한국전산구조공학회
1999년도 봄학술발표회 논문집

다축응력상태 평판의 피로파괴 해석

Fatigue Failure Analysis of Plates under Multi-axial Loading

이 상 호* 윤 영 철**
Lee, Sang-Ho Yoon, Young-Cheol

ABSTRACT

In this study, fatigue crack propagation problem of plate under multi-axial loading is mainly considered. To analyze this special problem, recently developed technique called EFGM(Element-Free Galerkin Method), one of the Meshfree Methods, and general fatigue crack growth law herein Paris law are used. Using the implemented scheme, paths of fatigue cracks by constant-amplitude load fluctuation and multiple-crack growth behavior are examined. The failure mechanism of steel plate due to crack propagation is studied. As a result, an algorithm that treats multiple fatigue crack problems is proposed. A numerical example shows that the prediction of growing paths can be achieved successfully and efficiently by proposed algorithm.

1. 서 론

가스 등을 저장하는 저장탱크와 같은 압력용기나 강교량의 부재들과 같이 많은 구조체들이 실제의 사용 중에 다축응력상태에 놓이는 경우가 빈번하다. 더욱이 균열이 발생하게 되면 구조체내에서 응력의 불연속성과 특이성으로 인해 해석하기 어려워질 뿐만 아니라 여러 개의 균열이 동시에 성장하는 경우에는 자라나는 균열의 영향으로 구조물 내의 응력상태가 더욱 복잡해진다. 다축응력을 받는 무한평판의 균열의 응력확대계수에 대한 이론적인 연구[4][6]들이 이루어지기는 했지만 복잡한 기하학적 형상을 가진 대상이나 다축응력에 의한 다수의 균열의 성장문제를 만족할 만큼 다루지는 못했다. 또한 다축응력을 받는 평판의 문제는 혼합모드상태의 주기적인 다축응력을 재현하기 어려울 뿐만 아니라 적절한 시편을 제작하기 어렵기 때문에 실험적인 접근방법에서 많은 난점을 안고 있다. 본 연구에서는 수치해석법으로 최근 활발히 연구되고 있는 무요소법의 하나인 EFG(Element Free Galerkin)법[1]을 이용한 균열해석기법에 일반적인 피로균열성장법칙[5]을 도입하여

* 정회원, 연세대학교 토목공학과, 조교수
** 연세대학교 토목공학과, 박사과정

성장하는 다수의 균열을 포함한 강판에 대한 해석을 수행하였다. 다수의 균열이 존재하는 평판이 일정한 진폭의 반복적인 피로하중을 받게 되는 문제를 해석하는 과정을 통해 각각의 균열들을 진전시키면서 전체 구조체에 대한 해석을 수행할 수 있는 알고리즘을 연구하여 상당한 수준까지 균열을 진전시키면 그 성장경로를 수치적인 방법으로 추적할 수 있는 기법을 제시하였다.

2. 균열해석을 위한 EFG법 개요와 균열의 모형화

본 절에서는 EFG법의 개요를 설명하기 위해 가정한 근사함수로부터 형상함수를 유도하는 과정과 형상함수를 구성하기 위한 영향영역과 가중함수에 대해 언급하고, EFG법으로 균열을 모형화하는 기법을 간단히 제시하였다. EFG법은 구하려는 계방정식의 해를 에너지원리에서 출발한 근사해법인 Galerkin법을 이용하여 요소의 개념을 사용하지 않고 절점단위의 조작으로 구하는 방법이다. EFG법에서는 해의 기본적인 조건을 만족시킬 수 있는 근사함수 u^h를 m개의 항을 갖는 다항식백터 $p(x)$와 임의의 계수를 나타내는 벡터 $a(x)$를 이용하여 식 (1)과 같이 가정한다. 이 함수는 다시 영향영역에 포함된 각 절점들의 형상함수 $\Phi_I(x)$와 절점계수 u_I의 곱을 모두 더한 형태로 나타낼 수 있다.

$$u^h(x) = p^T(x)a(x) = \sum_{I}^{n_{sn}} \sum_{J}^{m} p(x_J)(A^{-1}(x)B(x))_{IJ}\, u_I$$

$$= \sum_{I=1}^{n_{sn}} \Phi_I(x) u_I \tag{1}$$

다음으로 가정한 근사함수와 절점계수 u_I 사이의 오차값에 가중함수(weight function)를 곱하여 가중잔차(weighted L_2 norm)를 구한다. 이값을 이동최소제곱법(Moving Least Square Approximation)을 이용하여 최소화시키는 과정에서 근사함수의 미지계수들을 결정하여 식 (1)의 형상함수를 식 (2)와 같이 구체적으로 구할 수 있다. 식 (3)과 식 (4)는 형상함수의 계수값들이며, n_{sn}은 영향영역내에 포함된 절점들의 개수이다.

$$\Phi_I(x) = \sum_{J}^{m} p(x_J)(A^{-1}(x)B(x))_{IJ} \tag{2}$$

$$A(x) = \sum_{I=1}^{n_{sn}} w(x - x_I)p(x_I)p^T(x_I) \tag{3}$$

$$B(x) = [w(x - x_I)p(x_I), \ldots, w(x - x_{n_{sn}})p(x_{n_{sn}})] \tag{4}$$

결과적으로 보면 EFG법은 주변절점들과의 상관관계를 이용하여 형상함수를 구성하고 절점계수를 결정한다. 고려하는 계에 대한 계방정식을 풀기 위해서는 해석대상의 강성을 계산해야 한다.

해석대상을 적절히 나누어 수치적분을 해야 하는데 수치적분은 임의의 기준점(일반적으로 Gauss 적분점을 이용)을 중심으로 이 기준점이 영향을 미치는 범위를 나타내는 영향영역의 개념을 도입하여 Gauss 적분을 수행한다. 본 연구에서는 일정한 반경을 갖는 원의 형태를 갖는 영향영역을 사용하였으며 이때 영향영역내에 적절한 개수의 절점이 포함되도록 해야 해의 정도를 보장하면서 동시에 빠른 계산을 수행할 수 있다.

EFG법에서 균열의 모형화는 균열의 불연속성을 표현하기 위해 쌍을 이루는 절점들을 이용하였으며, 균열선단의 특이성을 나타낼 수 있도록 영향영역의 형태를 변형시키는 기법을 적용하였다. 균열이 진전함에 따라 균열의 성장경로를 따라 연속적으로 모형화할 수 있도록 절점들이 균열의 경로를 따라 자동적으로 추가, 삭제될 수 있는 기법을 도입하였다. 한편 쌍을 이루는 절점들은 서로 균열의 반대편에 위치하고 있기 때문에 불연속할 뿐만 아니라 형상함수나 가중함수도 다르게 된다는 것을 주목할 필요가 있다.

본 해석방법에서는 선형탄성파괴역학이론에 근거하여 파괴역학계수를 산정하였다. 응력확대계수는 교차적분법[3]을 이용하여 산정하였으며 균열의 성장방향은 최대주응력한계론[2]으로 계산하였다. 균열이 이전의 경로에 대해 일정한 방향각을 가지고 진전하는 경우, 즉 혼합모드상태에서는 모드별 응력확대계수 K_I과 K_{II}값을 등가의 모드 I 응력확대계수값으로 바꾸어 다음 단계의 균열의 성장방향과 성장량을 산정하였다.

3. 피로균열성장법칙을 이용한 다수균열의 진전

피로균열은 그 성장단계를 보통 3개의 영역으로 나누는데 본 연구에서는 균열이 생성된 이후의 균열이 점진적으로 성장하여 공학적으로 의미가 있는 두번째 영역부터의 거동을 주된 관심의 대상으로 하였다. 본 연구에서는 EFG법을 이용한 해석알고리즘에 피로균열성장법칙을 적용하여 그림 1에 제시한 바와 같은 새로운 알고리즘을 개발하였다. 피로균열성장법칙은 식 (2)와 같은 Paris 법칙[6]을 이용하였으며 이 경험적인 식은 균열길이, 피로하중주기, 피로하중에 대한 응력확대계수범위 ΔK ($\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$)의 관계를 규정한 것으로 보통 실험적인 방법으로 구하는 재료상수 값 C, m을 대입하여 사용한다.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \tag{5}$$

균열이 성장하는 과정을 모형화하기 위해서는 위의 식을 작은 구간들로 나누어 적분함으로써 균열을 조금씩 성장시킬 수 있다. 본 연구에서 사용한 방법은 먼저 적정한 크기로 가정한 균열진전량 $\Delta a_{\max}$에 대한 하중주기 ΔN을 식 (5)를 이용하여 계산한 다음, EFG해석을 수행하여 응력확대계수범위 ΔK를 계산하였다. 혼합모드인 경우에는 등가의 모드 I 응력확대계수 ΔK_{Ieq}를 계산한다. 그리고 다음 단계의 해석을 수행하기 위한 균열진전량 Δa를 역시 식 (5)를 가지고 결정하여

균열을 성장시키고 새로운 균열의 형상에 대해 절점을 생성시키거나 삭제하여 재배치 한다. 이와 같은 과정을 반복적으로 수행하므로써 주기하중에 의한 균열의 성장과정을 모형화하였다. 이때 균열진전량을 너무 크거나 작지 않도록 적절하게 가정해 주어야 계산시간을 절약하면서 동시에 균열이 성장하는 경로를 정확히 추적할 수 있다. 또한 가장 빨리 자라는 균열에 비해 너무 조금 자라는 균열이 생기는 것을 막기 위해 응력확대계수의 문턱값 $\Delta K_{threshold}$ 을 도입하여 ΔK_{1eq} 이 문턱값 미만일 때는 균열이 성장하지 않는 것으로 가정한다.

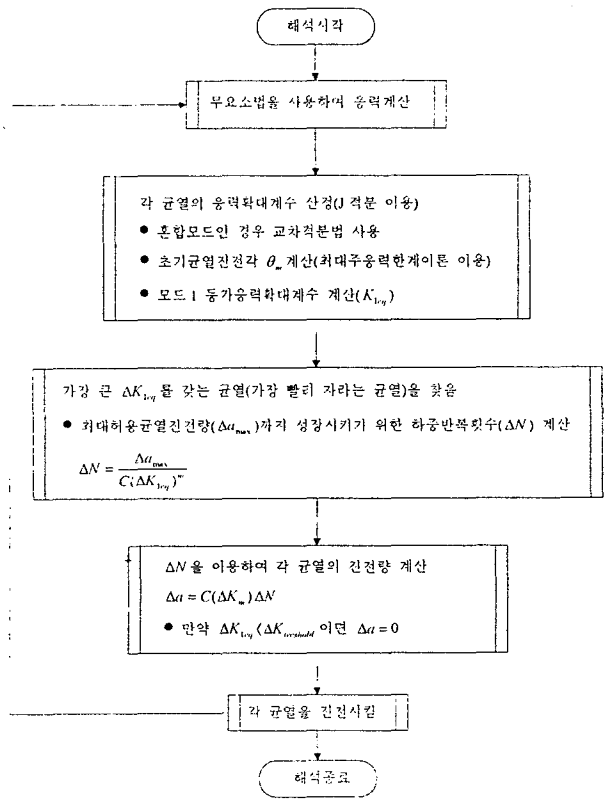

그림 1 다수의 피로균열 성장 알고리즘

4. 다축응력을 받는 다수균열함유 평판의 피로파괴거동해석

본 절에서는 강교량 등에서 발견할 수 있는 직각으로 절취된 단부(기하학적 형상에 의해 응력이 집중 되는)를 갖는 강재가 다축응력을 받는 경우의 균열문제를 다루었다. 그림 2에는 표 1에 나타낸 것과 같이 수평방향과 수직방향으로 단순반복인장하중(zero to tension loading)을 받고 있는 해석대상의 모양을 도시하였으며 해석은 평면응력상태에 대해 탄성계수는 3.0×10^7psi , 포아송비는 0.25로 가정하여 수행하였다.

표 1 하중조건과 다축응력상태

하중조건	Loading 1	Loading 2
1	30 ksi	10 ksi
2	10 ksi	30 ksi
3	20 ksi	20 ksi
4	10 ksi	20 ksi

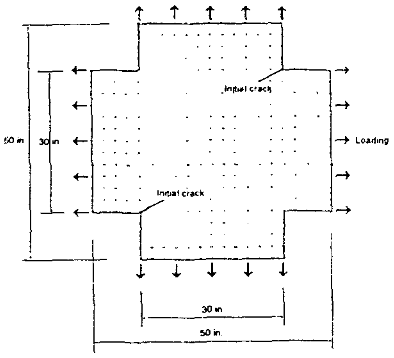

그림 2 열십(十)자 모양의 다축응력을 받는 평판에 발생한 두개의 균열의 성장

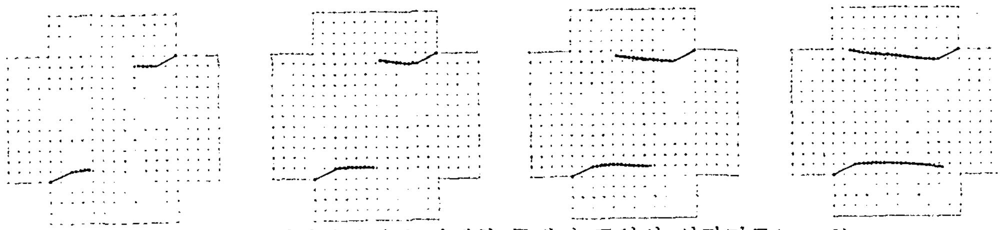

그림 3 직각단부에서 발생한 두개의 균열의 성장경로(case 1)

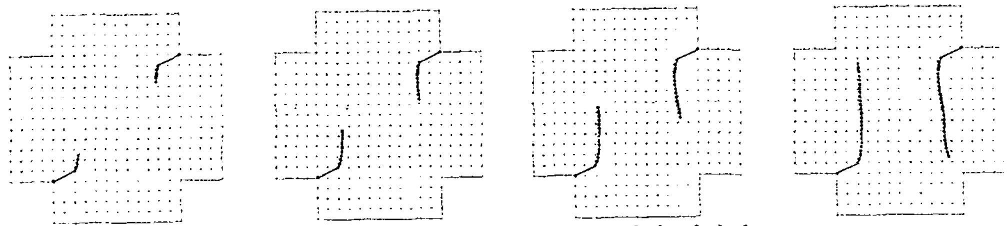

그림 4 직각단부에서 발생한 두개의 균열의 성장경로(case 2)

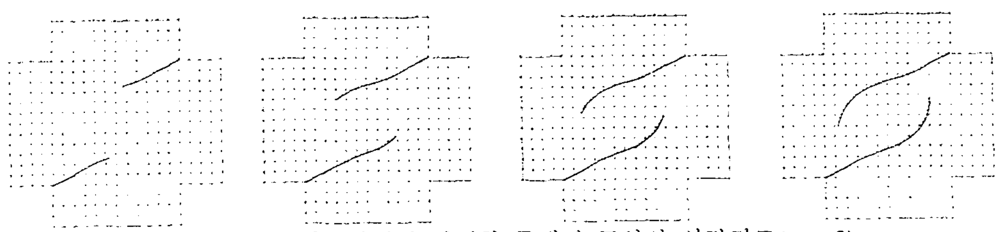

그림 5 직각단부에서 발생한 두개의 균열의 성장경로(case 3)

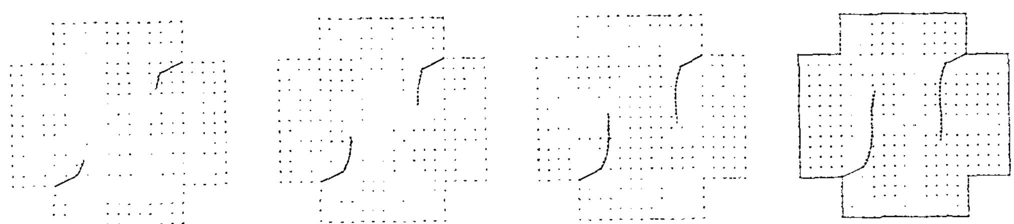

그림 6 직각단부에서 발생한 두개의 균열의 성장경로(case 4)

그림 3에서 그림 6까지는 다축응력을 받고 있는 2개의 초기균열을 포함한 평판에 대한 EFG해석결과로써 각각의 경우에 대한 균열의 예상진전경로를 도시하였다. 수평과 수직의 방향에 대한 하중조합에 의해서 균열의 성장경로가 매우 차이가 나는 것을 확인할 수 있으며 하중조건 4는 하중조건 2와 수평방향의 하중크기가 약간 다른데 해석결과는 유사한 경로를 보이고 있다.

5. 결 론

EFG법을 이용하여 다축응력상태의 평판에 발생한 피로균열진전해석을 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

1) 본 연구에서는 EFG 법을 이용한 균열해석기법에 피로균열성장이론을 적용하여 강재에서 다양한 형태로 진전하는 다수균열에 대한 해석을 할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.
2) 개발된 알고리즘을 초기균열을 포함하고 주기적인 다축응력을 받는 평판문제에 적용하여 균열들의 성장경로를 성공적으로 추정할 수 있었으며 동시에 부재의 파괴가 진행되는 과정을 파악할 수 있었다.
3) 피로균열성장법칙을 이용하여 균열의 성장경로를 단계적으로 추적하는 해석과정을 자동화함으로써 계산의 효율성을 높일 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Belytschko, T., Lu, Y. Y. and Gu, L., (1994), "Element-free Galerkin Methods", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, **Vol**. 37, pp. 229-256.

(2) Edogen, F. and Shi, G. C. (1963), "On the crack extension in plates under loading and transverse shear", *Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, pp. 519-527.

(3) Moran, B. and Shih C. F. (1987), "Crack tip and associated domain integrals from momentum and energy balance", *Engineering Fracture Mechanics*, **Vol**. 27(6), 615-641.

(4) Rooke, D. P. and Cartwright, D. J. (1974), "Stress Intensity Factors", Royal Aircraft Establishment, Univisity of Southampton.

(5) Paris, P. C. and Erdgan F. (1963), "A critical analysis of crack propagation laws", *Journal of Basic Engineering*, **Vol**. 85, pp. 528-534.

(6) Tweed, J. and Rooke, D. P. (1973), "The distribution of stress near the top of a radial rack at the edge of a circular hole", *Journal of Engineering Science*, **Vol.** 11.