

# 극초단펄스 전송을 위한 고차원펄스의 스펙트럼 대역 분석

전진성\* · 조형래\* · 오용선\*\*

\*한국해양대학교, \*\*목원대학교

k996124@hanbada.kmaritime.ac.kr

## Bandwidth Analysis of High-order Pulse for the Transmission of Ultrashort Laser Pulses

Jin-sung Jun\* · Hyung-rae Cho\* · Yong-sun Oh\*\*

\*Korea Maritime University, \*\*Mokwon University

### 요 약

본 논문에서는, 차수에 따라 체계적으로 변화하는 고차원펄스의 스펙트럼 특성을 이용하여 극초단레이저펄스의 전송특성을 분석하였다. 부분응답시스템의 수정된 모델로부터 얻어지는 고차원펄스는 그 차수의 증가에 따라 FWHM폭이 현저히 감소하여 분석하고자 하는 극초단펄스의 형태에 근접하며, 그 스펙트럼과 전송대역폭도 차수에 따라 일률적으로 유도되므로 기존의 Gaussian 펄스나 Sech 펄스에 의한 근사화에 비하여 광범위하고 정확한 전송특성을 분석하는데 매우 유용함을 밝혔다. 우리는 부분응답시스템의 일반적 모델을 순환형으로 수정함으로써 정형화된 임의의 고차원펄스 형태를 얻어낼 수 있는 새로운 모델을 설계하였으며, 이를 이용하여 다양한 형태와 FWHM폭을 갖는 극초단 레이저펄스의 전송특성을 분석하는 새로운 방법을 제안하였다. 또한, 제안된 방법을 사용하여, 설정 펄스폭을  $\tau = 1(\text{ps})$ 으로 설정, 고차원펄스의 차수  $n=1\sim100$ 에서 얻어지는 FWHM 1(ps)~150(fs)의 극초단펄스의 스펙트럼을 제시하였고, 그 null-to-null 대역폭을 유도하였다. 전송특성은 레이저펄스의 보편적인 신호방식인 Unipolar 체계로 설정하여, 가능한 펄스간격에 따른 전력밀도스펙트럼을 유도하여 제시하였다. 이러한 결과는 기존의 실험결과와 일치함은 물론 레이저펄스 발생기술의 발달에 의하여 새로이 등장할 어떠한 형태와 폭을 갖는 극초단펄스에 대해서도 적용될 수 있다.

### ABSTRACT

In this paper, we analyze transmission characteristics of ultrashort laser pulses using the property of high-order pulses which are systematically obtained following their orders. The high-order pulses are easily derived from a modified PRS system model. But we make clear they are very useful to cover wider area and more accurate transmission characteristics of ultrashort pulses than Gaussian or Sech pulse approximations used conventionally. This may be based on the fact that the spectra and bandwidths of the high-order pulses are beautifully related to their orders. First modifying the generalized PRS system model, we propose a new model for deriving any type of high-order pulse. And we offer a novel analysis method of ultrashort pulse transmission which has any shape and FWHM, using the proposed model. In addition, by fixing the pulse range  $\tau = 1(\text{ps})$  and varying the order of the pulse from  $n=1$  to  $n=100$ , we obtain spectra of ultrashort pulses with 1(ps)~150(fs) FWHM's, which are widely used in fiber communications. As a one-step further, we derive PSD's of their pulse trains when they are applied to Unipolar signaling scheme. These PSD's are decided in the range of possible pulse intervals. All of these results are not only coincided with some conventional experimental works but also will be applied to any pioneering ultrashort pulse in the future.

### I. 서 론

정보화사회에 대한 마인드의 확산과 새로운 통신서비스의 급격한 수요증가에 따라, 전송시스템의 대용량화 및 초고속화는 필수적인 과제로 떠오르고 있다. 최근, 수백 Gbps 혹은 Tbps 수준의 초고속 전송체계가 모델링되고 이의 구현과 실용

화가 거론되는 가운데, 극초단펄스의 광섬유 전송이 각광받고 있다

초고속 통신망을 통하여 디지털 정보를 전송하기 위해서는 시간영역에서 sub-pico 혹은 femto sec 수준의 극초단펄스를 사용하여야 하며, 지난 20여년간 1(ps) 이내의 FWHM(full-width-half-maximum)을 갖는 펄스를 발진시키는 레이저들

이 속속 개발됨으로써 진정한 의미의 극초단펄스에 대한 연구가 활성화되었다.

극초단펄스는 전송시스템에서 매우 좁은 폭의 펄스를 사용하기 때문에 외부조건에 의한 잡음과 왜곡뿐만 아니라 상호간섭(ISI)에 대한 문제점을 해결하는 데 유리한 것으로 알려져 있다. 현재 초고속 전송펄스에 대한 연구는 급속한 속도로 발전하고 있으며, 이러한 추세는 앞으로도 상당기간 계속되리라는 것은 의심할 여지가 없다 [1,2].

극초단펄스를 취급함에 있어 가장 난해한 문제점 중에 하나는 그 스펙트럼의 형태가 정확하게 알려지지 않는다는 사실이다. 또한 femto sec 영역에서 극초단펄스를 근사화하기 위하여 가장 일반적으로 적용되는 Gaussian 펄스나 Sech펄스는 다양한 형태와 폭을 갖는 극초단펄스의 정확한 스펙트럼 형태를 표시하는데 한계가 있다[3]. 만일, 설정된 한가지 모델에 의하여 극초단펄스의 다양한 형태와 폭에 따라 그 스펙트럼을 예측할 수 있고 전송대역폭의 추정이 가능하다면, 극초단펄스의 전송특성을 분석하는데 있어서 매우 편리할 것이며, FWHM 폭에 따른 전송한계의 추정에도 적용될 수 있을 것이다.

본 논문에서는 부분응답시스템(PRS: Partial response signaling)[4]의 일반적 모델을 수정하여, 차수의 증가에 따라 펄스의 폭이 좁아지는 고차원펄스(high-order pulse)의 스펙트럼을 체계적으로 산출하고[5], 이를 FWHM 폭에 따라 극초단펄스에 적용함으로써 그 스펙트럼 및 전송대역폭을 분석하였다.

새로이 수정된 모델로부터 고차원펄스의 가장 정형화된 형태인 n차 상승여현펄스를 유도하고, 그 차수가 증가함에 따라 FWHM 폭이 현저히 감소하는 특성을 이용하여, 펄스형태의 변경 없이 단지 n값만 증가시켜 극초단펄스에 접근하는 방식을 사용하였다. 이는, 하나의 형태와 폭에 대하여 적용되던 기존의 Gaussian 혹은 Sech 펄스에 의한 근사화에 비하여 매우 체계적이며, 전송특성의 분석에 있어서 큰 장점을 가진다.

극초단펄스의 FWHM 폭의 변화는 고차원펄스의 차수 변환에 의하여 대치되며, 새로운 형태의 펄스들은 제안된 모델의 Tap-gain을 변경시킴으로써 용이하게 구현할 수 있다. 우리는 펄스영역을 1(ps)으로 설정하고, 고차원펄스의 차수를  $n=1\sim 100$ 까지 변화시킴으로써, FWHM 1(ps)~150(fs)을 갖는 극초단펄스의 스펙트럼을 분석하였다. 또한, 이들이 Unipolar 신호방식으로 전송되는 경우, 가능한 펄스간격에 따른 전력밀도스펙트럼을 유도함으로써 핵심적인 전송특성을 제시하였다.

이러한 결과는 기존의 실험적 분석에 의한 결과들과 일치하며, 향후 레이저 기술의 발전에 의하여 출현할 수 있는 다양한 형태와 폭을 갖는 극초단펄스에도 적용될 수 있을 것으로 보인다.

본 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성된다. 제Ⅱ장에서는 극초단펄스의 근사화를 위한 고

차원펄스를 유도하고, FWHM 폭에 따라 그 스펙트럼을 측정할 수 있는 기반을 마련한다. 이어서 제Ⅲ장에서는 차수에 따라 체계적으로 유도된 식을 이용하여 단독으로 존재하는 극초단펄스의 스펙트럼과 대역폭을 분석하였다. 제Ⅳ장에서는 레이저펄스의 가장 보편적인 전송형태인 Unipolar 신호방식을 적용하여, 가능한 펄스간격에 따른 극초단펄스의 전력밀도스펙트럼을 유도하였다. 여기서는 고차원펄스의 차수  $n$ 과 펄스의 FWHM 폭, 펄스의 스펙트럼 및 전송 PSD(power spectral density)의 관계를 유도하여 극초단펄스의 핵심적인 전송특성을 분석하였다. 제Ⅴ장에서는 Matlab을 이용한 모의실험의 과정과 그 결과를 분석하였고, 끝으로 제Ⅵ장에서는 향후의 과제를 포함하여 본문중의 결과를 정리하였다.

## II. 고차원펄스의 설정과 극초단펄스의 근사화

극초단펄스의 스펙트럼을 얻기 위해서는 이를 근사화하는 펄스를 정의하고, 그 펄스신호의 Fourier변환을 유도하는 대표적 순환식을 마련한 후, FWHM 폭에 따라 모델 및 차수를 적합시키는 과정으로 진행한다.

먼저 주기함수(periodic function)를  $n$ -제곱하고, 여기에 원점에 중심을 둔 게이트(gate)를 곱하여, 다음과 같이 시간영역에서의  $n$ -차원 펄스를 정의한다.

$$P_n(t) = A \{ u(t) \}^n \Pi\left(\frac{t}{2\tau}\right), \\ \text{for } n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

여기서, 펄스의 형태를 결정하는 함수  $u(t)$ 는 하나의 주기함수이며, 여기에 폭이  $2\tau$ 인 게이트를 곱하여 시간영역을 한정함으로써 펄스를 표현한다. 따라서 식(1)은 모든 형태의 펄스를 표현할 수 있다. 만일, 차수  $n$ 이 증가할수록 펄스  $P_n(t)$ 의 FWHM 폭이 감소한다면, 이는 고차원펄스로 정의 되며 극초단펄스의 다양한 형태를 근사화할 수 있다.

결국 극초단펄스의 스펙트럼을 유도하는 일은 식(1)로 표현된 펄스의 Fourier 변환을 일반적 형태로 얻어내는 일과 펄스의 차수에 따른 폭과 극초단 펄스의 FWHM 폭을 비교하는 과정으로 귀결된다.

식(1)에 주어진  $n$ -차원 펄스의 스펙트럼을 유도하는 순환식을 얻기 위하여 그림 1과 같은 모델을 설정한다. 모델은 크게 두 부분으로 구성되고 있다. 전달함수  $K(f)$ 로 표시된 부분은  $2N$ 개의 지연요소(delay element)와  $2N+1$ 개의 계수 곱셈기(coefficient multiplier)가 격자형으로 연결되며, 이들 각각의 출력은 하나의 합산기에 의하여 통

합되어 있다. 한편, 전달함수  $G_n(f)$ 로 표시된 부분은  $(n-1)$ 차원 모델의 전체 주파수응답인  $H_{n-1}(f)$ 와 동일한 대역제한여파기(bandlimiting filter)이다.

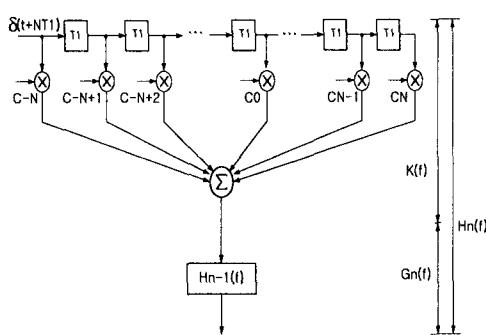


그림1. 펄스스펙트럼을 유도하기 위한 순환형 모델  
Fig1. The recursive method for deriving the spectra of pulses

대역제한 여파기의 전달함수는 그 바로 이전 차수의 전체 전달 함수와 동일하므로 그림 1의 모델은 원래의 부분응답 전송시스템 모델을 순환형으로 수정한 것이라고 볼 수 있다

### III. 극초단펄스의 대역폭 분석

우리는 위에 제시된 주기함수  $u(t)$ 에 대해서 구체화시키기 위해 cosine 펄스에 적용하여 보기로 한다. 이는 통신시스템을 취급할 때 가장 흔히 출현되는 펄스일 뿐 아니라, 차수의 증가에 따라 FWHM 폭을 현저히 감소시키는 유용한 특성을 가지므로 극초단펄스의 형태에 가장 근접하는 것으로 사료된다.

Cosine 펄스의 기초 함수는

$$u(t) = \cos \frac{\pi t}{2\tau} \quad (2)$$

로 주어지고  $u(t)$ 를 식(1)에 대입해서 차수  $n=1, 2, 3, \dots$ 이 증가하더라도 동일한 진폭을 갖는  $n$ -차원 cosine 펄스를 얻을 수 있다[5].

$$P_n(t) = A \left( \cos \left( \frac{\pi t}{2\tau} \right) \right)^n \Pi \left( \frac{t}{2\tau} \right) \quad (3)$$

그러나 이러한 펄스들의 고차원 형태는 일반적으로 매우 복잡한 Fourier 변환을 가지고 연속미분법 등의 고전적 방법을 사용하여 이를 유도하는 과정이 차수의 증가에 따라 급격히 복잡해지므로 임의의 차수의 펄스 형태를 필요로 하는 극초단 펄스의 스펙트럼을 분석하는데 어려움이 많다. 이를 해결하기 위해서  $n$ -차 cosine 펄스의 Fourier 변환을 위한 대표적 순환식을 마련하여 필요한 parameter에 따라 하나의 Look-up Table

로 정리하여 임의의 고차원펄스에 대한 Fourier 해석을 가능케 하는 알고리즘을 이용하였다[5].  $n$ -차 cosine 펄스의 대표적 순환식과 Look-up Table은 다음과 같다.

$$P_n(f) = \frac{A\tau}{2^{n-1}} \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n}{i} \operatorname{sinc} \left( 2\pi f + \frac{di}{2} \right) \quad (4)$$

표 1.  $n$ -차 cosine 펄스의 Fourier 변환을 위한 Parameter  
Table1. Parameters for the fourier transforms of the nth order cosine pulses

$n$	constant	Pascal's Triangle	Exponential Difference $d_i$
0	$2A\tau$	1	0
1	$A\tau$	1 1	1 -1
2	$A\tau/2$	1 2 1	2 0 2
3	$A\tau/2^2$	1 3 3 1	3 1 -1 3
4	$A\tau/2^3$	1 4 6 4 1	4 2 0 -2 -4
5	$A\tau/2^4$	1 5 10 10 5 1	5 3 1 -1 3 -5
6	$A\tau/2^5$	1 6 15 20 15 6 1	6 4 2 0 -2 -4 -6

문제 함수의 임의 차수에 대하여 그 Fourier 변환을 구하기 위한 모든 Parameter가 제시 되었고 단지 그 Parameter를 찾아 대표식에 대입함으로써 필요한 변환을 얻을 수 있다.

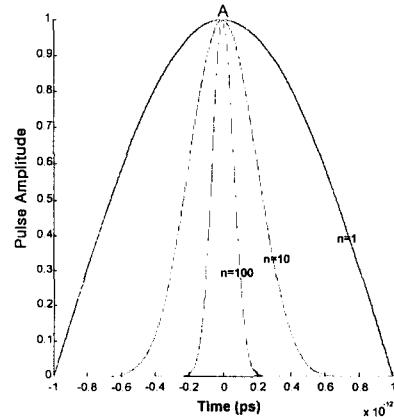


그림3-1.  $n$ 의 증가에 따른 FWHM의 변화  
A variation of FWHM for increasing nth order

그림 3-1에서 펄스폭  $\tau = 1(\text{ps})$ 이고  $n=1, 10, 100$ 일 때 FWHM은 1ps, 0.4ps, 150fs로 펄스형태의 변경없이 단지  $n$ 값만 증가시켜서 극초단 펄스에 균사하는 펄스를 만들 수 있다. 그림 3-2는 펄스의 차수가 증가함에 따라 FWHM은 줄어들고 대역폭

은 늘어나는 것을 보여주고 있으며 이는 극초단 펄스의 FWHM에 따라 적절한 대역폭을 예측할 수 있음을 알 수 있다.

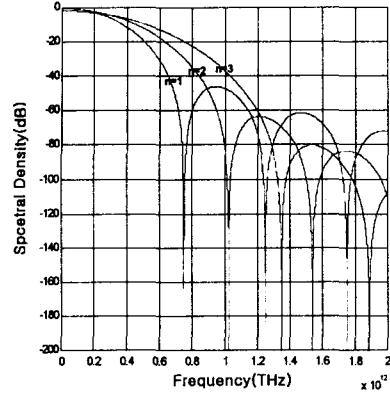


그림3-2. n의 증가에 따른 스펙트럼의 변화  
A variation of spectrum for increasing nth order

#### IV. 극초단펄스의 전송대역폭 분석

Cosine 펄스가 차수의 증가에 따라 폭이 좁아지는 특징으로부터 극초단 펄스의 전송대역폭을 분석하고자 한다. 먼저, 레이저펄스의 보편적인 전송방식인 Unipolar 체계로 설정하여 power Spectral Density(PSD)를 구하고 펄스간격(Tb)의 변화에 따른 대역폭의 변화량을 구한다.

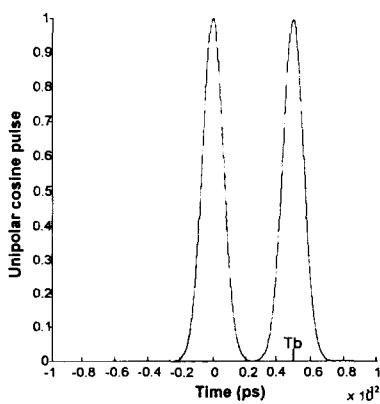


그림4-1. n=100일 때 Unipolar Cosine Pulse  
Unipolar cosine pulses when nth order is 100  
Unipolar cosine 펄스의 PSD는

$$P_s(f) = \frac{1}{2} Tb |F(f)|^2 + \frac{1}{2} \delta(t) \quad (5)$$

이고 여기서 Tb는 1bit를 전송하는 시간 즉,

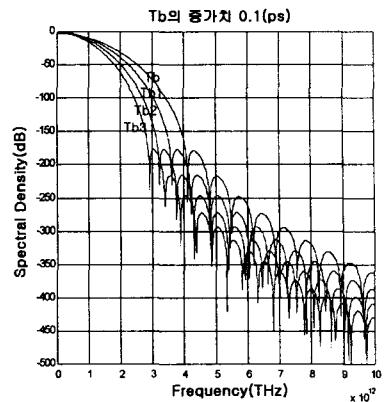


그림4-2. n=10일 때 스펙트럼의 변화  
A variation of spectrum when nth order is 10

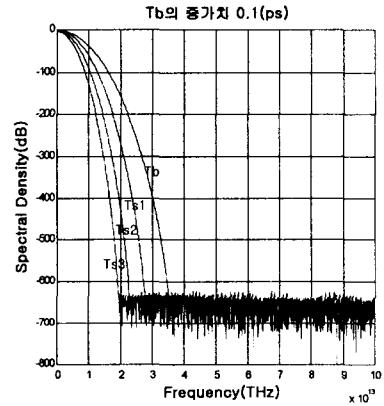


그림4-3. n=50일 때 스펙트럼의 변화  
A variation of spectrum when nth order is 50

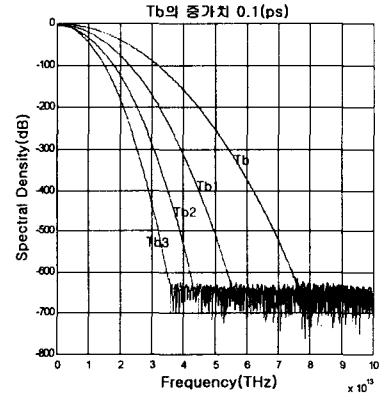


그림4-4. n=100일 때 스펙트럼의 변화  
A variation of spectrum when nth order is 100

1symbol의 주기를 말한다.  $F(f)$ 에는 cosine 펄스의 Fourier 변환을 구하기 위하여 대표적 순환식을 대입하면 식 (4),(5)로부터 전송특성을 구하기 위한 식을 얻을 수 있다.

$$P_{unipolar}(f) = \frac{1}{2} T_b \left[ \frac{A\tau}{2^{n-1}} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \right] \text{sinc} \left( 2\pi f + \frac{di}{2} \right) + \frac{1}{2} d(f) \quad (6)$$

Baseband 전송신호에서의 PSD는 데이터의 형태  $f(t)$  및 전송신호의 간격  $T_b$ 에 영향을 받는다는 사실로부터[6] Unipolar cosine 펄스의 전송특성을 분석할 수 있다. 그럼 4-1에서 Unipolar cosine 펄스는  $n=100$ 일 때 FWHM은 150fs이고 그림4-2, 4-3, 4-4는 펄스간격  $T_b$ 가 0.1ps 증가할 때 전송대역폭이 감소하는 것을 보여주고 있다.

#### v. 모의 실험 및 결과 고찰

제안된 방법의 성능을 증명하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였으며 대역폭에 대한 특성을 분석하기 위하여 여러 번의 모의 실험을 하였다.

표2.N의 증가에 따른 FWHM과 PSD 대역폭 변화  
A variation of FWHM and PSD bandwidth for increasing nth order

n	FWHM( $10^{-12}$ )	PSD $B_{null}(10^{12})$
1	1.3333332	0.75
10	0.4686060	4.10
20	0.3332820	9.91
30	0.2726500	17.27
40	0.2364032	25.77
50	0.2115188	35.05
60	0.1931836	44.11
70	0.1788842	52.07
80	0.1673846	59.74
90	0.1577818	67.83
100	0.1497619	75.58

표2에서 차수n이 증가함에 따라 FWHM이 1(ps)~150(fs)까지 변하고 대역폭은 0.7THz~75THz까지 변하는 것을 볼 수 있다. 결과는 매우 좁은 폭과 광대역 스펙트럼을 갖는 극초단 펄스에 만족함을 알 수 있고 FWHM의 폭에 따른 극초단펄스의 대역폭을 예측 할 수 있다.

극초단펄스의 전송은 Unipolar 체계로 설정하여 펄스 간격이 0.1ps씩 증가할 때 이에 대한 전송 대역폭을 차수 n에 따라 표3에 나타내었다.

표3. 펄스의 전송간격의 증가에 따른 대역폭 변화

A variation of bandwidth for increasing nth order

펄스간격의증가치	PSD $B_{null} 10^{12}$		
	n=100	n=50	n=10
0.1 ps			
0	75.52	35.12	4.12
0.1	54.93	28.31	3.62
0.2	43.28	22.70	3.23
0.3	35.82	19.23	2.91
0.4	30.10	17.32	2.66
0.5	26.15	15.38	2.44
0.6	23.45	13.36	2.25
0.7	20.87	12.11	2.10
0.8	18.75	11.39	1.96
0.9	17.35	10.24	1.84
1.0	16.47	9.41	1.73
1.1	14.94	8.81	1.64
1.2	13.82	8.27	1.55
1.3	12.70	7.74	1.47
1.4	12.12	7.33	1.41
1.5	11.34	6.98	1.34

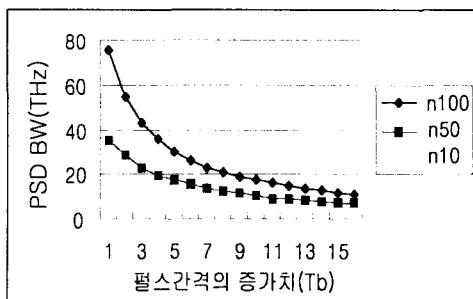


그림5-1 n=10,50,100일 때 전송간격의 변화에 따른 대역폭 변화

A variation of bandwidth for increasing pulses transmission intervals when nth order is 10,50,100

#### vi 결 론

초고속 전송의 효과적인 방법으로 각광을 받고 있는 극초단 펄스는 매우 좁은 폭과 광대역 스펙트럼을 갖기 때문에 스펙트럼의 정확한 형태는 측정하기 어렵다. 본 논문에서는 cosine 펄스를 이용하여 차수의 증가에 따라 펄스의 형태가 변하지 않고도 FWHM폭이 현저히 감소하는 고차원 펄스의 정형화된 알고리즘을 이용하여 극초단 펄스의 대역폭을 분석하였다. 또, unipolar cosine 펄스를 이용해서 펄스간격에 따른 전력밀도스펙트럼을 구해서 전송대역폭의 특성을 분석하였다.

향후, 본 논문을 통하여 제안된 극초단 펄스의 형태 및 스펙트럼은 극초단 펄스를 이용한 어떠한 초고속 전송시스템의 개발에도 유용할 것으로 사료된다. 모의 실험을 통하여 나온 결과는 측정 장비를 이용한 실험과 비교 검토하는 것이 본 연구의 후속연구 과제로 제시된다.

#### 참고문헌

- [1] T.E.Bell, J.A.Adam, and S. J. Lowe, "Technology 1996, Communicatons", IEEE Spectrum, pp.30~41, Jan.1996.
- [2] M.Saruwatari, K.Nakagawa, S.Kawanishi, and A.Takada, "Advanced Optical Communications Technologies Utilizing Ultrashort Optical Pulses", Springer Series Vol.48, Ultrafst Phenomena VI, pp.164~168, 1988.
- [3] Jean-Claude diels, Wolfgang Rudolph, Ultrashort Laser pulse phenomena, Academic press, pp.7~12, 1996.
- [4] P.Kabal and S.Pasupathy, "Partial-Response Signaling", IEEE trans. on Commun., Vol.23, pp. 921~934, Sep.1975.
- [5] C.E. Kang and Y.S.Oh, "The Look-up Table for Deriving the Fourier Transforms of Cosine-pulses", IEEE trans. on Educ., Vol.37, No.3, pp. 306-311, Aug.1994.
- [6] L. Bon W. Couch II, Digital and Analog Communication system, Fourth Edition, Prentice-hall, pp.156~162, 1993.