

고층건물 기둥 부등축소량의 최적보정기법 정식화

Formulation of an Optimal Compensation Method for Differential Column Shortening in Highrise Buildings

김기봉* 박효선**
Kim, Gi Bong Park, Hyo Seon

ABSTRACT

Differential shortenings of columns in a highrise building must be considered in the design process to avoid unexpected damages in structural and nonstructural elements. While research activity has been reported in the literature on the development of estimation algorithms or prediction procedures of elastic and inelastic column shortenings, no algorithms or methods for compensation of differential shortenings. In this paper a compensation method for differential column shortenings in a high-rise is formulated as an optimization problem. The simulated annealing algorithm is used to find optimal solutions. The performance of the proposed method is presented by using the well known examples developed by PCA.

1. 서론

건물의 높이가 높아질수록 기둥축소량의 영향을 무시할 수 없으며, 특히 철근콘크리트구조 고층건물에서는 기둥의 탄성 및 비탄성 축소량까지 정확하게 예측해야 한다. 고층건물 구조 시스템의 다양화, 재료의 고강도화 그리고 최적부재 선정 등으로 인해 기둥축소량의 영향이 점점 커짐으로 슬래브의 설계 레벨이 시공 후 변하게 되고 이로 인한 칸막이 벽, 외부 마감재, 설비 덕트, 배관 등에 변형을 유발시킬 수 있으며, 구조부재에 예기치 못한 큰 응력을 발생시킬 수 있다.

부등축소량 예측 및 보정의 주된 목적은 부등축소량에 의한 구조 및 비구조부분에 대한 손상을 최소화하는 데 있다. 일반적으로 기준이 되는 코어의 절대 보정과 보정된 코어와 기둥들의 상대 보정은 슬래브의 캠버 개념과 유사하다. 이러한 부등축소량의 보정은 준공 이후까지의 탄성, 비탄성 거동을 예측하고 예측량에 해당하는 기둥의 높이를 보정하고 있다. 각 층 단위 보정이 예측량과의 오차를 최소화할 수 있으나, 철골기둥 부재의 경우 공장에서 절별 생산 및 시공되며 그리고 기타 시공상의 문제점 등으로 인하여 여러 개의 층 단위로 보정하는 그룹별 보정이 필요하다.

보정에 대한 연구로는 1987년 Fintel¹⁾ 등에 의해 80층 예제 건물의 축소량을 10개층 단위 그룹별로 보정한 바 있으나 일률적 10개층 보정에 대한 적절성 및 체계적 보정법에 관한 언급은 없다. 또한 현실적으로 보정에 대한 절대적 기준은 없고 기술자의 경험과 건축주의 요구 수준을 고려하여 보정하고 있는 상태이다. 따라서 구조 시스템 및 재료를 고려한 정확한 축소량 예측 그리고 이를 이용한 체계적 부등축소량의 보정법 개발에 대한 연구가 필요하다. 그러므로 본 연구에서는 고층건물 기둥의 부등축소량 보정법을 최적화 문제로 정식화하여 개발하고 이를 기존 80층 건물에 적용하여

* 영남대학교 건축공학과 석사과정

** 영남대학교 건축공학과 조교수, 정회원

개발된 최적보정기법의 실용성을 비교 분석하고자 한다.

2. 기둥축소량 해석

고층건물에서 기둥이나 전단벽과 같이 축력을 받는 부재의 비탄성 거동을 예측하기 위해서는 콘크리트 재료의 장기 거동 예측 모델식이 필요하며 콘크리트의 시간 의존 특성으로 크리프, 건조수축 등이 있다. 이러한 크리프와 건조수축을 고려한 장기 거동 예측 모델식으로는 ACI Commitee 209에 의해 제시된 ACI model²⁾, CEB-FIP model³⁾, PCA에서 연구된 model¹⁾ 등이 있다. 국내에서는 최근 고층건물의 건설 증가로 기업체를 중심으로 예측 모델식 및 프레임 구속 조건을 고려한 모델 연구도⁴⁾ 진행되었으며 자체 개발한 예측식을 이용하여 건설 중이거나 계획된 건물에 적용하고 있으나 체계적인 보정법의 개발 및 적용에 관한 연구는 이루어지지 않고 있다.

본 연구의 최적 보정법 개발을 위한 기둥축소량 예측 모델은 Fintel¹⁾ 등에 의하여 개발된 모델을 이용하여 기본적 축소량 해석 개념은 다음과 같이 정리된다.

건축 건물의 경우 하중이 순차적으로 재하되어 시공되기 때문에 콘크리트 타설 전과 후의 경우를 따로 고려하여야 한다. 먼저 계산하는 층의 슬래브가 타설되는 시점까지 발생하는 축소량(up to casting)의 경우, 타설하는 층의 하부 층에서 발생하는 축소량으로 타설층의 슬래브 거푸집 설치시 자동 보정된다. 그리고 슬래브가 타설된 후에 발생하는 축소량(subsequent to casting)으로서 상부층 시공에 의한 하중, 상부 및 하부 층들의 건조수축과 크리프에 의하여 발생하므로 목표로 하는 시점에서 슬래브가 계획된 위치에 있도록 축소량에 대한 해석적인 예측이 필요하다.

일반적으로 탄성 그리고 크리프 및 건조수축을 고려한 기둥축소량 예측 모델식은 다음과 같다.

$$\varepsilon_{total}(t, \tau) = \varepsilon_e(t, \tau) + \varepsilon_{cr}(t, \tau) + \varepsilon_{sh}(t) \quad (1)$$

여기서 탄성 변형인 $\varepsilon_e(t, \tau)$ 와 크리프 변형인 $\varepsilon_{cr}(t, \tau)$ 은 하중 작용 시점 τ 이후 경과한 시간인 t 에 종속되는 값이다. 탄성변형은 시간 경과에 따른 콘크리트 강도 증가에 의하여 감소하지만 일반적으로 변형이 일정한 것으로 가정하여 공칭탄성변형으로 나타낸다. 건조수축 변형인 $\varepsilon_{sh}(t)$ 는 건조수축이 발생하기 시작하는 시점 이후에 경과한 시간에 종속되는 값이며 작용 하중과는 무관하다. 총 축소량 Δ_{total} 은 식 (1)의 총 변형량 $\varepsilon_{total}(t, \tau)$ 에 기둥의 길이(h)를 곱하여 다음과 같이 구한다.

$$\Delta_{total, t} = h \cdot \varepsilon_{total}(t, \tau) \quad (2)$$

여기서 h 는 층고이며 시간 t 에서 임의층(k)의 누적 축소량은 아래와 같이 표현된다.

$$\Delta_{k, t} = \sum_{i=1}^k \Delta_{total, i, t} \quad (3)$$

3. 축소량의 최적보정기법 정식화

본 연구에서는 해당 층이 타설된 후에 발생하는 축소량을 예측량(δ^p)으로 그리고 이러한 예측된 축소량을 보정하기 위한 실제 조정량을 보정량(δ^c)으로 정의하여 보정법을 최소화 문제로 표현하며, 이상적인 보정은 모든 층에서 $\delta^p = \delta^c$ 가 성립하는 경우이다. 그러나 매 층별 보정은 현실적으로 불가능하여 $\delta^p \neq \delta^c$ 이며, 여러 개의 층을 그룹으로 취급하여 보정하므로 각 층에는 그림 1과 같이 보정오차 $\delta^e = \delta^p - \delta^c$ 가 발생한다.

최적화 문제의 목적함수는 같은 량의 보정값을 가지는 그룹의 수로 표현하며 제약함수는 각 층의 보정오차는 층별 허용치(θ_s)를 그리고 각 그룹 내 포함된 층들의 보정오차의 합은 그룹별 허용치(θ_g)를 만족하도록 표현하였으며 구체적인 내용은 다음과 같다.

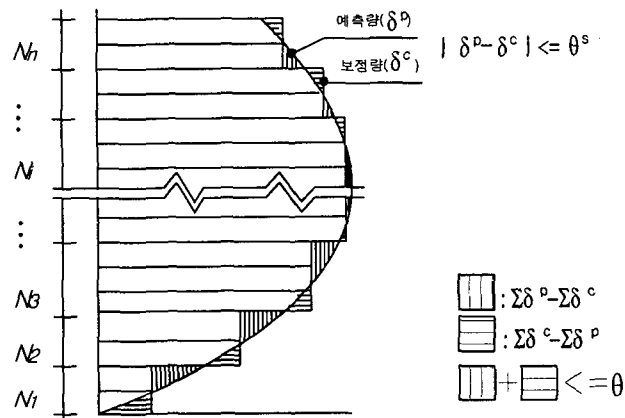


그림 1. 각 층별, 예측량, 보정량, 그리고 보정오차

3. 1 목적함수

최적화 문제의 목적함수로는 건물 전체의 보정을 위하여 사용된 그룹수로 표현하였으며 이는 각 층의 예측량(δ^p), 보정량(δ^c), 그리고 그룹 내의 포함된 층수(N)와 상관관계를 가지고 있다. 예를 들어 매 층별로 축소량이 보정되는 이상적 보정의 경우, 그룹수가 전체 층수와 같아지게 되며 또한 각 층의 보정량은 각 층의 예측량과 같아지게 되어 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^n N_i \cdot \delta_i^c - \sum_{j=1}^{ns} \delta_j^p = 0 \quad (4)$$

여기서 N_i : i 번째 그룹 내에 포함된 층수, δ_i^c : i 번째 그룹의 보정량, n : 그룹의 수, ns : 전체 층수, δ_j^p : j 번째 층의 예측량을 나타내며 $n = ns$ 가 되며 식(4)의 두 번째 항을 왼쪽으로 이항하여 전개하면 다음과 같다.

$$N_1 \cdot \delta_1^c + N_2 \cdot \delta_2^c + N_3 \cdot \delta_3^c + \dots + N_n \cdot \delta_n^c = \sum_{j=1}^{ns} \delta_j^p \quad (5)$$

그리고 그림 1의 직사각형 면적에 해당하는 $N_i \cdot \delta_i^c$ 는 아래와 같다.

$$N_i \cdot \delta_i^c = \sum_{j=1}^{ns} \delta_j^p - \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^n N_k \cdot \delta_k^c \quad (6)$$

i 번째 그룹 내 포함된 층의 수(N_i)가 많아지면 전체 그룹 수(n)이 작아지게 된다. 그러므로 본 연구의 목적함수인 그룹 수(n)의 최소화는 식(6)의 최대화로 식(7)과 같이 또는 식(7)의 왼쪽 부분의 첫 항이 상수이므로 식(8)과 같이 표현된다.

$$\text{maximize } \sum_{j=1}^{ns} \delta_j^p - \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^n N_k \cdot \delta_k^c \quad (7)$$

$$\text{minimize } \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^n N_k \cdot \delta_k^c = \sum_{j=1}^{ns} \delta_j^p - N_i \cdot \delta_i^c \quad (8)$$

각 층의 보정오차는 층별 허용치(θ_s)를 그리고 각 그룹 내 포함된 층들의 보정오차의 합은 그룹별 허용치(θ_g)를 만족하도록 표현하였다.

3. 2 제약함수

제약조건식은 그룹을 형성하면서 선형적 보정으로 인해 발생하는 비선형적 예측량과의 차이를 허용범위 이내로 유지시키는 것으로 다음과 같은 2가지 제약조건식으로 표현된다.

그룹 내의 기둥들을 그림 1과 같이 직선으로 보정하는 경우, i 번째 그룹 보정량의 합은 i 번째 그룹이 예측량의 합과 차이가 발생하므로 그룹별 제약에서 제한하는 범위 θ_g 보다 작아야 한다.

$$\left| \sum_{j=1}^{N_i} (\delta_j^p - \delta_i^c) \right| \leq \theta_g \quad \text{for } i=1 \text{ to } n \quad (9)$$

여기서, θ_g 는 그룹별 허용 오차이다

그리고 그룹 내 층들이 보정해야 하는 층별 예측량과 해당 층이 속한 그룹의 보정량과의 오차를 제한하는 층별 허용 오차를 제약조건식으로 표현하면 다음과 같다.

$$|\delta_j^p - \delta_i^c| \leq \theta_s \quad \text{for } j=1 \text{ to } ns \quad (10)$$

여기서 θ_s 는 층별 허용 오차이다.

3. 3 최적화 문제

최적화 문제로 정식화된 고층건물 기둥의 부등축소량 보정법은 다음과 같이 표현 된다.

$$\text{minimize; } \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^n N_k \cdot \delta_k^c = \sum_{j=1}^{ns} \delta_j^p - N_i \cdot \delta_i^c \quad (11)$$

$$\text{subject to; } \left| \sum_{j=1}^{N_i} (\delta_j^p - \delta_i^c) \right| \leq \theta_g \quad \text{for } i=1 \text{ to } n \quad (12)$$

$$|\delta_j^p - \delta_i^c| \leq \theta_s \quad \text{for } j=1 \text{ to } ns \quad (13)$$

4. Simulated Annealing 알고리즘

고층건물 기둥의 부등축소량 보정법 개발을 위하여 정식화된 최소화 문제의 해법은 SA 알고리즘을 이용하였으며 본 연구에서 사용된 SA 알고리즘 특성은 다음과 같다.

알고리즘 적용의 초기 출발층을 1층으로 하였고, 연속된 층이 그룹을 형성하도록 하였다. 외부 루프에서 온도를 재 설정할 때 출발점을 임의의 출발층에서 다시 시작할 수 있도록 하였으며, 탐색공간이 온도 평형을 이룰 수 있도록 최상부 층이 다시 1층으로 탐색을 진행하기 위해 직선의 탐색공간을 연속된 탐색공간으로 변경하였다.

본 연구에 사용된 알고리즘은 다음과 같다.

STEP 1. 온도를 초기화한다. $\{\theta_{ini}\}$

이때 온도는 물질이 완전히 용융될 수 있는 충분히 높은 온도를 초기화해야 한다. 높은 초기 온도는 수용확률이 큰 값을 갖게 하며 제약을 위반하더라도 선택될 확률이 높아지는데 이는 초기 해가 국부최소에서 쉽게 벗어나게 해준다.

STEP 2. 설계변수와 내부 반복수를 설정한다. $\{X_i, (i=1 \sim n), L\}$

SA 알고리즘은 기본적으로 2개의 루프를 지니고 있는데 외부 루프에서는 cooling schedule에 의해 온도를 감소시키고 내부 루프는 온도가 평형 상태에 도달할 수 있도록 내부 반복수를 설정해야 한다. 본 연구에서는 전체 층을 한번 도는 과정을 내부 루프로 설정했다.

STEP 3. 알고리즘을 통해 i그룹 내부의 층수를 계산한다. $\{N_i^{new}\}$

STEP 4. 기존에 결정된 i그룹의 층수와 새로 결정된 i그룹의 층수 차를 구한다.

$$N_i^{diff} = N_i^{old} - N_i^{new}$$

STEP 5. 새로 구해진 층수 N_i^{new} 의 수용 여부를 결정한다.

이때 제약조건을 위배하더라도 무조건 거절하지 않고 확률로서 수용하게 된다.

STEP 6. i 그룹의 층수를 Up date한다.

$$\text{기존의 } i \text{ 그룹 층수를 새로 수용된 층수로 변경한다. } (N_i^{old} \leftarrow N_i^{new})$$

STEP 7. 전체 층수가 한번 알고리즘 적용이 되었는지 판단한다.

전체 층수를 전부 돌지 않았으면, STEP 3으로 돌아간다.

STEP 8. 외부 루프 온도의 종료를 판정한다.

온도가 정해 둔 가장 낮은 안정된 상태가 아니면 외부 루프의 온도를 낮추고 STEP2로 간다.

5. 예제 적용

본 연구를 통해 개발된 고층 구조물의 기둥축소량 최적 보정 알고리즘의 효용성을 확인해 보기 위해 PCA 80 story 모델의 기둥축소량을 계산해 보았다.

지상 1층은 18ft 나머지 층은 13ft로 내부 철골기둥과 외부 콘크리트기둥으로 되어 있다. 층당 시공일수는 7일이며 추가 하중은 기둥 타설 시점에서 300일 이후로 가정되었다. 극한 건조 수축값은 $600\sim 800\mu\text{in/in}$, 특정크리프계수는 층별로 $0.2\sim 0.5\mu\text{in/in/psi}$ 로 구분하여 적용하였다. 모델에 적용된 기둥 단면과 하중은 표 1과 표 2와 같다.

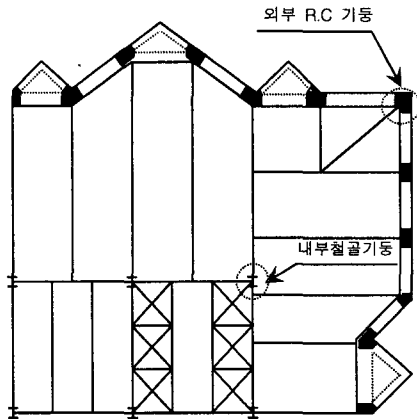


그림 2. 80층 모델 평면도

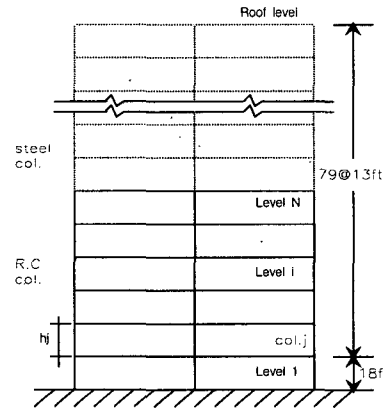


그림 3. 80층 골조도

표 1 철골기둥 단면 및 하중

층	기둥 단면적 (in ²)	하중 (kips)	층	기둥 단면적 (in ²)	하중 (kips)
1	431.5	81.3	56~57	134.0	75.1
2~7	410.5	81.3	58~59	125.0	75.1
8~9	391.5	81.3	60~61	117.0	80.0
10~13	391.5	78.8	62~63	109.0	80.0
14~19	356.0	78.8	64~65	101.0	80.0
20~25	356.0	77.9	66~67	83.3	80.0
26~29	234.0	77.9	68~69	75.6	80.0
30~37	234.0	82.3	70~71	68.5	73.9
38~39	215.0	82.3	72~73	62.0	73.9
40~45	196.0	76.1	74~75	51.8	73.9
46~47	178.0	76.1	76~77	42.7	73.9
48~49	162.0	76.1	78	35.3	73.9
50~51	162.0	75.1	79~80	35.3	651.0
52~55	147.0	75.1			

표 2 R.C기둥 단면 및 하중

층	Con'c 강도	기둥 단면적 (in ²)	철근면적 (in ²)	하중 (kips)	추가 하중 (kips)
1~9	7	2822.4	75.5	63.8	15.9
10~19	7	2419.2	69.4	54.9	13.7
20~29	6	2419.2	44.4	54.9	13.7
30~39	6	1987.2	40.0	49.2	12.3
40~49	6	1987.2	40.0	44.7	11.2
50~59	5	1987.2	40.0	44.7	11.2
60~69	5	1987.2	30.1	45.4	11.4
70~76	5	1987.2	30.1	47.8	11.9
77~80	5	1987.2	30.1	161.7	40.4

80층 PCA모델의 축소량을 계산한 후 최적 알고리즘을 적용하였다. 층별 허용치와 그룹별 허용치를 각각 0.4in로 제약해서 적용한 결과, 콘크리트기둥은 9개 그룹으로 그리고 철골기둥에서 9개 그룹으로 나누어지는 최적해를 얻을 수 있었다. 알고리즘을 적용 결과로 예측량, 최적 보정량과 그룹별 오차를 표 3, 4에서 비교해 보았고, 알고리즘이 적용된 그룹의 위치와 층별 오차의 크기는 그림 4, 5와 같다.

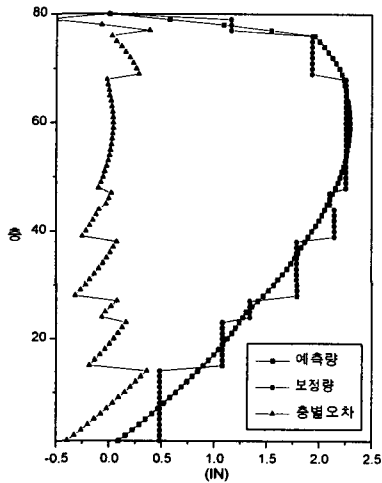


그림 4. 최적 그룹 및 보정오차 (철골기둥)

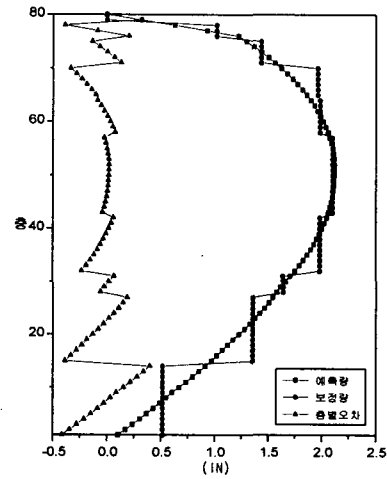


그림 5. 최적 그룹 및 보정오차 (RC 기둥)

표 3. 철골기둥 그룹별 보정량(in)

GROUP	층	예측량	보정량	오 차
1	1~14	6.78	6.78	0
2	15~23	9.701	9.701	0
3	24~27	5.357	5.357	0
4	28~38	18.515	19.667	1.152
5	39~44	11.879	12.886	1.0071
6	45~47	6.311	6.311	0
7	48~68	47.341	47.341	0
8	69~76	16.803	15.464	1.339
9	77~80	3.198	3.475	0.277

표 4. RC 기둥 그룹별 보정량(in)

GROUP	층	예측량	보정량	오 차
1	1~14	7.223	7.223	0
2	15~27	16.508	17.641	1.133
3	28~31	6.561	6.561	0
4	32~42	21.045	21.806	0.761
5	43~57	31.473	31.473	0
6	58~64	13.884	13.884	0
7	65~70	10.486	11.773	1.287
8	71~75	7.17	7.171	0
9	76~80	2.782	3.059	0.277

그림 2의 내부 철골기둥과 외부 RC기둥 상호간의 부등축소량을 최대 층별 허용 오차를 0.5in로 하여 최적 알고리즘을 적용한 결과는 그림 6과 같이 10개의 그룹으로 보정되었다. 그리고 각 층별 예측량과 보정량, 보정오차는 그림6과 같다. 알고리즘의 적용성 평가를 위하여 전체 부등축소량 합과 전체 보정량을 합을 계산하여 비교한 결과 각각 138.78in 그리고 141.49in로 나타나 1.95%의 전체 오차를 나타내었으며 최대 층별 오차가 0.5in 이내로 나타나 알고리즘이 효율적임을 알 수 있었다.

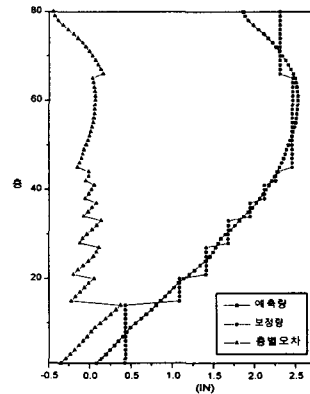


그림 6. 부등축소량 보정

6. 결론

본 연구에서는 고층건물 기둥의 부등축소량 보정법을 최적화 문제로 정식화하여 개발하고 이를 기존 80층 건물에 적용하여 개발된 최적보정기법의 실용성을 비교 분석하였다. 개발된 최적 보정 알고리즘을 예제에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 전체 건물의 부등축소량을 보정을 위한 최적화는 층별 및 그룹별 오차한계를 만족하는 최소 보정그룹의 수를 구하는 문제로 정식화되었다.
- 2) 정식화된 최적화 문제의 해법은 조합 최적화 기법인 SA를 문제에 적합하도록 개선하여 이용하였다.
- 3) 개발된 알고리즘은 PCA 예제 건물의 내부 철골기둥, 외부 RC기둥, 그리고 두 기둥간의 부등축소량 보정에 적용하였으며 적용 결과, 제한 값으로 주어진 층별, 그룹별 오차를 만족하였으며 최적 그룹 수 및 보정오차는 그림으로 나타내었다.
- 4) 본 연구의 적용성을 높이기 위하여 최적화 문제의 제약조건으로 사용되는 층별 및 그룹별 허용치, 기둥 재료 및 프레임 작용을 고려한 축소량의 예측 등에 관련한 연구 결과가 반영되어야 한다.

7. 참고문헌

1. M. Fintel, S. K. Ghosh, and H. Iyengar, *Column Shortening in Tall Buildings - Prediction and Compensation*, PCA, 1987.
2. ACI committee, *Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures*, ACI 209 R-92, 1992.
3. *CEB-FIP Model Code*, Design Code, Thomas Telford, 1990
4. 송진규, "실례를 통한 초고층 건물 기둥의 부등축소량 예측 및 시공오차 보정", 전산구조공학회 논문집, 제10권 제1호, 1997.3
5. 정석창, 유은중, 주영규, 최항, 안재현, 박칠립, "초고층 구조물에서 기둥축소량의 영향", 대한건축학회 학술발표논문집, 제18권 제2호, 1998.10
6. J. S. Arora, *Introduction to Optimum Design*, Mcgraw-hill, 1989
7. R. J. Balling, "Optimal Steel Frame Design by Simulated Annealing", *Journal Structural Engineering, ASCE*, Vol.117, No.6