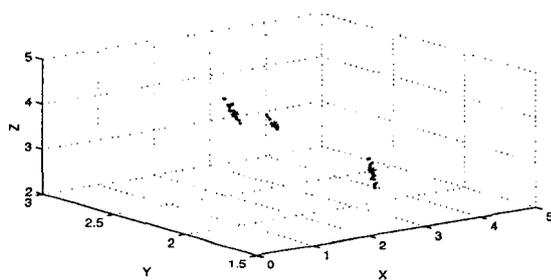


그림 5. 다중표적의 3차원 위치추정 (SNR=5dB)

Fig. 5. 3D localization of multiple sources. (SNR=5dB)

그림으로부터 알 수 있다. 신호 대 잡음비가 0dB인 경우(그림 4) 추정치의 분포가 실제값에서 약간 넓게 펼쳐져 있으나 원거리입체각 연관은 잘 수행되었음을 볼 수 있다.

## V. 결론

제안한 3차원 표적의 위치추정 알고리즘은 원거리입체각과 실제 근거리 표적의 위치와의 관계식을 이용함으로써 단순한 원거리입체각만으로 그 교점을 찾아내는 기법에 비하여 추정오차를 줄일 수 있다. 다중표적의 경우 가능한 모든 원거리입체각 조합에 대한 3차원 MUSIC 스펙트럼 값을 비교함으로써 간단한 구조로서 연관문제를 해결하였다. 또한 기존의 3차원 MUSIC과는 달리 3번의 1차원 탐색을 통하여 표적의 위치를 추정하므로 연산량을 줄일 수 있다. 따라서 제안한 알고리즘은 3차원 근거리표적의 위치추정에 효과적으로 사용할 수 있다.

## 참고문헌

- [1] D. H. Johnson and D. E. Dudgeon, *Array Signal Processing*, Prentice Hall, 1993.
- [2] R. O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," *IEEE Trans. Ant. and Propa.*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, March 1986.
- [3] D. Starer and A. Nehorai, "Passive Localization of Near-Field Sources by Path Following," *IEEE Trans. Sig. Processing*, vol. 42, no. 3, pp. 677-680, March 1994.
- [4] H. S. Hung, S. H. Chang, and C. H. Wu, "3-D MUSIC with Polynomial Rooting for Near-Field Source Localization," *ICASSP 1996*, pp. 3065-3068, 1996.
- [5] 이종환, 이균경, "대수적 경로추종에 의한 근거리 표적의 수동형 위치추정," *한국음향학회지*, vol. 17, no. 4, pp. 54-59, 1998.
- [6] J. H. Lee, C. M. Lee, and K. K. Lee, "Nonlinear triangulation ranging of near-field sources," *Electronics Letters*, vol. 34, no. 23, pp. 2207-2208, Nov. 1998.
- [7] Jong-Hwan Lee, Chul-Mok Lee, and Kyun-Kyung Lee, "A Modified Path-Following Algorithm Using a Known Algebraic Path," *IEEE Trans. Sig. Processing*, vol. 47, no. 5, pp. 1407-1409, May 1999.