

## 웨이블릿 변환을 이용한 구조물의 결함 진단

### Structural Damage Detection Using Wavelet Transform

김창구\* · 박광호\* · 기창두\*\*

Chang Gu Kim, Kwang Ho Park, Chang Doo Kee

#### ABSTRACT

Localized damage to a structure affects its dynamic properties, and much work has been undertaken investigating the variation of natural frequencies, damping ratios and mode shapes. This paper presents a technique based on wavelet transform to detect the existences and locations of structural damages. The procedure operates solely on the mode shape from the damaged structure, and does not require a priori knowledge of the undamaged structure. The procedure is developed using a 32-story shear building model. Applying wavelet transform to the mode shape successfully identifies the location of damage. The procedure is best suited to the mode shape obtained from the fundamental natural frequency. The wavelet coefficients from the higher mode shapes can be used to verify the location of damage, but they are not as sensitive as the wavelet coefficients of the lower mode shapes.

#### 1. 서 론

구조물의 진동을 모니터링하여 결함진단을 수행하기 위해 여러 가지 방법이 연구되어 왔다. 진동 신호를 이용하여 결함을 진단하는 방법은 다른 결함 진단 방법에 비해 상대적으로 진동 신호 획득이 용이한 장점이 있다<sup>(1)</sup>. 그러나 대부분의 모달 파라미터를 이용한 구조물 진단 방법은 구조물에 결함이 발생하기 전인 정상 상태에 대한 정보(FEM 모델, 실험결과)를 가지고 있어야만 한다. 또한 모달 파라미터가 구조물의 작은 결함에 민감하지 않기 때문에 모달 파라미터의 변화를 모니터링하여 구조물의 결함을 진단하려고 하는 시도는 어려움을 겪고 있다.

최근 웨이블릿 변환을 이용하여 다양한 분야에서 결함진단이 시도되고 있다<sup>(1,2,3,9)</sup>. 이호철<sup>(1)</sup> 등은 빔의 모드형상을 웨이블릿 변환하여 결함 진단을 시도하였고 Chung-Jen Lu<sup>(3)</sup> 등은 변위와 모

---

\* 전남대학교 기계공학과 박사과정

\*\* 전남대학교 기계공학과 교수

드 형상을 웨이블

렛 변환하여 현의 결함진단을 시도하였다. 현재까지의 결함 진단에 사용된 모달 파라미터의 사용빈도는 공진 주파수가 가장 높고 다음으로 감쇠율, 모드형상 순서로 이용되고 있다<sup>(4)</sup>. 모달 파라미터중 공진 주파수가 결함에 가장 민감하지만 결함의 위치를 찾기 위해서는 정상인 구조물에 대한 정보를 가지고 있어야 한다는 단점이 있다. 모드 형상은 정상인 구조물에 대한 정보가 필요 없이 위치 정보를 제공해준다는 장점을 가지고 있다. 그러나 모드 형상은 결함에 대한 민감도가 떨어지기 때문에 결함 진단에 많이 사용되고 있지 않다. 본 논문은 웨이블렛 변환을 이용하여 구조물의 모드 형상에 생기는 작은 변화를 감지해 결함의 존재와 위치를 판정하는 것이 목적이다. 32 자유도의 Shear buiding 모델을 이용하여 수치 실험을 실시하였고 결함이 발생 되기전과 후의 웨이블렛 변환 결과를 비교 검토하였다. Lin<sup>(12)</sup>은 강성 감소로 표현할 수 있는 결함에 대해서는 고차의 공진 주파수가 저차의 공진 주파수보다 결함 진단에 유용하다고 주장하였다. 본 연구에서는 저차 모드 형상과 고차 모드형상을 웨이블렛 변환하여 유용성을 비교 검토하였다.

## 2. 웨이블렛 변환

### 2.1 웨이블렛의 정의

웨이블렛 변환은 단구간 푸리에 변환(Short Time Fourier Transform)의 여러 단점을 보완하여 고안되었다. 푸리에 변환과 웨이블렛 변환의 차이를 나타낸 Table 1에서 알 수 있듯이 푸리에 변환은 신호의 주파수 정보를 제공하지만 시간 정보를 잃어버리게 되나 웨이블렛 변환은 신호를 시간과 스케일영역으로 변환시켜 다해상도의 관점에서 신호의 특성을 파악할 수 있다. 이것은 입력 신호의 샘플링 주파수를 2분주(Dyadic)하게 분할할 수 있으며 웨이블렛 함수와 스케일링 함수를 입력 신호와 곱하여 고주파와 저주파로 주파수 대역을 나누어 신호를 분석하는데 매우 유용하다. 웨이블렛 함수의 주파수 분할 특성은 모 웨이블렛(mother wavelet)의 종류에 따라 달라지며 일반적으로 웨이블렛 변환에 사용되는 기본 함수를 웨이블렛이라 하며  $\psi_{a,b}(t)$ 로 나타낸다. 그리고 웨이블렛은 모 웨이블렛  $\psi(t)$ 로부터 유도되며 여기서  $\psi_{a,b}(t)$ 는 식 (1)과 같다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

여기서  $a$ 는 크기 변수(scaling factor)이며  $a > 0$ 이다. 그리고  $b$ 는 평행이동 변수(translation factor)이다. 이러한 웨이블렛을 이용한 어떤 신호  $f(t)$ 의 웨이블렛 변환  $CWT_s(a,b)$ 는 식(2)와 같다.

$$CWT_f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) f(t) dt \quad (2)$$

위 식 (2)에서 보는 바와 같이 어떤 함수의 웨이블렛 변환은 신호 함수와 웨이블렛 함수 사이의 상관 관계 연산을 나타낸다.

### 2.2 허용 조건

어떤 한 신호  $f(t)$ 의 웨이블렛  $\psi(t)$ 가 웨이블렛 역변환이 존재하기 위해서는 허용 조건을 만족해야만 한다. 웨이블렛 역변환은 다음식(3)과 같다.

$$f(t) = \frac{1}{C_h} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} CWT_s(a,b) \psi_{a,b}(t) \frac{da}{a^2} db \quad (3)$$

여기서 정규화 상수  $C_h$  는

$$C_h = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H(f)|^2}{|f|} df \quad (4)$$

으로 정의되고 웨이블릿 역변환이 존재하기 위해서  $C_h < \infty$ 를 만족해야 한다. 그러므로 웨이블릿 변환의 허용 조건에는  $f=0$  일때  $|H(f)|^2 = 0$  이라는 것이 내포되어 있다. 변환의 허용 조건은

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (5)$$

이다. 식 (5)는 어떤 함수가 웨이블릿 변환에 사용되는 웨이블릿이 되기 위해서는 평균이 0 이어야 한다는 것을 의미한다.

Table 1. Comparison of fourier transform and wavelet transform.

	FT	WT
Basis function	Sine, cosine function $\sin \omega t$ $\cos \omega t$	Wavelet function family $\frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$
Form	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$	$\frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) f(t) dt$
Information	Frequency	Scale(frequency)
	Stationary signal	Time Non-stationary signal

### 3. 결함 진단 실험

본 연구에서는 결함이 발생하면 구조물의 질량은 변화가 없지만 강성이 줄어든다는 가정에 기초를 두고 있다<sup>(1,4,5,6,7,8)</sup>. 구조물의 결함에 의해 강성이 변화하면 그 지점의 모드 형상에 작은 변화를 주게 되고<sup>(1)</sup> 이러한 변화는 연속 웨이블릿 변환의 Low Scale(high frequency)에서 감지될 수 있다. 웨이블릿 변환의 시간-주파수 분석방법에서 시간축을 노드 포인트로 설정하여 분석을 수행하였다.

수치 실험에 사용한 구조물은 그림 1 과 같다. 32 층의 구조물을 32 자유도를 갖는 Shear Building 으로 모델링하였다. 구조물의 각층은 1 자유도를 갖도록 하였고 강성값과 질량값은 그림 1 에 나타내었다. 시스템의 강성행렬과 질량행렬은 Shear Building 을 모델링하는 표준 방법을 이용하였다<sup>(11)</sup>. 구조물의 고유 진동수와 모드 형상은 Eigenvalue Problem 을 풀어서 구하였다.

본 연구에서는 2 가지 경우의 결함 예제에 대해서 수치 실험을 실시하였다. 수치 실험에 사용된 결함 예는 Table 2 에 나타내었다. Table 2 에서 - 값은 강성을 줄인 정도이다. 시나리오 1 에서는 16 번 요소의 강성을 0.5%와 5% 줄인후 구조물 결함진단을 수행해 보았다. 시나리오 2 에서는 10 번 노드와 20 번 노드에 각 각 5%의 강성 변화를 준 후 구조물 결함 진단을 수행하였다. 두 가지 시나리오는 본 연구에서 사용한 웨이블릿 변환을 이용한 구조결함 진단법이 결함 크기와 결함 위치를 판별할 수 있는지를 조사하기 위하여 인위적으로 생성하였다. 구조물에 결함이 존재하기 전후의 공진주파수를 표 3 에 나타내었다. 결함진단에는 정상상태의 구조물에 대한 정보를 이용하지

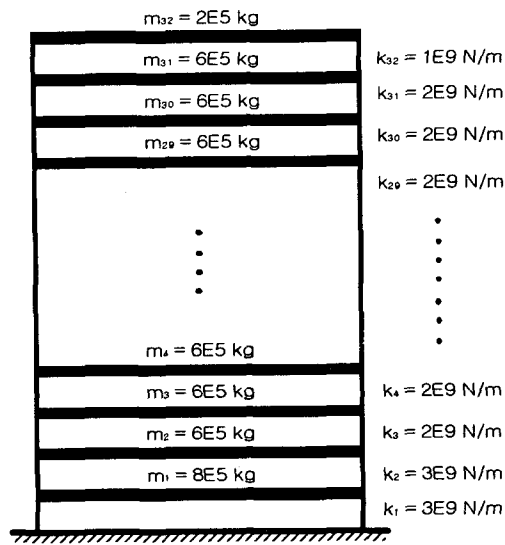


Fig 1. Model of 32-storey shear building.

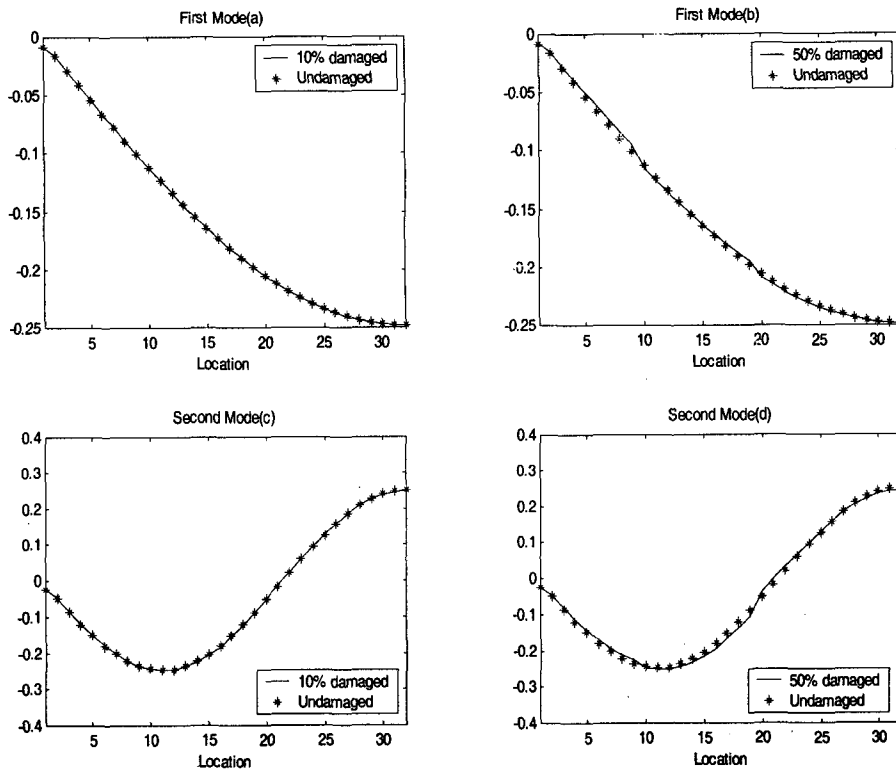


Fig 2. The first and second mode shape of 32 story shear building with and without damage.

않으며 단지 구조물의 강성 변화가 공진 주파수에 미치는 영향을 보이기위해 나타내었다.

Table 2. Inflicted damage of scenarios 1 and 2.

Scenario 1		Scenario 1	
Element	Damage	Element	Damage
16	-0.5%	10	-5%
16	-5%	20	-5%

그림 2는 정상인 구조물과 결함이 존재하는 구조물의 모드 형상을 비교한 것이다. (a)는 정상인 구조물과 10% 강성 변화(10 번, 20 번 노드)가 있는 구조물의 1 차 모드 형상이다. (b)는 50% 강성 변화(10 번, 20 번 노드)가 있는 구조물의 1 차 모드 형상이다. (c)와 (d)는 2 차 모드 형상 결과이다. 결함이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우의 모드 형상은 거의 일치하며 상당히 큰 결함에서만 모드 형상의 변화를 감지할 수 있다. 따라서 모드 형상만을 모니터링해서 구조물의 작은 결함을 진단하기는 무척 어려운 일이다.

Table 3. Natural frequency(Hz) of undamaged structure and of scenarios 1.

Mode	Undamaged(Hz)	Scenario 1(5% defect)	
1	0.46304	0.46136	-0.3653%
2	1.38744	1.38288	-0.3296%
3	2.30675	2.29768	-0.3948%
4	3.21754	3.20794	-0.2994%
5	4.11637	4.09968	-0.4073%
6	4.99982	4.98565	-0.2843%
7	5.86463	5.84142	-0.3974%
8	6.70804	6.68982	-0.2873%
9	7.52811	7.50028	-0.3711%
10	8.32407	8.29913	-0.3005%

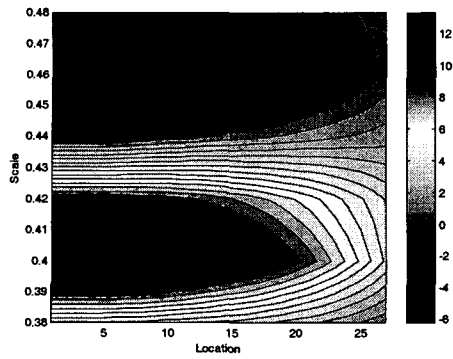
그림 3은 모드 형상을 웨이블릿 변환한 결과이다. (a)는 정상인 구조물의 wavelet map 이고 (b)는 0.5%의 무척 작은 결함에 대한 수치 실험 결과이다. 연속 웨이블릿 변환을 이용하여 0.5% 정도의 작은 결함진단이 가능함을 보였다. (c)는 5%의 결함이 존재하는 경우의 wavelet map 이다. 웨이블릿 계수의 크기를 비교해 보면 0.5%의 경우보다 크다는 것을 알 수 있고 이는 결함의 크기에 대한 정보가 들어있음이 확인되었다. (d)는 5%의 결함이 10 층과 20 층에 동시에 존재하는 경우이다. Fourier 변환에서는 sine 과 cosine 만을 이용해서 신호를 분해(decomposition)하지만 웨이블릿 변환은 다양한 모 웨이블릿을 이용하여 신호를 분해할 수 있다. 본 논문에서는 다양한 웨이블릿을 이용하여 실험해본 결과 mexican hat 웨이블릿이 비교적 가장 우수했다. (e)는 symlet 웨이블릿을 이용한 실험 결과이다. (f)는 5%의 결함이 10 층과 20 층에 존재하는 경우의 3 차 모드 형상의 웨이블릿 map 이다. 10 번 노드의 결함은 쉽게 찾을 수 있으나 20 번 노드에서는 불연속점이 보이지 않아 결함의 위치를 찾기가 어렵다. 고차 모드와 저차 모드를 이용하여 수치 실험해본 결과 1 차 모드의 웨이블릿 계수가 결함 진단에 가장 유용함을 알 수 있었다.

#### 4. 결 론

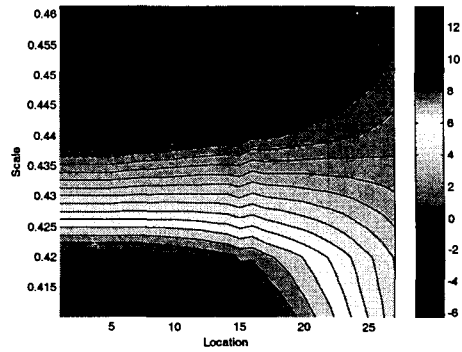
본 논문의 목적은 웨이블릿 변환의 Time-Frequency 분석 기능을 이용하여 구조물의 결함을 진단하는데 있었다. 구조물에 결함이 발생하면 그 영향으로 모드 형상을 변화시키나 구조물의 모드 형상은 작은 결함에 민감하지 않아 기존의 방법으로는 결함을 찾기 어려웠다. 본 연구에서는 모드 형상의 작은 변화가 low scale 성분에 영향을 준다는 것에 착안하여 구조물의 결함 진단을 수행하였다. 구조물에서 구할 수 있는 모드 형상은 자유도 수만큼 존재하나 실험결과 가장 저차의 모드 형상을 웨이블릿 변환한 결과가 구조물의 결함 진단에 가장 유용함을 알 수 있었다. 본 논문에서 사용한 방법은 정상적인 구조물에 대한 정보(FEM 모델/실험 결과)가 결함의 위치와 정도를 파악할 수 있었다.

#### 참고 문헌

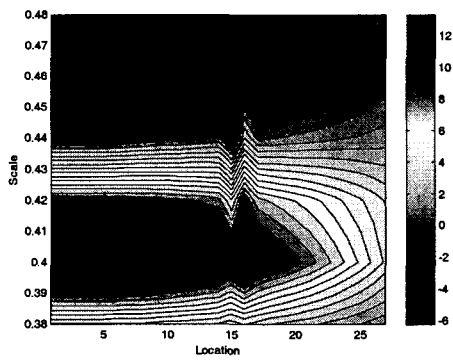
1. 이호철, 김윤영, 이용욱, 모드형상의 웨이블릿 변환을 이용한 보의 결함 진단, 한국소음진동공학회 1999년도 춘계학술대회논문집, pp. 430-435
2. 김윤영, 김응훈, 웨이블릿과 위그너빌을 이용한 구조진단기법, 한국소음진동공학회 1999년도 춘계학술대회논문집, pp. 436-441
3. Chung-Jen Lu, Yu-Tsun Hsu, Application of wavelet transform to structural damage detection, Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, 1999, pp. 908-914
4. C. P. Ratcliffe, Damage detection using a modified laplacian operator on mode shape data, Journal of Sound Vibration, Vol. 204, No. 3 Jul 1997, pp. 505-517
5. Scott W. Doebling, Charles R. Farrar, and Michael B. Prime, A summary review of vibration-based damage identification methods, The Shock and Vibration Digest, Vol. 30, No. 2, March 1998, pp. 91-105
6. J. Brandon, A Critique of location criteria in modal methods for structural damage identification, Journal of Sound Vibration, Vol. 203, No. 4, Jun 1997, pp. 728-729
7. Klaus Gregor Topole, Norris Stubbs, Non-destructive damage evaluation of a structure from limited modal parameters, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 24, 1995, pp. 1427-1436
8. C. H. Jenkins, L. Kjerengtroen, H. Oestensen Sensitivity of parameter changes in structural damage detection, Shock and Vibration, Vol. 4, No. 1, 1997, p27-37,
9. W. J. Staszewski, Structural and mechanical damage detection using wavelets, the Shock and Vibration Digest, Vol. 30, No. 6, 1998, pp. 457-472
10. M. M. F. Yuen, A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever, Journal of Sound and Vibration, vol. 103, no. 3, 1985, pp. 301-310
11. Mario Paz, Structural Dynamics Theory and Computation third edition, thomson information/publishing group, 1985
12. C. S. Lin, Locating of modeling errors using modal test data, American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, Vol. 28, 1990, pp. 1650-1654



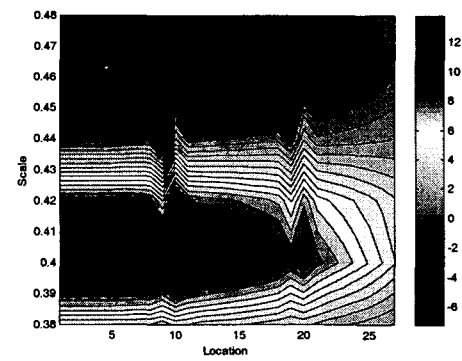
(a) No damage : mexican hat wavelet.



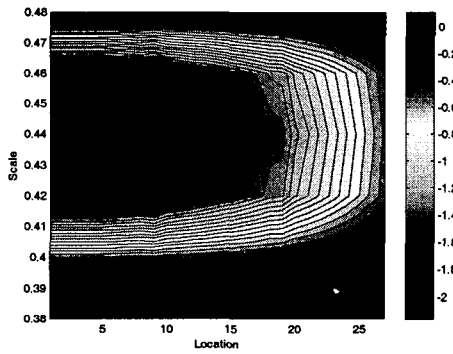
(b) 0.5% damage : mexican hat wavelet.



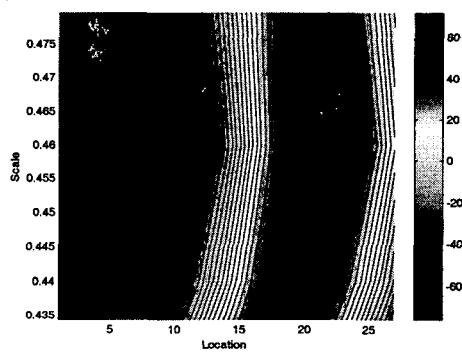
(c) 5% single damage : mexican hat wavelet.



(d) 5% multiple damage : mexican hat wavelet.



(e) symlets wavelet.



(f) wavelet map of the third mode shape.

Fig 3. Wavelet map for a structural damage detection.