

철근콘크리트 구형돔의 실험 및 강체요소해석 Experiment and Rigid Element Analysis of R.C. Spherical Dome

박 장 근*
Park, Kang-Geun*

ABSTRACT

This paper is the experimental and analytic of reinforced concrete hemisphere dome under vertical load. It is described that when the reinforced concrete hemispherical dome supported on cylindrical wall is loaded vertically, how the opening part of dome will behave mechanically. The experimental and analytic model is a hemispherical dome with opening and the meridian angle of opening is 76° at the center of sphere under concentrated load around the opening, but this is reinforced by a ring with sufficient stiffness. The diagrams of crack development are represented to understand the behavior of the reinforced concrete hemispherical dome. The method of crack analysis will be applied the rigid element spring model. The rigid element spring model is a new discrete element analysis, each divided element is assumed by rigid elements without deformation which is interconnected with elasto-plastic spring system.

1. 서 론

판 및 셸 구조물과 같은 연속체 구조물은 구조적 거동이 복잡하여 해석적 연구 뿐만 아니라, 실험적 연구를 통하여 역학적 거동을 파악하는 실정이다. 이러한 구조물의 역학적 거동을 파악하기 위해서 유한요소법(Finite Element Method), 경계요소법(Boundary Element Method), 강체요소법(Rigid Element method) 등 컴퓨터를 이용한 여러가지 수치해석적 방법이 시도되어 왔다. 그러나 실제구조물의 역학적인 거동을 알아보기 위해서는 실험적 연구를 통한 확인이 절실히 필요하다. 연속체중에서도 미사일, 우주선, 핵반응용기, 셀지붕 등 여러 산업분야에서 널리 쓰여지고 있는 셸구조물의 역학적 거동을 파악한다는 것은 구조공학에서 중요한 연구 분야중의 한 분야이다. 재료, 하중조건, 지지조건, 반경/두께비 등에 따라 셸구조물의 역학적 특성은 각기 다르게 거동할 것이다. 본 연구에서는 원통벽위에 지지된 철근콘크리트 반구형셸이 수직하중을 받을 때 그 구조물이 어떻게 거동하고 파괴되는지를 실험을 통해서 알아보고, 강체스프링 모델의 해석적 개념을 이용하여 구조물을 해석하고자 한다. 하중이 초기 탄성에서 파괴직전의 극한상태까지 정적으로 가해질 때 구조물의 하중-처짐 곡선, 균열의 진전도등을 조사해 봄으로써 구조물의 역학적 특성을 파악하여 실제 셸구조물의 설계에 필요한 역학적인 자료를 얻고자 한다. 그리고 구형돔의 균열의 패턴 및 파괴 상황을 고려하여 강체요소 스프링 모델을 하여 구조물의 탄소성해석을 수행하여 실험적인 결과와 비교하고자 한다.

2. 실험모델

2.1 실험모델

실험은 원통벽위에 지지된 철근콘크리트 구형셸에 수직하중이 작용할 때 각각의 역학적 거동을 살펴보기

*밀양대학교 건축공학과 교수,공학박사, ^본 연구는 밀양대학교 건축과학기술연구소 연구비에 의해서 수행됨.

위해서 그림.1과 같은 실험모델을 선정하였다. 시험체는 원통셀위에 지지된 철근콘크리트 반구형셀이고, 구의 중심에서 경선방향의 각 76°의 개구부를 갖는 원통벽위에 지지된 철근콘크리트 반구형셀이다. 실험모델의 직경은 37cm, 높이가 69cm, 두께가 2.5cm이다.

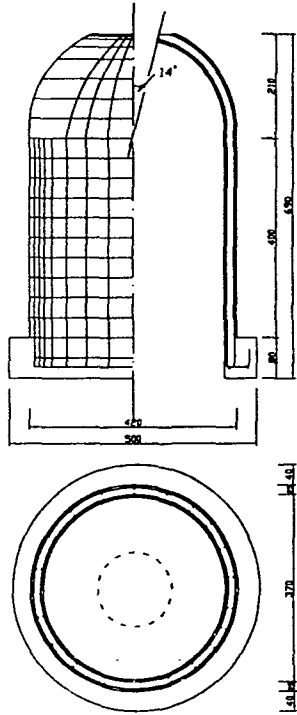


그림.1 실험 및 해석 모델

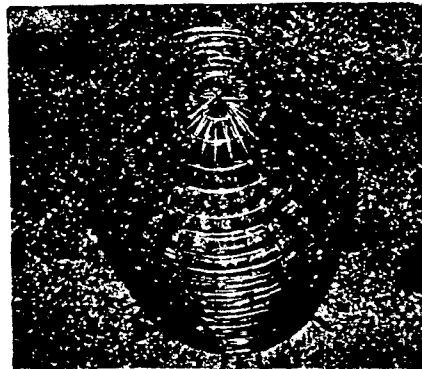
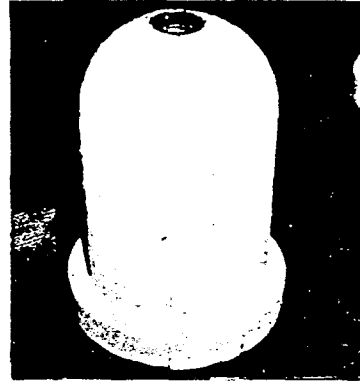


그림.2 실험체 사진

2.2 재료 및 시험체제작

사용시멘트는 보통포틀랜드 시멘트를 사용하였고, 두께의 제한으로 조골재는 사용하지 않고 세골재는 표면건조상태의 모래를 사용하였다. 모르타르의 압축강도는 276 kg/cm^2 이다. 철근은 2mm 원형강선으로, 인장 시험결과와 최대 인장강도는 8310 kg/cm^2 이다. 철근의 인장시험결과 일반적으로 원통벽위에 지지된 RC. 반구형셀이 내압을 받는 경우는 철근에 미리 인장력을 가하여 배근하는 것이 통상적이나 본 실험에서는 응력(stress)을 미리 가하지 않고, 경선방향으로 복층, 원주방향으로 복층으로 배근하였다. 철재 거푸집은 철판으로 제작하였고, 거푸집 제거를 용이하게 하기 위하여 2등분하여 너트와 나사로 조여 형틀을 유지하도록 하였다. 그리고 그 갈라진 미세한 틈은 콘크리트 타설시 물이 새지 않도록 실리콘을 주입하여 막았다. 배합은 시멘트와 모래의 1:2 중량배합으로 하였고, w/c는 40%로 하였다. 비빔은 손비빔으로 하였으며, 양생은 수온 19-21℃에서 28일간 수중양생하였다. 그림-2는 실험체를 제작한 사진이다.

3. 실험결과

그림.3은 하중이 증가함에 따라 원통벽위에 지지된 철근콘크리트 반구형셀의 처짐을 나타내는 하중-처짐곡선이다. 시험체의 균열은 5.80ton에서 처음 발생하여 하부로 균열이 진전되었다. 하중이 계속 증가하면서 초

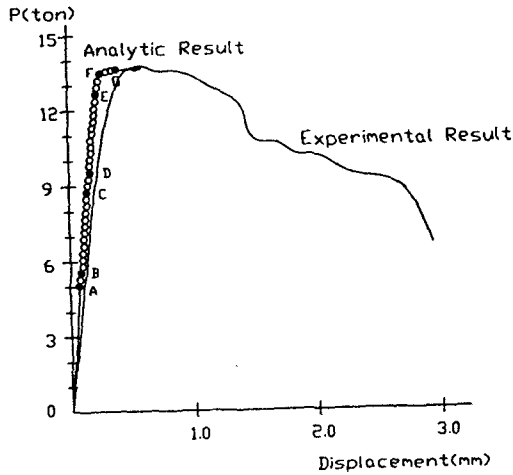


그림.3 하중-변위 곡선

기균열선을 따라 균열폭이 커지면서 최대하중이 13.80ton에서 최종파괴 되었다. 반구형의 셸상단에 수직하중을 작용하면 개구부주위를 제외하고는 주로 인장력이 작용하고 있음을 균열의 진전상황으로 알수 있다. 개구부 주위에 수직하중이 가해지므로 개구부쪽으로 압축력이 작용하여 링을 가압하게 된다. 그러나 링의 중앙이 비어 있으므로 보강링에 응력이 생겨 그 압축력에 저항한다. 따라서 개구부 보강링의 강성과 구조물의 강성은 밀접한 관계가 있다. 즉 개구부주위의 압축력보다 보강링의 응력이 항상 커야 보강의 효과가 있다. 균열의 진전상황으로 보아 힘은 주로 원주(circumferential)방향으로 흐르기 때문에 원주방향의 보강이 중요하다. 개구부가 링으로 보강되어 있는 경우에 균열의 양상으로 보아, 구조물의 거동은 개구부가 없는 것과 크게 다르지 않다. 그것은 개구부가 링으로 보강되었기 때문에 경계조건이 완전히 구속된 것과 같은 역할을 하기 때문이다. 구형셸 상단에 집중하중을 가할 경우, 유공이든 무공이든 반드시 가력점주위에 따라 보강을 하여야 원하는 실험결과를 얻을 수 있다고 생각된다.

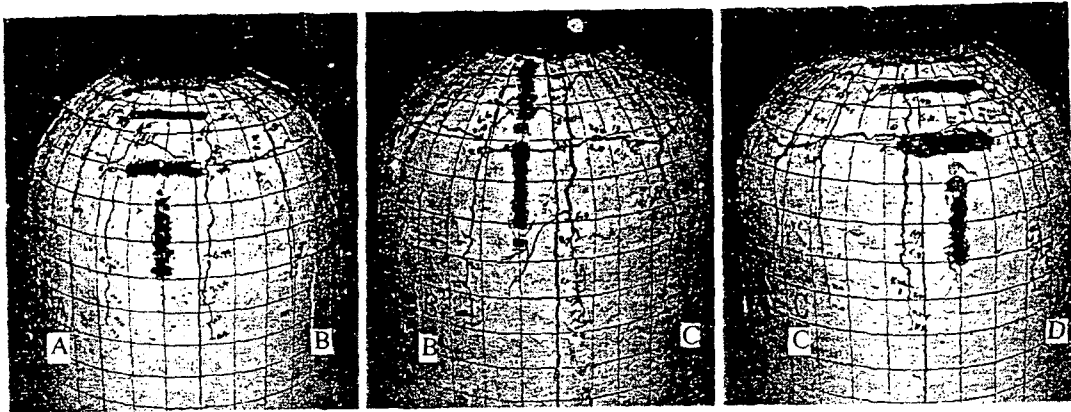


그림.4 파괴상황 및 균열 진전도

4. 강제요소법에 의한 구조물의 탄소성 균열해석

4.1 강제요소법의 개념

강체요소법(剛體要素法, Rigid Element Method ; REM)은 1982년 쯔보이(坪井 善勝)가 가와이(川井 忠彦)에 의해서 제안된 강체 스프링 모델(Rigid-Bodies Spring Model ; RBSM)의 개념에서 착안하여 철근콘크리트 벽식 프리캐스트 대형판 구조물의 탄소성 해석에 적용함으로써 시작된 수치해석법이다. 1976년 가와이는 연속체 역학에 기초를 둔 기존해석법으로 다루기 힘든 구조물의 비선형 문제, 즉 균열의 발생과 진전에 따르는 변위장의 불연속 문제를 해결하기 위해서 강체 스프

력의 작용하에서 평형상태를 유지하고 있다면, 반력은 인접한 요소에 있는 스프링 시스템에 분포한다고 가정한다. 그리고 외력에 의한 고체의 변형은 각 요소의 주변에 취해진 스프링 시스템에 의해서 이루어 진다고 생각하는 해석 모델이다. 1982년 쯔보이는 강체 스프링 모델의 개념에서 착안하여 철근콘크리트 벽식프리캐스트 구조물의 탄소성해석에 적용하기 위해서 강체요소법이라는 새로운 해석법을 개발하였다. 1983년 권택진(權宅鎭), 항가이(半谷 裕彦), 타나미(田波 徹行), 타카야마(高山 誠) 등에 의해서 철근콘크리트 내진벽과 같은 연속체 구조물에 대한 적용을 시도 하였다. 그 결과 강체요소법은 거시적인 모델과 미시적인 모델의 중간적인 성격을 가진 모델로서 실험과의 비교가 용이하고 경제적이며, 구조물의 파괴진전 상황 등을 효과적으로 파악할 수 있다는 것이 입증 되었다.

상기와 같이 발전 되어온 강체요소법의 기본개념은 다음과 같다. 강체요소법은 구조물을 유한개의 강체요소로 분할하고, 요소들은 재료의 역학적 특성을 만족하는 스프링 시스템으로 연결되어 있다고 가정한다. 이때 요소의 주변에 취해진 스프링은 축력, 면내 전단력 및 면외 전단력을 전달 한다. 또 요소의 강체 변위는 요소내의 한 점에서 취하고 요소의 주변에 취해진 스프링을 통하여 다른 요소로 전달 된다. 스프링의 강성이 축력일 때는 인장강성과 압축강성을 구분하여, 인장 및 압축에 대한 재료의 특성을 파악하도록 한다. 요소 주변의 각 변위의 위치와 요소내의 임의의 위치에서의 강체변위와의 관계식을 이용하여 요소와 스프링의 거동을 나타내는 관계식, 즉 적합방정식을 구하는 것을 시발점으로 유한요소법의 해석적 개념을 도입하여 전체 구조물을 해석하는 방법이다.

4.2 구성방정식

구조물을 유한차원화하기 위해서 유한개의 요소로 분할했을 때, 요소의 주변의 임의의 스프링- α 가 요소- M 의 점 i 와 요소- N 의 점 j 를 서로 연결하고 있다면, 스프링- α 에 대한 요소- M, N 의 적합방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{U_i\} = [A_i]_M \{D\}_M \quad (4-1)$$

$$\{U_j\} = [A_j]_N \{D\}_N \quad (4-2)$$

요소주변의 스프링 변위를 요소의 각 면에 대응되는 변위는 변환매트릭스 $[T^1]$ 에 의해서 다음과 같이 주어진다.

$$\{d\} = [T^1]\{U\} \quad (4-3)$$

식(4-1), (4-2)과 식(4-3)로부터 다음 공식을 유도할 수 있다.

$$\{d_i\}_M = [T^1]_M [A_i]_M \{D\}_M \quad (4-4)$$

$$\{d_j\}_N = [T^1]_N [A_j]_N \{D\}_N \quad (4-5)$$

구조물의 전체좌표계와 국소좌표계사이의 변환매트릭스 $[T^1]$ 을 고려한 후에 단위 매트릭스 $[I]$ 와 영매트릭스 $[0]$ 를 조합하면, 식(4-4), (4-5)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{d_i\}_M = [T^1]_M [A_i]_M [T^2]_M [I]_M \{\bar{D}\} \quad (4-6)$$

$$\{d_j\}_N = [T^1]_N [A_j]_N [T^2]_N [I]_N \{\bar{D}\} \quad (4-7)$$

식(4-6), (4-7)로 부터 스프링- α 의 상대변위 $\{d\}_\alpha$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\{d\} = \{d_i\}_M + \{d_j\}_N = ([T^1]_M [A_i]_M [T^2]_M [I]_M + [T^1]_N [A_j]_N [T^2]_N [I]_N) \{\bar{D}\} \quad (4-8)$$

스프링- α 의 내력과 스프링의 강성과의 관계식은 다음과 같다.

$$\{f\}_\alpha = [K]_\alpha \{d\}_\alpha \quad (4-9)$$

식(4-8)을 식(4-9)에 대입하면, 스프링- α 의 내력은 다음과 같이 주어진다.

$$\{f\}_\alpha = ([K]_\alpha [T]_\alpha^T [A]_\alpha [T]_\alpha^2 [L]_\alpha + [K]_\alpha [T]_\alpha^T [A]_\alpha [T]_\alpha [L]_\alpha) \{\bar{D}\} \quad (4-10)$$

4-3. 전체 강성 방정식의 유도

스프링의 총수를 n 이라 하고, 가상일의 원리를 적용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\delta(\bar{D})^T \{F\} = \sum_{\alpha=1}^n \delta(d)_\alpha^T \{f\}_\alpha \quad (4-11)$$

식(4-8), (4-10)을 식(4-11)에 대입하여 정리하면 전체 강성 방정식을 구할 수 있다. 전체 강성 방정식에 하중조건 및 경계조건을 대입하면, 미지의 강체변위, 반력, 스프링의 상대변위 및 내력을 구할 수 있다.

4-4. 탄성 및 탄소성 해석 방법

강체요소법을 이용하여 구조물을 탄소성해석 하기 위해서 재료의 역학적인 거동을 만족하는 스프링의 복원력 특성(응력-변형도관계)을 Tri-linear Model로 가정하고, 소성역(제2구배 이후)에서 응력이 후진할때는 탄성구배(제1구배)를 채택하였다. 또 철근콘크리트의 역학적인 특성을 고려하기 위해서 스프링의 압축강성 및 인장강성을 구분하여 계산할 수 있도록 하였다. 구조물의 해석시에 분할된 요소의 접촉면에 취해진 스프링의 강성의 선택이 제일 우선되어야만 강성매트릭스를 계산할 수 있다. 그런데 스프링의 축력강성을 선택할 때에는 스프링의 응력성분이 인장력인지 압축력인지 미리 알 수 없기 때문에 인장강성과 압축강성을 구분할 수 없다. 따라서 우선 모든 스프링의 축력강성에 인장강성을 대입하여 계산한다. 그 결과 스프링이 상대변위의 부호가 음이면, 이때의 스프링의 응력은 압축력이 작용하기 때문에 응력의 성분과 강성이 일치하지 않으므로 압축강성으로 다시 바꾸어 계산한다. 이러한 과정을 반복하여 각 스프링에 대한 상대변위의 부호와 선택된 스프링의 강성이 일치하면 단위하중에 대한 탄성해석을 한다. 단위하중에 대한 탄성범위의 해석으로 부터, 절점에 제일 먼저 도달할 수 있는 크기의 증분하중을 모든 스프링에 곱해준다. 각 스프링의 변위 및 응력에 증분하중을 고려한 점에서 국소계의 원점으로 생각하고, 다시 각 스프링에 대한 강성을 앞에서와 같은 방법으로 선정된 후에 제일 먼저 도달할 수 있는 스프링에 대한 증분하중을 각 스프링에 곱해준다. 이후의 탄소성해석에서는 반복계산이 되고, 스프링의 강성이 3구배를 넘어가면 파괴된 것으로 본다.

4.5 사각형 구요소 및 원통요소

구형셀을 그림.5와 같은 사각형 형태의 구요소로 분할할 수 있다. 사각형 구요소의 각 면에는 면내 방향과 두께 방향에 대해서 축력, 면내 전단력 및 면외 전단력을 전달할 수 있는 스프링이 복수개로 구성되고, 요소의 중심에는 6개의 강체변위($D_x, D_y, D_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$)가 취해진다. 그리고 요소의 중심에 취해진 6개의 강체변위가 요소의 주변에 취해진 스프링 위치의 변위에 미치는 영향을 고려하면, 사각형 구요소의 적합 방정식을 구할 수 있다. 구요소에서 요소중심에 취한 6개의 강체변위가 요소중심에 대한 기준 좌표계에 대응되는 변위, 즉 축방향의 변위 u , 면외 전단 방향의 변위 v , 및 면내 전단 방향의 변위 w 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} u &= D_x \cos \varphi - D_z \sin \varphi - \theta_x (R+z) \sin \theta \sin \varphi + \theta_y [(R+z) \cos \theta - R \cos \varphi] - \theta_z (R+z) \sin \theta \cos \varphi \\ v &= -D_x \sin \theta \sin \varphi + D_y \cos \theta - D_z \sin \theta \cos \varphi + \theta_x [R \cos \theta - (R+z) \cos \varphi] + \\ &\quad \theta_y R \sin \theta \sin \varphi + \theta_z (R+z) \sin \varphi \\ w &= D_x \cos \theta \sin \varphi + D_y \sin \theta + D_z \cos \theta \cos \varphi + \theta_x R \sin \theta - \theta_y R \cos \theta \sin \varphi \end{aligned} \quad (4-12)$$

식(4-12)를 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\{U\}_{SB} = [A]_{SB} \{D\}_{SB} \quad (4-13)$$

여기에서,

$$\{U\}_{SB} = \{u \quad v \quad w\}_{SB}^T$$

$$[A]_{SB} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & -(R+z) \sin \theta \sin \varphi & (R+z) \cos \theta - R \cos \varphi & -(R+z) \sin \theta \cos \varphi \\ -\sin \theta \sin \varphi & \cos \theta & -\sin \theta \cos \varphi & R \cos \theta - (R+z) \cos \varphi & R \sin \theta \sin \varphi & (R+z) \sin \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi & \sin \theta & \cos \theta \cos \varphi & R \sin \theta & -R \cos \theta \sin \varphi & 0 \end{bmatrix} \quad (4-14)$$

식(4-14)에서 $z=0$ 으로 두면, 다음과 같은 두께방향에 대한 단층 스프링 시스템에 대한 구요소들의 적합방정식을 구할 수 있다.

$$[A]_S = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & -R \sin \theta \sin \varphi & R(\cos \theta - \cos \varphi) & -R \sin \theta \cos \varphi \\ -\sin \theta \sin \varphi & \cos \theta & -\sin \theta \cos \varphi & R(\cos \theta - \cos \varphi) & R \sin \theta \sin \varphi & R \sin \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi & \sin \theta & \cos \theta \cos \varphi & R \sin \theta & -R \cos \theta \sin \varphi & 0 \end{bmatrix} \quad (4-15)$$

식(4-14)에서 $\theta=0$ 으로 두면, 복층 스프링 시스템에 대한 원통요소의 적합방정식이 구해지고, 식(4-15)에서 $\theta=0$ 으로 두면 단층 스프링 시스템에 대한 원통요소의 적합방정식이 구해진다. 복층 스프링 시스템으로 된 원통요소는 그림.6과 같다.

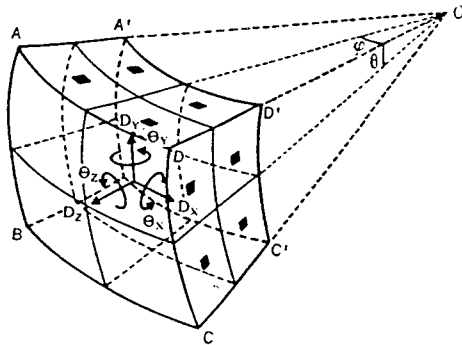


그림.5 사각형 구요소

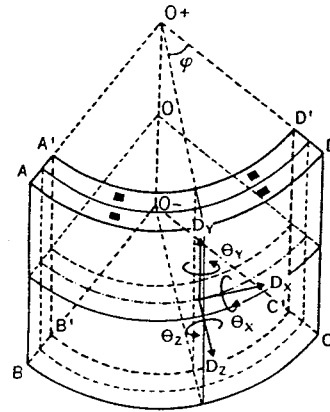


그림.6 사각형 원통요소

4.6 강제요소 모델링

본 연구에서는 복층스프링 시스템으로 된 원통요소와 구요소를 이용하여 철근콘크리트 동구조물의 탄소성 균열해석에 적용하여 구조물의 수치해석에 관한 결과와 실험결과와의 비교고찰을 통하여 강제요소법의 효용성을 파악하고자 한다. 강제요소법에 의한 철근콘크리트 원통셀의 탄소성 해석을 수행하기 위해서 셀구조물의 1/4에 대해서 탄소성해석을 수행하였다.

해석모델은 지지요소, 20개의 사각형 원통요소, 16개의 사각형 구요소로 분할하였다. 총요소의 수는 지지요소를 포함하여 37개 이고, 총스프링 수는 216개로 설치하여 강제요소해석을 수행하였다. 본해석에 사용한 스프링의 응력-변형도 곡선은 그림.7과 같다.

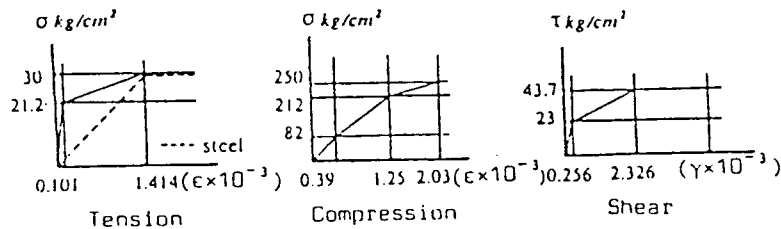


그림.7 스프링의 응력-변형도 곡선

4.7 해석결과 및 고찰

그림.8은 강체스프링 모델에 의한 탄소성 균열해석 결과를 나타낸 것이다. 탄소성 균열해석 결과에서 5.12 ton(STEP 1)에서 휨균열이 발생하였고, 9.52ton(STEP 43)에서 인장균열이 발생하기 시작하였다. 최종파괴는 13.58ton(STEP 59)에서 일어났다. 초기하중에서는 구형셀의 개구부 주위에서 압축 스프링이 2구배에 도달하였고, 9.52ton 이후에서는 인장균열이 발생하기 시작하여 점차적으로 하부로 진전 되었다.

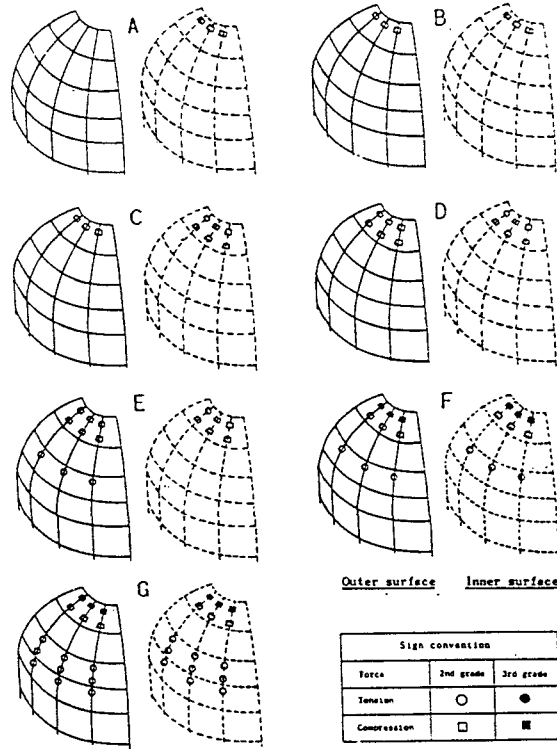


그림.8 강체스프링 모델에 의한 탄소성 균열해석 결과

5. 고찰 및 결론

본 연구에서는 원통으로 지지된 반구형돔에 연직하중이 작용하는 경우에 대한 실험을 수행하였고, 실험결과에 대한 균열의 패턴 및 파괴상황을 고려하여 강체요소 스프링 모델링에 의한 탄소성 균열해석을 수행하였다. 강체요소 스프링 모델에서 복층 스프링 시스템으로 된 사각형 구요소 및 원통요소는 셀 구조물의 면의 방향의 휨 문제를 보다 효과적으로 고려할 수 있는 강체요소라고 생각되며, 본 연구에 적용한 셀구조물에 대한 강체 스프링 모델은 콘크리트셀의 내력 저항능력, 균열의 패턴, 파괴상황 등에 대한 구조물의 해석에 적용할 수 있는 유용한 해석방법 중의 하나가 될 수 있으리라고 사료된다.

감사의 글

본 논문은 밀양대학교 건축과학기술연구소의 연구비 지원에 의해서 수행되었으며, 연구를 지도해주신 성균관대학교 권택진 교수님, 선배님들에게 감사드립니다.

참고문헌

- 1.Kawai, T., "Some Consideration on the Finite Element Method, " International Journal for Numerical Method in Eng., Vol.16. 1980, Pp.81-120
- 2.Kwun, Taek-Jin and Kim, Seung-Deog, "Elasto-Plastic Analysis of Spherical Shell by the Rigid Element Method," Proceedings IASS Symposium on Shells, Membranes and Space Frames, Vol.I. Sept. 1986, Pp.137-144.
- 3.Kwun, Taek-Jin, Han,Sang-Eul and Park,Kang-Geun, "New Approach on the Elasto-Plastic Analysis of the Open Spherical Dome," Proceedings IASS Symposium on Domes from Antiquity to the Present, May 1988.Pp.334-342.
- 4.Kwun, Taek-Jin, Han,Sang-Eul, Suh,Samuel And Park,Kang-Geun, "A New Approach on the Elasto-Plastic Analysis of Pressure Vessel," Proceedings of the International Symposium on Pressure Vessel Technology and Nuclear Codes and Standards, 1989.4. Pp.3.32-3.45.
- 5.Kwun,Taek-Jin, Park,Kang-Geun And Cho,Kang-Pyo, "A New Discrete Limit Analysis of the Hemispherical Shell Supported with Cylinder by Rigid Element Method," Proceedings of the Third Summer Colloquium on Shell and Spatial Structures, August 1990, pp.525-544.
- 6.Kwun,T.J., Park,K.G. and Cho,K.P., "An Experimental Study on Verification of Numerical Results of R.C. Hemispherical Shell Subjected to Vertical Load by REM," Proceedings of the SEIKEN-IASS Symposium on Nonlinear Analysis and Design for Shell and Spatial Structures, 1993, pp.355-362
- 7.Kwun,T.J., Kim,S.D., Park,K.G. and Kim,G.C., "An Analytical Study on the Joint of Large Precast Panel Structures," Proceedings of the Architectural Institute of Korea, Oct. 1994, pp. 130-133.
- 8.Park,K.G., Choi,K.D Nam,K.R, Chae,D.G. and Shin,S.W., "Experimental Study on the Precast and Prestressed Half Slab of Residential Building," Proceedings of Asian-Pacific Conference on Shell and Spatial Structures, 1996, pp.294-299
- 9.Park,K.G., Nam,K.R and Kwun,T.J., "The Elasto-plastic Analysis of Reinforced Concrete Shells by Rigid Element Method," Proceedings of Asian-Pacific Conference on Shell and Spatial Structures, 1996, pp.306-311
- 10.Park,K.G., Yoon,S.H., Kim,Y.T. and Choi,Y.W, "Theoretical Concept of A New Discrete Limit Analysis," International Symposium for the 21st Century Architecture, 1999, pp.7-14
- 11.Park,K.G., and Kim,Y.T., "A New Limit Analysis of the Hemispherical Dome Supported with Cylinder," International Symposium for the 21st Century Architecture, 1999, pp.33-40.
- 12.Park,K.G., "A New Approach on the Crack Analysis of Spherical Dome," International Symposium for the 21st Century Architecture, 1999, pp.187-193.