

한국철도에서의 계획단계 동력차 스케줄링 최적화 및 전문가
지원시스템의 프로토타입 프로그램 개발에 관한 연구
Optimization of Planning-Level Locomotive Scheduling at KNR and
Development of Its Implementation Prototype Program

문대섭*, 김동오**
D.S. Moon, D.O. Kim

ABSTRACT

As of July 1999, 1,185 locomotives(excluding metropolitan area electric locomotives) are in Korean National Railroad(KNR). With this limited number of resources assigning locomotives to each trains of timetable is very important in the entire railway management point of view because schedule can be regarded as goods in transportation industry. On a simple rail network, it is rather easier to assign proper locomotives to trains with the experience of operating experts and get optimal assignment solution. However, as the network is getting bigger and complicated, the number of trains and corresponding locomotives will be dramatically increased to cover all the demands required to service all of the trains in timetable. There will be also numerous operational constraints to be considered. Assigning proper locomotives to trains and building optimal cyclic rotations of locomotive routings will result in increasing efficiency of schedule and giving a guarantee of more profit.

The purpose of this study is two fold: (1) we consider a planning-level locomotive scheduling problem with the objective of minimizing the wasting cost under various practical constraints and (2) development of implementation prototype program of its assigning result. Not like other countries, i.e. Canada, Sweden, Korean railroad operates on a daily schedule basis. The objective is to find optimal assignment of locomotives of different types to each trains, which minimize the wasting cost. This problem is defined on a planning stage and therefore, does not consider operational constraints such as maintenance and emergency cases. Due to the large scale of the problem size and complexity, we approach with heuristic methods and column generation to find optimal solution. The locomotive scheduling prototype consists of several modules including database, optimization engine and diagram generator. The optimization engine solves MIP model and provides an optimal locomotive schedule using specified optimization algorithms. A cyclic locomotive route diagram can be generated using this optimal schedule through the diagram generator.

* 한국철도기술연구원 선임연구원

** 한국철도기술연구원 주임연구원

1. 서 론

전체 열차운영비용 중 약 30%를 차지하는 동력차 운용문제는 철도시스템 전체에 있어 매우 핵심적인 위치를 차지하고 있을 뿐만 아니라 열차운영의 효율성 척도에 있어 매우 중요한 지표가 된다.¹⁾ 한국철도에서의 동력차 운용은 수송요구에 따라 배정되는 화차 운용과는 달리 수송실적 분석 및 수송계획에 따라 정해진 열차운전시각표를 기본으로 운용스케줄이 작성되고, 이러한 운용스케줄에 따라 가용 동력차를 배정하는 방식으로 운영되고 있다. 단순한 노선 상에서는 열차운행을 위한 동력차 운용스케줄의 최적화가 비교적 쉽게 이루어질 수가 있으나, 점점 복잡해지고 다양한 해지는 철도네트워크 상에서는 각기 다른 행선지와 특성을 지닌 열차들을 대상으로 스케줄을 수립해야하기 때문에 실질적으로 고려해야 할 제한 변수가 많아지게 되어, 운용전문가의 경험만으로는 기존의 운용스케줄을 크게 변경시키기 어렵고 부분적인 보완밖에 할 수 없으므로 전체적인 최적화에는 무리가 따르게 된다. 본 연구에서는 한국철도가 보유하고 있는 동력차들을 효과적으로 운용하기 위하여 수리계획 모델을 정립하고, 이의 최적해를 도출하여 효율적인 운용스케줄 대안을 제시하여 이러한 대안을 기반으로 계획전문가가 운용스케줄을 수립할 때 의사결정을 하기 위한 기본안으로 효과적으로 활용할 수 있도록 전문가 지원시스템을 개발함으로써 열차운영의 효율성을 향상시키고자 한다.

2. 한국철도에서의 동력차 운용현황

1999년 7월 현재 한국철도가 보유하고 있는 동력차는 1,185 대로써 여객과 화물수송을 겸용할 수 있는 디젤기관차가 주종을 이루고 있으며, 전철망 확충으로 인하여 전기동차는 꾸준히 그 숫자가 증가하고 있다.²⁾ 앞으로 경부고속철도와 연계 운영을 위해 기존선의 전철화가 진행된다면 전기기관차의 소요는 더욱 늘어나고, 또한 도시간 수송을 담당하는 디젤 동차의 보유량 역시 증가할 것으로 기대된다. 한국철도에서 활용중인 디젤기관차는 주로 입환용으로 쓰이는 소형기관차 2000~2100호대와 3000~3200호대를 비롯해 통일호 등의 여객열차 견인을 위해 사용되는 중형기관차인 4000~4300호대, 무궁화, 새마을호 등의 여객열차를 위해 사용되는 대형기관차 7000~7400호대, 요구 견인마력이 큰 영동·태백선 등지의 여객열차와 화물열차 견인에 사용되는 7500호대와 8000호대 등 여섯가지 유형의 기관차로 구분된다. 특정 목적을 위한 노후화된 기관차들은 점차 사라지고 7000호대 이상의 대형기관차 위주로 신조도입되고 있는 추세이다. 한국철도에서는 열차견인 늘 위해 해당 열차가 필요로 하는 견인마력 이상의 견인력을 열차시각표에 명시된 운전속도 이상으로 발휘할 수 있는 동력차종 중 하나로 선정해 투입하고 있으며, 한 열차는 단일 동력차 또는 해당 차종의 중련편성에 의해 견인되도록 운영 중에 있다.³⁾ 동력차의 운용율은 검수율과 반대되는 개념으로 동력차의 운용율이 낮다는 것은 차량검수를 위해 운용중인 동력차의 비율이 낮다는 것을 의미하며, 열차운영상의 안전을 위해 검수율을 높인다면 이는 곧 동력차의 운용을 감소시키는 결과가 되어 동력차량의 소요량이 늘어나는 결과를 초래하게 된다. 동력차 한대당 주행거리를 살펴보면, 주행거리가 많다는 것은 운용효율면에서는 긍정적이지만 열차안전문제와 관련해서는 열차의 피로도를 높이는 결과가 되어 동력차 운용에 신중을 기해야 하는 실정이다.

3. 동력차 운용스케줄의 최적화를 위한 모델링

3.1 동력차 운용스케줄 최적화 문제의 개요

동력차 운용스케줄 최적화 문제는 열차운전시각표 상에 명시되어 있는 모든 서비스(열차운행,

demand)를 최소의 비용으로(목적, objective) 충족시키는 투입 동력차(자원, resources) 집합을 발견(의사결정, decision making)하고자 하는 것으로 이론적 문제영역은 자원할당(Resource Allocation) 문제에 속한다. 자원할당 문제는 요구되는 서비스 또는 경제적 행위를 최소한의 비용을 들여 또는 최대한의 얻을 수 있도록 수행하기 위하여 제한되어 있는 자원을 효율적으로 투입하기 위한 대안을 얻고자 하는 문제이다.⁴⁾ 본 연구에서는 동력차 운용스케줄 최적화 문제를 조합 최적화 문제로 모델링을 하고, 모델에 대한 최적해를 도출하기 위한 방법으로 수리계획법(Mathematical Programming)의 일종인 정수계획법(Integer Programming)을 적용한다.

본 연구에서의 동력차 운용스케줄 최적화 모델은 열차운전시각표 상에 명시된 모든 열차들에 대해 한정된 수의 동력차들을 이용하여 모든 열차들을 효율적으로 견인하기 위한 계획을 도출하기 위한 것으로 요약할 수가 있으며, 이들을 모델로 수립하기 위해서는 동력차종별로 어떠한 유형의 차종이 어떠한 열차에 배정되는지의 여부를 결정변수로 하는 혼합정수계획법(MIP, Mixed Integer Programming)에 의한 모델설정이 적합하다. 모델 수립시에는 그 모델을 가장 잘 표현할 수 있는 목적함수식 및 관련 제약조건식을 작성하는 것, 그리고 이러한 모델의 해를 도출하기 위한 가능한 기법들 중에서 가장 적합하면서 계산시간을 줄일 수 있는 기법을 찾아내는 것이 중요하다.

3.2 해외 연구사례

현재까지 연구된 동력차 배정문제는 크게 다음의 몇 가지 유형으로 구분되어질 수 있다. 첫째, 가장 간단한 유형으로서 고려된 동력차종은 한 종류이며, 각각의 열차는 한 대의 동력차에 의해 견인되는 경우이다. 이러한 유형은 minimum cost flow 문제로 모델링하여 해를 도출할 수 있다. 두 번째 유형으로는 복수의 동력차종을 보유하나, 열차는 한 대의 동력차에 의해 견인되는 경우로 첫 번째의 경우보다 다소 복잡하다. 이런 유형은 다수의 기지를 갖는 bus scheduling 문제와 같은 유형으로써, multi-commodity flow 문제로 모델링한 뒤 해를 도출해 낼 수가 있으며, 많은 연구자들에 의해 연구가 수행되어왔다. 마지막 세 번째 유형으로는 여러 다른 유형의 동력차종이 존재하고 열차를 견인하는데 다른 종류의 동력차들이 복수로 사용될 수 있는 경우이다. Florian 등은 Benders Decomposition을 이용하는 방법을 소개하였으나, Problem의 size가 커지면 만족할 만한 결과를 얻기가 힘들게 된다. Ziarati 등이 Multi-commodity로 모델링하여, 여러 개의 소규모 문제로 전환하여 각각의 문제를 Dantzig-Wolfe decomposition을 이용하여 문제를 풀었다. 이들은 현재 운행 중에 있는 캐나다 철도회사의 1300대의 동력차와 2000대 이상의 열차를 대상으로 하였으며, 이들이 얻은 결과는 기존의 스케줄링 결과보다 7%의 효율성 향상을 가져오게 되었다.⁵⁾ 세 번째 유형의 가장 최근에 이루어진 연구는 Nou 등이 스웨덴 국철의 동력차 배정문제에 관해 수행한 연구으로써 휴리스틱 기법에 의해 스케줄링을 도출한 것이다.⁶⁾ 현재까지 이루어진 연구들을 종합해보면 최적 대안은 아니지만 개량안의 도출이라는 관점에서 휴리스틱 기법을 많이 이용하고 있는 추세로 연구를 진행하고 있다. 이는 곧 시간이 오래 걸리는 최적대안의 도출보다는 짧은 시간내에 개량안을 도출할 수 있는 휴리스틱 알고리즘의 개선으로 계산시간을 많이 줄일 수 있는 현실적인 방법론에 초점이 맞추어지는 것을 의미한다.

현재 한국철도는 일일다이하의 열차운전시각표에 의해 몇몇 중련 가능한 동력차를 제외하고는 단편성으로 열차를 견인하고 있어, 위에서 열거한 유형 중 두 번째 유형이 가장 적합하다고 할 수 있다. 세 번째 유형은 검수주기를 고려하고 동력차 운용다이하가 일주일 이상의 간격으로 되어있으며, 다른 종류의 동력차를 복수로 투입할 수 있다는 점에서 한국철도와는 상이하지만 이들 문제가 복잡하고 large-scale임에 비해 휴리스틱 기법에 의해 상대적으로 짧은 시간 안에 최적해를 도출했다는 점에서 이들의 모델이 향후의 한국철도 동력차 배정에 응용이 될 것으로 기대된다. 이들

외국철도들은 시발역과 종착역뿐만 아니라 중간역에서도 동력차를 교체할 수 있고, 이는 캐나다, 스웨덴 같은 광대한 대륙에서는 더욱 효율적인 운영방법이 될 수 있다. 한국철도가 장래에 남북철도를 연결하고 TSR(Trans Siberian Railroad), TCR(Trans China Railroad)등 대륙횡단노선을 건설하게 되면 현재의 도착역들은 이들 노선 상에서는 중간역으로의 역할을 하게 되어 외국의 경우와 같은 모델링이 효율적이 될 수 있을 것이다.

3.3 동력차 운용스케줄 최적화 모델

동력차 운용계획의 최적화에 사용되는 목적함수식은 동력차 운행시 소요되는 비용을 최소화하기 위함이며, 이들 비용은 다음의 세 가지 세부비용의 합으로 표현 가능하다. 즉,

AC = 동력차종별 투입비용에 대한 분당 페널티

DC = 동력차종별 OD(시종착역/Origin, Destination)간 분당 회송(Deadheading)비용

WC = 동력차종별 출발역에서의 분당 대기비용

의 합을 의미한다. 이와 같은 비용함수를 이용한 동력차 운용계획 최적화 모델은 다음과 같다.

$$\text{Min} \sum_{i,j,t} (AC_t \cdot M_{ijt} + DC_t \cdot LT_{ij} + WC_t \cdot WT_{ij}) X_{ijt}$$

$$\text{s.t} \sum_{j,t} X_{ijt} = 1 \text{ for } \forall i \quad (1)$$

$$\sum_{j,t} X_{jit} = 1 \text{ for } \forall i \quad (2)$$

$$\sum_{j,t} (t \cdot X_{ijt}) - \sum_{j,t} (t \cdot X_{jit}) = 0 \text{ for } \forall i \quad (3)$$

$$\sum_{i,j} M_{ijt} X_{ijt} \leq UB_t \text{ for } \forall t \quad (4)$$

$$X_{ijt} \leq R_{it} \cdot R_{jt} \text{ for } \forall i, j, t \quad (5)$$

where,

i, j: 운행되는 열차번호로서 i는 전입열차, j는 후입열차번호 (i, j = 1, ..., 열차수)

t: 사용동력차종 (t = 1, ..., 동력차종수)

LT_{ij}: 열차 i를 견인한 후 열차 j를 견인하기 위해 소요되는 회송시간

WT_{ij}: 열차 i를 견인하고 열차 j를 견인할 때 필요한 대기시간

M_{ijt}: 전입열차 i와 후입열차 j를 열차를 견인하는데 사용된 동력차 대수

X_{ijt}: 동력차 t가 열차 i와 열차 j를 pair로 견인할 때 1이 되는 변수

R_{it}: 동력차 t가 열차 i를 견인가능하면 1이 되는 수

UB_t: 동력차종 t의 사용가능대수

위의 모델에서 사용된 제약조건식에 대한 설명은 다음과 같다.

(1), (2) : 동력차 t에 의해 전입열차와 후입열차가 반드시 하나씩 견입되어야 함

(3) : 전입열차와 후입열차는 같은 차종의 동력차에 의해 견입되어야 함

(4) : 동력차종 t의 사용가능한 상한 대수

(5) : X_{ijt}는 동력차 t의 견인가능성 여부에 따르는 0-1 변수

모델에 포함된 비용계수를 계산하기 위해 AC는 동력차종별 신조도입단가와 내구연한을 기준으로 동력차 투입비용을 산출하였으며, DC는 동력차의 불가피한 회송(대개의 경우 단행운전으로 운행표정속도는 70km)으로 인해 OD간 운행시간에 따라 발생하는 비용을 산출하였고, WC는 각 역

에서의 출발시간까지 소요되는 대기시간에 따라 발생가능한 비용을 산출하였다. 특히 회송시간의 경우에는 전입열차의 종착역과 후입열차의 시발역이 동일할 경우에는 해당역에서의 동력차 최소 반복시간(Minimum Turnaround Time)으로, 다른 경우에는 두 역간을 동력차가 단행운전할 경우 소요되는 운행시간으로 간주하였다. 한국철도 네트워크 상에는 65개의 서로 다른 OD가 존재하며, OD간 운행시간 계산을 위해서 STT(Shortest Travel Time) 알고리즘을 적용하였다.

4. 동력차 운용안의 수립

4.1 동력차 운용스케줄 모델의 최적해 도출

최적화란 대상 문제의 해가 될 수 있는 가능해 집합 중에서 가장 좋은 해, 즉 글로벌 최적해를 발견하는 과정이라 할 수 있다. 동력차 운용계획 문제와 같이 문제의 규모가 매우 큰 경우에는 글로벌 최적해를 구한다는 것이 거의 불가능에 가깝거나, 글로벌 최적해라는 것을 보장할 수 있는 방법 자체가 없는 경우가 많기 때문에 로컬 최적해를 구하는 것이 더 나은 대안이라 할 수 있다. 실제로 많은 경우에 글로벌 최적해를 구하는 것이 필수적으로 요구되지는 않으며, 많은 시간이 소요되나 해의 개선이 별로 진전되지 않는 글로벌 최적해보다는 보다 짧은 시간 내에 얻을 수 있는 만족할 만한 수준의 로컬 최적해가 더 바람직한 경우가 대부분이다. 동력차 운용 중에서도 이례 사태 발생 등의 예외상황에 따른 열차운행시간 조정으로 인한 동력차 운용스케줄의 응급 조정과 같은 Realtime Rescheduling 문제의 경우에는 최대한 빨리 어떠한 해라도 구하는 것이 훨씬 더 가치가 있다고 할 수 있다. 위에서 언급한 동력차 운용계획 모델에 대해서도 경부선 한 노선에서 서비스되어야 하는 88개의 열차에 대한 글로벌 최적해를 구할 경우 상용화된 MIP 패키지를 사용해 1시간 이상의 계산시간이 소요되었고 서비스되어야 하는 열차의 수가 증가할수록 계산시간이 지수적으로 급속하게 증가하였다.

동력차 운용계획 문제나 승무원 운용계획 문제와 같이 대규모 조합최적화 문제(Large-Scale Combinatorial Optimization Problem)의 최적해를 구하기 위한 방법은 <그림 1>과 같이 Column Generation 기법과 Branch-and-Bound를 함께 적용하는 것이 현재의 추세이다.

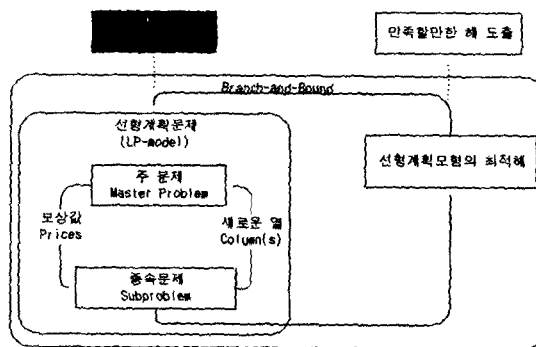


그림 1. 대규모 최적화 문제의 최적해 도출 절차

4.2 동력차 운용스케줄 작성을 위한 프로그램의 개발

본 연구에서는 동력차 운용스케줄 최적화 모델에서 도출된 해를 기반으로 동력차 운용안을 생성할 수 있도록 전문가 지원시스템의 시스템 설계를 수행하고 프로토타입 프로그램을 개발하였다. 원형 프로그램은 시스템의 설계 과정에서 작성된 상세사양을 모두 만족하기보다 시스템의 전체적 개념과 주된 기능을 구현하는데 중점을 두어 개발되었으며, 데이터베이스 또한 현 단계에서의 시

시스템의 기능을 구현하기 위해 요구되는 데이터들로만 구성되었다. 다음은 <그림 2>와 같이 개발된 프로토타입 프로그램의 구성요소들에 대한 설명을 나타낸다.

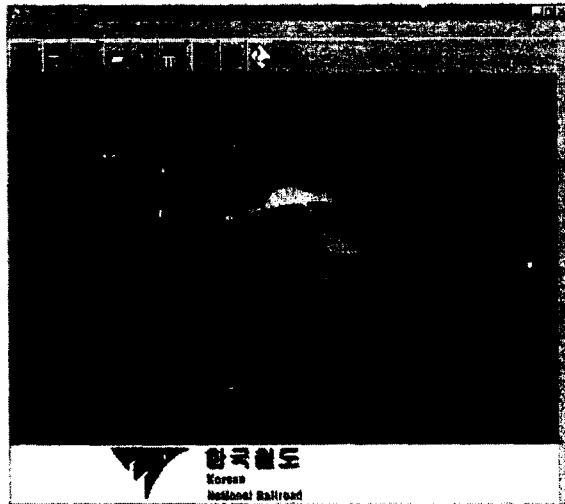


그림 2. 프로토타입 프로그램

1) 데이터베이스

최적화에 필요한 열차운행시각정보, 역간 운행시간정보, 동력차 운용관련 비용정보, 한국철도가 보유중인 동력차의 유형 및 그 보유대수 정보를 수집하여 비주얼 베이직(Visual Basic)의 기본 데이터베이스인 Access(MDB) 형식으로 데이터베이스를 구성하였다. 원형 프로그램에서의 데이터 관리자는 데이터를 최적화 엔진에서 처리하기 위해 시스템 내부적으로 요구되는 데이터 형식으로 변환하여 최적화 엔진 프로그램의 사용에 제공하는 Communication 모듈의 기능을 수행한다. <그림 3>는 열차시각정보에 대한 데이터베이스 테이블을 나타낸다.

ID	숫자	일련번호
start_station	숫자	출발역번호
start_time	숫자	출발시간
start_minute	숫자	출발 분
end_station	숫자	도착역번호
end_time	숫자	도착시간
end_minute	숫자	도착 분
loco_type1_yn	숫자	동력차 Type 1 투입가능여부
loco_type2_yn	숫자	동력차 Type 2 투입가능여부
loco_type3_yn	숫자	동력차 Type 3 투입가능여부
loco_type4_yn	숫자	동력차 Type 4 투입가능여부
loco_type5_yn	숫자	동력차 Type 5 투입가능여부
loco_type6_yn	숫자	동력차 Type 6 투입가능여부
loco_type7_yn	숫자	동력차 Type 7 투입가능여부

실수(Double)
지름
대니오
매(중복 불가능)

그림 3. 열차시각정보의 데이터베이스 테이블

2) 최적화 엔진

최적화 엔진은 수학적 모델의 최적화 과정에서 요구되는 데이터들을 기반으로 최적해를 도출하는 역할과 도출된 최적해를 통해 동력차 운영표를 생성하기 위해 필요한 동력차 운용계획안을 산출하는 기능을 수행한다. 원형 프로그램에서는 계산시간을 고려하여 Column Generation 기법과 Branch-and-Bound 기법을 사용하여 Optimizer의 역할을 수행하도록 하였으며, 시스템 내부에서 처리가능한 데이터들을 입력받고 변환하는 기능을 담당하는 별도의 모듈을 작성하였다.

3) 운용표 생성기

동력차 운용계획안을 수학적 모델에서 도출된 최적해를 분석데이터로 사용해 산출한 뒤 이를 활용하여 동력차 운용표를 생성하는 역할을 담당한다. 원형 프로그램에서는 사용자가 생성된 동력차 운용표를 직접 수정, 변경해가며 이에 대한 결과를 최적화 엔진에서 생성된 동력차 운용계획안에 반영하여 시뮬레이션할 수 있는 기능은 제외되었다. <그림 4>는 도출된 최적화 모델의 해를 기반으로 수립한 동력차 운용안을 동력차 운용표로 생성한 화면이다.

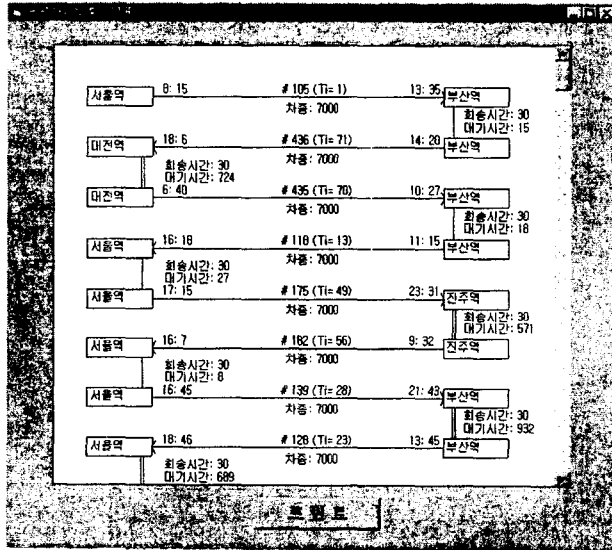


그림 4. 동력차 운용표

5. 결론 및 향후과제

철도 시스템의 운영은 요구되는 수송수요를 충족시키기 위한 열차의 운영을 중심으로 이루어진다. 철도 시스템의 운영목표로써, 주어진 수송요구를 달성하며 최대한의 영업이익을 창출해내기 위해서는 열차운영 효율성의 향상이 필수적이다. 열차의 운영은 예측된 수송수요에 따라 필요한 열차를 계획하고 열차종별에 따라 투입될 동력차와 객차, 승무원의 운용스케줄을 마련하기 위한 계획단계와 열차의 실제 운행시점에서 요구되는 철도차량별 검수관리, 사고 및 지연 등의 이례사태 처리, 운행실적관리 등을 위한 운용단계로 구분할 수 있다. 동력차 운용스케줄의 작성은 수송수요 예측에 따라 계획된 열차운전시각표상의 모든 열차들을 효율적으로 운행하기 위해 투입할 동력차종을 선정하고, 이에 따른 동력차 운용표를 작성함을 의미하는 것으로 열차운영의 계획단계

에서도 핵심적인 위치를 차지한다. 지금까지 한국철도에서는 동력차 운용스케줄 작성이 계획전문가의 지식과 경험에 의존하여 수작업에 의해 수행되어왔다. 열차운영과 관련된 지식과 경험이 풍부한 계획전문가를 양성하는 데에는 오랜 시간과 노력이 소요되며, 점차 복잡해지고 다양해지는 철도 네트워크 상에서 수작업에 의해 급변하는 철도환경에 적합한 효율적인 운용스케줄을 도출한다는 것은 매우 어렵고 많은 시간이 요구되는 일이다.

본 연구에서는 각기 다른 특성을 지닌 열차들의 요구를 충족시키기 위해 필요한 효율적인 동력차 운용스케줄의 작성방안을 제시하였다. 동력차 운용스케줄의 최적화를 위한 이론적 모델과 그로부터 해를 도출하기 위한 방안을 제시하였다. 계획전문가가 동력차 운용스케줄을 효과적으로 작성할 수 있도록 하기 위해서는 운용안을 도출하기 위해 필요한 정보들의 데이터베이스가 구축되고 관련된 비용계수들을 자신의 경험에 비추어 다양하게 변화시켜가며 시뮬레이션해 볼 수 있어야 하며, 도출된 해로부터 동력차 운용표를 생성하는 것이 용이해야 한다. 이와 같은 역할을 수행하기 위해 요구되는 전문가 지원시스템을 설계하였으며 주요 기능들을 중심으로 프로토타입 프로그램을 구현하였다.

향후에는 한국철도에서 운행되는 모든 열차들을 대상으로 계획실행을 위한 운용단계의 동력차 운용안을 도출할 수 있도록 적용범위를 확장시키고 이론적 모델식으로부터 현실적인 운용안이 도출될 수 있도록 연료비, 감가상각비, 시종착역별 대기시간, 선로의 점유 등에 대해 철도청 관련부서에서 작성한 자료를 참고하여 관련 비용계수들이 현실에 맞는 데이터가 되도록 수정, 보완하도록 해야한다. 또한 강력한 최적화 라이브러리를 제공하는 소프트웨어 개발 지원도구들과 모델식에 대한 relaxation 등을 통해 적용범위를 확장했을 경우에도 적절한 시간내에 효과적으로 동력차 운용안이 도출될 수 있도록 해야 할 것이다.

[참고문헌]

- 1) 철도청, 경영성적보고서, pp. 3~9, 1997
- 2) 철도청, 동력차운용표, pp. 4 ~ 9, 1994
- 3) 철도청, 열차운전시행절차, pp. 14 ~ 41, 1997
- 4) iLOG, *ILOG Optimization Suite* - white paper, 1998
- 5) Koorush Ziarati, et al., "Locomotive assignment with heterogeneous consists at CN North America", *European Journal of Operational Research*, pp. 281 ~ 292, 1997
- 6) Andreas Nöu et al., "Weekly locomotive scheduling at Swedish State Railways", *Large-Scale Combinatorial Optimization with Applications*, pp. 107 ~ 121, 1997