

중간 축을 고려한 기어 구동장치의 신뢰수명 평가 Reliable life evaluation of gear driving system for the intermediate shaft

진정선, 김하수, 강희용, 양성모
전북대학교 기계공학부

Abstract

This thesis presents the design method using CAE(Computer Aided Engineering) with the consideration of reliability for optimal gear driving system. The validity and feasibility of the proposed method are verified by the application to transmission of machine tool.

The reliability and life analysis is based on the two-parameter Weibull distribution lives of the gears and bearings. Ninety-percent of reliability life is the life of the component or system in million output rotations or hours at which ninety percent of identical components or system would survive under the given loading conditions.

제1장. 서론

동력전달장치 중에서 기어 및 기어장치는 확실한 속도비와 작은 구조, 좋은 효율 큰 회전력을 전달할 수 있으므로 공작기계, 항공기, 자동차, 산업기계, 건설기계, 선박, 철도차량 등과 사무용 및 계측기계, 자동화장비 등 거의 모든 산업분야에 기계공학이 집적되어 주로 구동 및 동력전달을 위해서 사용되고 있다.

기어장치의 설계는 먼저 법규제 대응, 동력 성능, 신뢰성, 내구성, 서비스성, 코스트, 중량 등을 고려하여, 기계 사양, 주요 요구품질, 기본 제원, 구조결정을 하고 이를 근간으로 하여 각 요소부품 설계를 한다.

최근 공학기술의 발전으로 기본 기능설계에

서부터 제품의 제작에 이르기까지 적용 가능한 기계요소의 컴퓨터 시뮬레이션화가 보편화되어 있고, 또한 소형화, 고속화, 고강도화와 고신뢰화 등으로 발전하고 있다.

정, 지 및 변¹⁾은 PC상에서 간편히 수행할 수 있는 강도평가 시스템과 치차설계 전문가 시스템을 개발하였고, 양²⁾은 라비니오 유성기어의 신뢰성 및 수명에 관한 연구에서 기어 시스템의 수명분포를 예측할 수 있는 알고리즘을 개발하였고, Okada 등³⁾은 기어의 피로강도를 증가시키는 칩탄치차를 연구하였다. G. Cockerham과 D. Waite⁴⁾는 동력전달에 가장 많이 쓰이는 스퍼기어와 헬리컬기어의 설계에 신뢰성방법을 이용하였으며, M. Estrin⁵⁾은 기어 물림의 최적화방법을 비선형 수학적 프로그래밍 기법으로 다루었다. M. Savage와 C. K. Brikmanis⁶⁾는 베벨기어 장치와 헬리콥터 변속기의 시스템 신뢰성 모델을 제시하여 시스템해석과 시뮬레이션을 가능하게 하였고, 하중에 의한 맞물림 현상의 변형을 예측하는 방법을 기술하였으며, Simon⁷⁾은 스퍼기어와 헬리컬기어의 하중과 응력분포를 연구하였다.

기어에 대한 접촉해석과 강도설계 등 많은 연구가 이루어졌으나 스퍼기어와 베어링 등을 하나의 시스템으로 중간축까지 고려한 수명 및 신뢰성 해석은 다소 미흡하였다.

복잡한 기어구동장치의 설계시 신뢰성 해석과 평가는 반드시 고려되어야 하며 이때 중간축의 배치와 하중해석은 필수적이라 할 수 있다. 그러므로 공작기계에 주로 쓰이는 3축 동력전달 장치를 해석하고자한다.

제2장. 작용하중

기어의 신뢰성 설계에 있어서 결정할 항목은 입력속력, 입력토크, 감속비, 모듈, 잇수, 재질, 압력각, 치폭, 하중, 기어의 종류 선정 등이다. 기어의 형상과 하중을 해석하기 위해 단순화한 그림 Fig.1의 3축으로 이루어진 복식물림 기어 장치를 알아본다.

2-1. 스퍼 기어 이에 작용하는 하중

하중을 계산하기 위해, 해석은 1개의 이에 전하중이 작용하고 치폭 전체에 균일하게 분포되고 능률적인 기어열이라 가정한다. 출력 토크는 입력토크에 감속비를 곱한 것으로 나타낼 수 있다.

$$T_o = n T_i \quad (1)$$

그리고 중간축에 있는 기어 위에 작용하는 하중은 모든 배치에 대하여 입력기어와 출력기어 위에 작용하는 하중과 같다. 임의의 물림에서 기어에 작용하는 접선방향의 하중 F_t 와 반지름방향의 하중 F_r 은 다음과 같다.

$$F_t = \frac{T}{n_p r} \quad (2)$$

$$F_r = F_t \tan \psi \quad (3)$$

2-2. 입·출력축 베어링에 작용하는 하중

베어링의 접선하중은 기어의 물림에서 접선하중 면에 작용하는 베어링 상의 반경하중 성분으로 작용된다. 한 베어링에 대한 모멘트를 취함으로써 다른 베어링에서 반작용 하중에 대한 식을 구할 수 있다.

$$F_{ta} = \frac{F_t B}{A+B} \quad (4)$$

$$F_{tb} = \frac{F_t A}{A+B} \quad (5)$$

$$F_{ra} = \frac{F_r B}{A+B} \quad (6)$$

$$F_{rb} = \frac{F_r A}{A+B} \quad (7)$$

여기서 F_t 와 F_r 은 기어에 작용하는 접선하중과 반경하중이고, F_{ta} 와 F_{tb} 는 베어링의 접선하중 성분이며, F_{ra} 와 F_{rb} 는 반경하중 성분이다.

2-3. 중간축 베어링에 작용하는 하중

두 개의 기어를 지지하는 중간축에 들어가는 복식물림 스퍼기어 감속은 Fig.1에서 보는 바와 같이 네 개의 기어와 여섯 개의 베어링으로 구성된다. 네 개의 기어를 지지하는 세 개의 축이 한 평면에 있으면 입력과 출력축은 동일 선상에 있게 되고, 다른 평면에 있다면 입력과 출력축은 다른 선상에 있게 된다. 입력과 출력 기어는 단식물림이 갖는 동일한 두 개의 배치 형태를 갖고 중간축은 Fig.2에서처럼 네 가지 형태로 지지된다.

둘다 스트레들의 경우 중간기어는 양쪽 베어링에 의해 지지되고, 둘다 오버행의 경우 중간기어는 두 개의 베어링 양쪽에 놓이게 된다. 출력기어 오버행의 경우 입력쪽 중간기어는 두 개의 베어링 사이에 위치하고 출력쪽 중간기어 안쪽에 두 개의 베어링이 위치한다. 또한 입력기어 오버행의 경우에서 두 개의 베어링은 출력쪽, 중간기어는 스트레들로 입력쪽 중간기어는 오버행으로 위치한다.

이들 베어링 사이의 거리 C, D, E를 보면, C와 E는 기어로부터 두 개의 베어링까지의 거리를 나타내고, D는 두 개의 기어 사이의 거리를 나타낸 것이다. 양의 축각 Σ 는 입력 쪽에서 보았을 때 중간 축에 대하여 입력축에서 출력축까지 반시계방향으로 측정된다.

Fig.1에서 보는 바와 같이 중간축은 두 개의 베어링과 두 개의 기어를 지지한다. 중간축 베어링 상의 반력을 구하기 위해, Fig.3은 두 개의 스트레들로 이루어진 중간축의 세 방향의 그림을 나타낸 것이다. 베어링에서 기어까지의 거리를 두 기어 사이에 놓여 있는 베어링에 대하여 음의 값을 취함으로써 이 해석은 다른 세 가지 경우에도 적용할 수 있다.

단일 기어의 지지 해석에서 반경방향 베어링 하중에 대한 해석은 출력기어 물림 상의 접선하중과 반경하중의 방향으로 수행된다. 입력기어 반력과 반경을 힘과 거리로 구하기 위해 다음 식이 주어진다.

$$W_t = F_{ri} \sin \Sigma + F_{ti} \cos \Sigma \quad (8)$$

$$W_r = F_{ri} \cos \Sigma - F_{ti} \sin \Sigma \quad (9)$$

$$r_{ti} = r_i \sin \Sigma \quad (10)$$

$$r_{ri} = r_i \cos \Sigma \quad (11)$$

첫 번째 베어링에 대한 합 모멘트는 두 번째 베어링 상의 하중에 대한 식으로 주어진다.

$$F_{tb} = \frac{-C W_t + (C + D) F_{to}}{C + D + E} \quad (12)$$

$$F_{rb} = \frac{C W_r + (C + D) F_{ro} - r_o F_a}{C + D + E} \quad (13)$$

첫 번째 베어링의 접선과 반경하중은 힘의 평형으로부터 구할 수 있다.

$$F_{ta} = W_t \mp F_{to} + F_{tb} \quad (14)$$

$$F_{ra} = W_r \pm F_{ro} - F_{rb} \quad (15)$$

3장. 신뢰수명

3-1. 요소의 수명과 신뢰성

구름요소인 베어링과 기어에 부하된 표면은 수없이 반복되는 하중에 의하여 표면피팅이 발생하고 이로 인하여 파손된다. 이 반복하중으로 인한 표면피팅 피로가 구성요소에 대한 파손형태이다.

부하된 하중으로 파손된 반복하중수의 관계로부터 파손을 예측하기 위한 모델이 Lundberg - Palmgren 모델이다. 2-변수 웨이블 분포를 사용하여 피로수명 데이터를 정리함으로써 부품의 신뢰성을 파손확률로 나타낼 수 있다.

$$F(l) = 1.0 - e^{-(\theta/l)^b} \quad (16)$$

여기서 $F(l)$ 은 파손확률이고, l 은 백만 하중사이클이나 시간으로 표현되는 부품수명이고, θ 와 b 는 웨이블 변수이다.

웨이블 신뢰성함수는 다음과 같이 나타낸다.

$$\ln\left(\frac{1}{R}\right) = \left(\frac{l}{\theta}\right)^b \quad (17)$$

90% 잔존확률에 대하여 $R = 0.9$ 이고, $l = l_{10}$ 으로 하면 수명에 대한 해는 다음과 같다.

$$\theta = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right)^{-1/b} l_{10} \quad (18)$$

식(18)은 웨이블 지수 b 와 90% 신뢰수명의 함수로써 특성 수명을 나타낸 것으로 식(17)에 θ 를 대입하면 다음과 같다.

$$\ln\left(\frac{1}{R}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \left(\frac{l}{l_{10}}\right)^b \quad (19)$$

식(19)은 베어링의 2-변수 웨이블 분포 특성

을 나타내며, 신뢰성에 대한 수명은 특성하중에 대한 것으로 l_{10} 수명을 구한다. 이 하중 F_i 는 요소의 동적용량 C_i 와 관계가 있다.

$$l_{10} = \left(\frac{C_i}{F_i}\right)^p \quad (20)$$

여기서 요소의 동적용량 C_i 는 백만회전 사이클의 90%신뢰성 수명을 갖는 하중을 나타내며, F_i 는 요소에 작용하는 하중이고 p 는 하중-수명 지수이다.

기어 이의 표면 피팅파손만을 고려하여 기어의 수명과 신뢰성은 정확한 연속확률법칙으로 나타낼 수 있는데, 이는 기어의 고속회전과 떨어진 파편이 다른 이의 파손을 가속화할 수 있다. 그러므로 기어의 신뢰성 R_g 는 기어에서 각 이의 신뢰성 R_t 들의 곱으로 나타낸다.

$$R_g = R_t^{N_g} \quad (21)$$

여기서, N_g 는 기어의 잇수이고, R_t 는 기어의 신뢰성이다. 기어 이의 신뢰성은 동일 기어의 다른 이의 신뢰성과 같다. 식(21)을 수명의 관계로 식(19)에 대입하여 정리하면 다음과 같으며, 기어의 수명 $l_{10,g}$ 는 백만 회전 단위를 갖는다.

$$l_{10,g} = \left(\frac{1}{N_g^{1/b}}\right) l_{10,t} \quad (22)$$

기어의 동적용량 C_g 는 식(20)을 기어 이에 대한 것과 기어에 대한 것으로 구별하여 F 를 소거한 다음 식(22)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_g = \frac{C_t}{N_g^{1/(bp)}} \quad (23)$$

3-2. 시스템의 수명과 신뢰성

스피어기어장치의 수명에 대한 하나의 모델은 하중전달 기어와 베어링의 장치를 링크의 연쇄기구처럼 생각하여, 어떤 하나의 링크가 파손됐을 때 연쇄는 파손된다. 즉, 어떤 부품이 파손되면 파편은 다른 부품을 손상시키게 된다. 일단 어떤 부품이 파손되면 신뢰성이 높은 상태로 돌아가기 위해 기어장치는 오버홀을 요하므로, 정확한 연속확률 모델로 나타낼 수 있으며 장치의 신뢰성 R_s 는 모든 부품 신뢰성의

곱으로 표시된다.

$$R_s = \prod_{i=1}^n R_i \quad (24)$$

식(24)의 역수에 로그를 취하면 다음과 같고,

$$\ln\left(\frac{1}{R_s}\right) = \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{1}{R_i}\right) \quad (25)$$

식(19)을 식(25)에 대입하면 다음과 같다.

$$\ln\left(\frac{1}{R_s}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{l_s}{l_{10,i}}\right)^{b_i} \quad (26)$$

여기서 l_s 는 시스템의 신뢰성 R_s 에 대한 전체 구동장치의 수명이다. 또한 같은 구동장치 신뢰성 R_s 에서 각 요소의 수명을 나타낸다.

식(26)은 시스템 수명과 시스템 신뢰성 사이에 단순한 2-변수 웨이블 분포의 관계식이 아니다. 단지 모든 웨이블 지수 b_i 가 같을 때 2-변수 웨이블 분포의 관계가 성립하여 일반적으로 못하므로, 시스템의 신뢰성 계수 b_s 와 $l_{10,s}$ 를 포함한 2-변수 웨이블 관계로 나타내면 다음과 같다.

$$\ln\left(\frac{1}{R_s}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{l_s}{l_{10,s}}\right)^{b_i} \quad (27)$$

식(27)은 $0.5 \leq R_s \leq 0.95$ 의 범위에서 선형회귀 방법으로 해석할 수 있다. 직선의 기울기가 기어 구동장치의 웨이블 지수 b_s 이고, $l_{10,s}$ 는 신뢰성 $R_s = 0.9$ 에서 근사치 직선으로부터 계산된 수명이다. 이것이 구동장치의 90% 신뢰성수명이다.

4장. 수치해석

Fig.4는 시스템은 스퍼기어와 베어링으로 구성되어 동력전달에 널리 쓰이는 변속기의 신뢰 수명을 예측하는 수치해석 시스템의 구성을 나타내는 것이다. 이것을 이용하여 해석하고자 하는 기어 구동장치의 입력 값으로부터 기어와 베어링 각각의 요소별로 하중과 동적용량을 계산하고, 전체 시스템을 하나로 99%에서 50%까지 원하는 신뢰성에서의 수명을 얻을 수 있다. 본 결과를 확인하고 요구하는 신뢰수명을 얻기 위해 입력값을 변경하면서 쉽게 재설계에 이용할 수 있다.

본 수치해석 시스템에서 입력으로 쓰이는 제

원을 살펴보면 다음과 같다. Table 1에서 입력 토크와 회전수를, Table 2에서 기어의 모듈, 압력각, 치폭, 잇수, 재료상수 등을, Table 3에서 베어링의 종류, 동적용량과 각 베어링과 기어 사이의 거리를 입력한다. 그러면 본 시스템은 Table 4에서 보는 바와 같이 전체하중, 동적용량, 회전 수명, 시간 수명을 계산한 것이다.

또한 Fig.5에서 보는바와 같이 신뢰수명을 50%부터 99%신뢰성에 이르기까지를 로그로그 좌표를 이용하여 그린 것이다. 여기서 각 신뢰성에 대한 수명을 쉽게 확인할 수 있다.

또한 치폭을 수정하여 재설계하면 Fig.5에서 보는 것처럼 신뢰수명이 향상되었음을 알 수 있다.

5장. 결론

스퍼기어와 볼베어링으로 단순화된 3축 기어 동력전달장치를 2-변수 와이بل 분포를 이용하여 신뢰수명을 구하였다.

스퍼기어장치를 설계함에 있어서 부품의 수명 및 시스템 전체의 수명을 해석할 수 있으므로 초기 설계단계에서 중간축을 포함하여 여러 가지 설계인자에 따른 시스템의 수명을 예측하여 합리적인 설계를 할 수 있다.

참고문헌

- 1) 정태형, 지중조, 변준형, "동력전달용 베벨기어의 강도평가 시스템 개발 연구", 한국정밀공학회지 제12권 제7호 1995. 7.
- 2) 양성모, 강희용, 김하수, 김태현, "라비니오 유성기어의 신뢰성 및 수명에 관한 연구", 한국정밀공학회, 제13권 제10호, pp.36~45, 1996. 10.
- 3) Y. Okada, T. Matsumoto, A. Kawaguchi, T. Tanaka, and K. Nishio, "Development of High Strength Transmission Gears", SAE 920761.
- 4) G. Cockerham and D. Waite, "Computer - aided design of spur or helical gear train", Computer Aided Design, pp.84 ~ 88, 1975. 9.
- 5) M. Estrin, "Optimization of Tooth Proportions for a Gear Mesh", ASME

80-C2/DET-101, pp.1~5.

- 6) M. Savage and C. K. Brikmanis, "System Life and Reliability Modeling for Helicopter Transmissions", NASA, NAG, 3-55, pp. 1~80, 1986.
- 7) V. Simon, "Load and Stress Distributions in Spur and Helical Gears", J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol.110/197, 1988. 6.

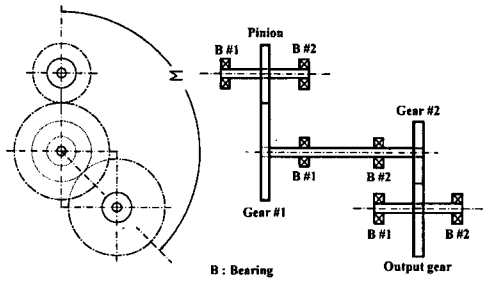
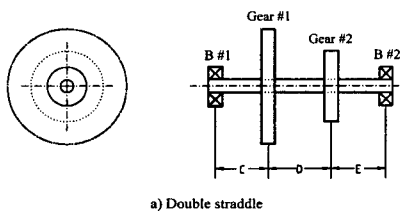
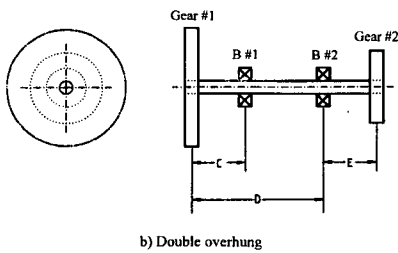


Fig.1 Diagram of the compound reduction system

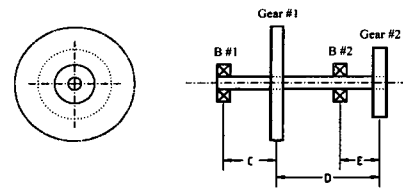


a) Double straddle



b) Double overhung

Fig.2(a) Intermediate shaft support configuration



a) Output gear overhung

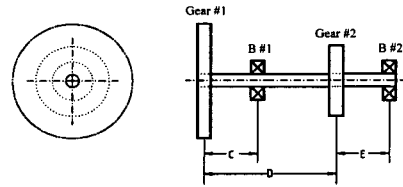


Fig.2(b) Intermediate shaft support configuration

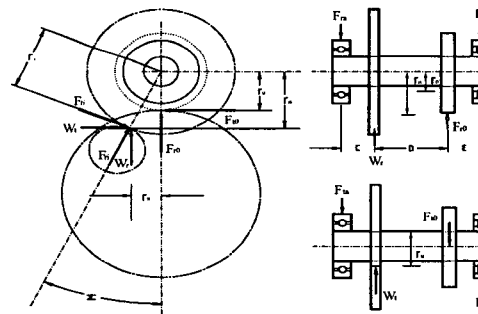


Fig.3 Double straddle gears with intermediate shaft

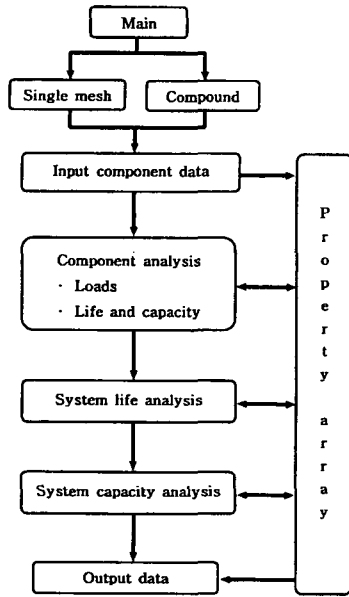


Fig.4 Block diagram of reliability

Table 1 System input data and output data

Input torque	0.0553 kN-m	Output torque	0.111kN-m
Input speed	1728 rpm	Reduction ratio	2.0
Shaft angle	0 degree	Output speed	864 rpm
Reliability	99%~50%		

Table 2 Gear input data

Shaft	Module (mm)	Pressure angle	Face width (mm)	No.of tooth	Material constant (MPa)
Input pinion	2.5	20°	13	30	55.7
Intermediate gear	2.5	20°	13	60	55.7
Intermediate pinion	2.5	20°	30	45	55.7
Output gear	2.5	20°	30	45	55.7

Table 3 Ball bearing input data and each distance

Shaft	Bearing dynamic capacity (kN)		Distance (mm)	
	Input (I)	B_{11}	6.0	A
	B_{12}	6.0	B	71
Intermediate (II)	B_{21}	8.5	C	87
			D	76
	B_{22}	11.2	E	56
Output (III)	B_{31}	8.5	F	28
	B_{32}	8.5	G	260

Table 4 Output data of components in each reduction

Shaft	Component	Total force	Dynamic capacity	Life rotation	Life time
Input (I)	P_{12}	1.569	4.650	16312	314660
	B_{11}	0.705	8.653	1848	35644
	B_{12}	0.864	8.653	1004	19373
Intermediate (II)	G_{22}	1.569	4.871	24724	476936
	P_{21}	2.092	13.519	1.722E7	3.322E8
	B_{21}	1.369	15.446	1455	28066
	B_{22}	2.235	20.352	755	14556
Output (III)	G_{31}	2.092	13.519	1.722E7	3.322E8
	B_{31}	1.889	15.446	547	10545
	B_{32}	0.203	15.446	437694	8443177
System	Total			239	4605

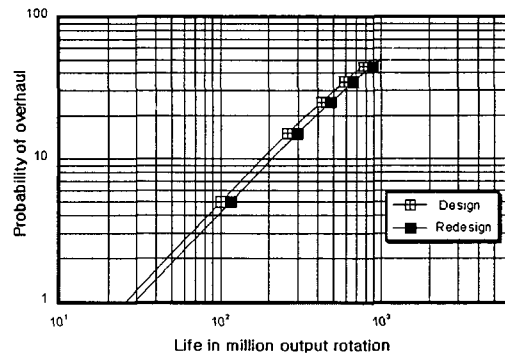


Fig.5 L10 life of redesign