

다층 건축구조물의 효율적인 연직진동해석 Efficient Analysis for Vertical Vibration of Multistory Buildings

이 동 근*
Lee, Dong-Guen

안 상 경**
Ahn, Sang-Kyoung

ABSTRACT

This research proposes an effective analytical methodology for vertical vibration of three dimensional frame structures including slabs. The consideration of slabs, although allows more precise results, requires large amount of computer time and memory space due to the use of plane stress elements.

In consideration of these problems, a method to properly manage nodal points and degrees of freedom is proposed based on matrix condensation technique. Also studied is the use of substructure method to obtain fast and reliable results with simple input data when they are applied to conventional building structures.

1. 서론

1.1 연구의 목적

건축구조물에는 동적하중을 유발하는 기계설비가 설치되어 있기 때문에 이것으로 인하여 진동이 유발된다. 기계설비에 발생되는 하중은 기계설비의 구조와 배치에 따라서 달라지며 아무리 정교하게 제작된 기계설비라 할지라도 어느 정도의 동적하중이 발생되는 것은 피할 수 없다. 이러한 기계설비에 의하여

유발되는 하중은 크게 연직하중과 수평하중으로 구분될 수 있으며 연직하중이 주류를 이루고 있다.

구조물 내부에 설치된 기계설비의 진동에 의하여 연직하중이 가해지는 경우에는 구조물 전체에 진동이 발생하기보다는 기계가 설치된 인근부재에 국부진동의 형태로 주로 발생하며, 하중위치 및 구조물의 강성 및 질량의 분포에 따라서 구조물 전체의 진동으로 확산되기도 한다. 진동하중은 크게 수평 성분과 연직 성분으로 구분될 수 있으며, 주로 연직 성분의 진동이 많이 발생한다. 연직진동해석

* 성균관대학교 건축공학과, 교수

** 성균관대학교 건축공학과, 박사과정

에 있어서 건축구조물은 골조해석만을 수행하는 경우가 보편적이거나 실제로 진동이 발생하는 곳은 주로 구조물의 바닥판이며 진동에 민감한 주요 기체가 놓이는 위치나 환경문제가 발생하는 곳도 바닥판이다. 그러므로 좀 더 실제적인 해석을 위해서는 바닥판을 포함한 3차원 구조물의 해석이 필요하다. 이 때 구조물을 보다 정확하게 해석하기 위해서는 보와 같은 1차원 요소가 아닌 2차원요소를 사용하여야 한다. 그러나 이것은 많은 요소 및 절점을 필요로 하고 해석시간이 길어지며 많은 기억용량을 차지하게 되는 단점이 있다. 그러므로 보다 더 효율적으로 동적해석을 수행할 수 있는 해석기법 및 모델이 필요하다.

본 연구에서는 바닥판이 첨가된 골조 구조물의 연직진동해석을 효율적으로 수행할 수 있는 요소분할법, 주자유도 선택기법 및 모델링기법을 적용하였다. 또한 자유도수를 줄이기 위하여 행렬응축기법을 이용하였다. 그러나 대형구조물에 대하여 행렬응축기법을 적용하게 되면 행렬응축과정에서 많은 시간이 소요되는 단점이 있다. 그러므로 본 논문에서는 이러한 행렬응축과정에서 소요되는 시간을 줄이기 위하여 부분구조기법(substructure method)를 사용하였다.

2. 주자유도 선택에 의한 효율적인 해석

구조물의 응답에 많은 영향을 주는 주자유도 성분을 A라 표시하고 나머지 자유도 성분을 B라 표시한다. 이것을 이용하여 감쇠가 없는 경우에 대하여 동적 평형방정식에 대입하면 식(1)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} M_{AA} & M_{AB} \\ M_{BA} & M_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{D}_A \\ \ddot{D}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{AA} & S_{AB} \\ S_{BA} & S_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_A \\ D_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_A \\ A_B \end{bmatrix} \quad (1)$$

행렬응축기법을 이용하면 응답을 구하고자 하는 자유도 성분만을 남기고 불필요한 자유도를 소거할 수 있다. 이를 위하여 Guyan의 정적 및 동적 행렬응축

기법을 이용하였다. 정적 행렬응축을 위하여 식(1)의 강성행렬을 나타내면 다음의 식(2)와 같다.

$$\begin{bmatrix} S_{AA} & S_{AB} \\ S_{BA} & S_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_A \\ D_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_A \\ A_B \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(2)를 전개하면 식(3)과 식(4)와 같이 된다.

$$S_{AA}D_A + S_{AB}D_B = A_A \quad (3)$$

$$S_{BA}D_A + S_{BB}D_B = A_B \quad (4)$$

여기서 식(4)를 D_A 에 대하여 정리한 후, 식(3)에 대입하면 식(5)와 같이 된다.

$$S_{AA}^* D_A = A_A^* \quad (5)$$

여기서 S_{AA}^* 및 A_A^* 는 다음과 같다.

$$S_{AA}^* = S_{AA} - S_{AB} S_{BB}^{-1} S_{BA} \quad (6)$$

$$A_A^* = A_A - S_{AB} S_{BB}^{-1} A_B \quad (7)$$

다음으로 식(1)에 대하여 동적 행렬응축기법을 적용하면 다음과 같이 된다. 여기서는 식(8)과 같이 가정함으로써 식(9)와 같은 근사식을 얻을 수 있다.

$$T_{BA} = -S_{BB}^{-1} S_{BA} \quad (8)$$

$$M_{AA}^* = M_{AA} + T_{BA}^T M_{BA} + M_{AB} T_{BA} + T_{BA}^T M_{BB} T_{BA} \quad (9)$$

그러므로 축소된 강성 및 질량행렬인 식(6)과 식(9)를 이용하면 고유치 해석에 소요되는 시간과 시간이력해석에 소요되는 시간을 많이 단축할 수 있다. 이러한 모형화 방법은 구조물의 자유도 전체에 대하여 해석하는 경우보다 질량 및 강성행렬의 크기가 매우 줄어들게 되어 개인용 전산기로서도 실제의 복

잡한 구조물을 해석할 수 있다. 여기서 주의하여야 할 점을 강성행렬은 근사값이 아니지만 질량행렬의 경우는 근사값이므로 과도하게 행렬을 응축하게 되면 많은 오차를 유발하게 된다. 그러므로 주자유도를 효과적으로 선택할 수 있는 기법이 필요하며 연직진동의 경우에는 연직자유도만을 선택¹⁾하여도 매우 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그러나 이러한 주자유도 선택에 의한 행렬응축기법을 이용할 경우에 구조물이 대형화되면 식(6)과 식(9)과 같이 행렬응축과정에서 많은 시간이 소요되는 단점이 있다. 따라서 본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위하여 부분구조기법을 이용하였다.

3. 부분구조기법을 사용한 효율적인 해석

효율적인 연직진동해석에 관한 연구²⁾는 구조물 전체에 대하여 행렬응축기법을 적용하였다. 이러한 방법은 구조물 전체를 해석하는 것보다는 자유도의 수가 줄어들지만 행렬응축과정에서 많은 시간이 소요되는 단점이 있다. 또한 부구조물기법(substructure method)은 주로 CMS³⁾(component mode synthesis) 기법을 이용하고 있다.

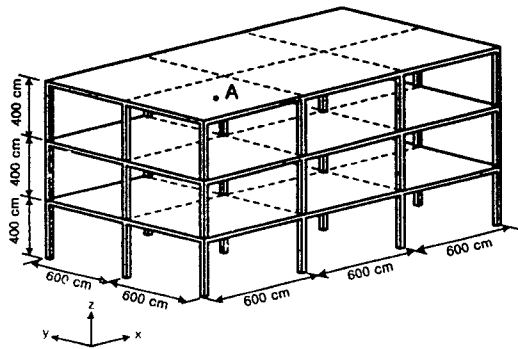


그림 1 예제구조물

그러나 이러한 CMS기법의 경우에는 부분구조물에 대하여 일부의 저차 모드만을 고려하여 해석하기 때문에 연직진동문제와 같이 고차의 모드가 지배적인 곳에서는 오차를 유발하는 단점이 있다. 이러한 단점

을 보완하기 위하여 그림 1과 같은 예제구조물에 대하여 그림 2와 같이 각층에 대하여 부분구조물로 나눌 수 있으며 점선으로 표시된 것은 바닥판을 지지하는 보를 나타낸 것이다.

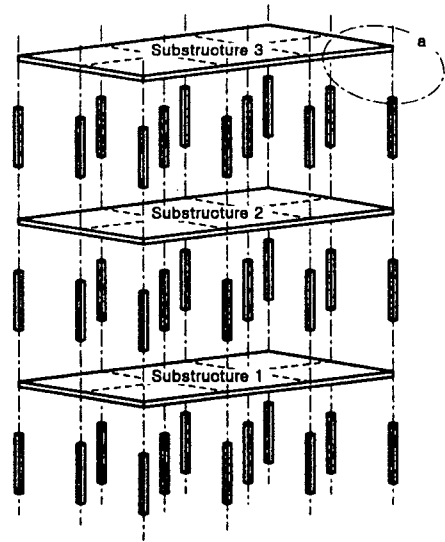


그림 2 부구조물로 분할한 예제구조물

기둥부재와 부분구조물 1, 부분구조물 2 및 부분구조물 3으로 나누고 나누어진 부분구조물에 대하여 연직자유도만을 선택하여 행렬응축기법을 적용할 수 있다. 그러나 각각의 부분구조물과 분리된 기둥부재와의 적합조건을 만족하려면 부분구조물과 기둥이 접하는 곳에서는 6개의 자유도를 고려하여야 하며 각각의 부분구조물을 독립적으로 처리할 수 있다.

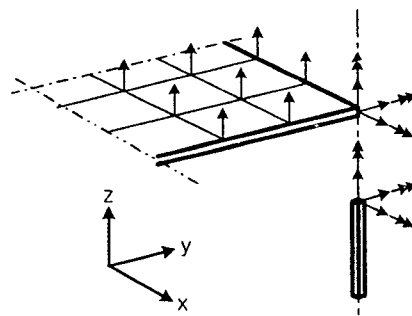


그림 3 a점에서의 주자유도 선택

그림 3은 그림 2에서 a라고 표시한 부분에 대하여 선택된 주자유도를 나타낸 것이다. 이것은 2장에서 나타내었던 식(6)과 식(9)를 n번째 부분구조물에 대하여 나타내면 식(10) 및 식(11)과 같다.

$$S_n^* = S_{AA_n} - S_{AB_n} S_{BB_n}^{-1} S_{BA_n} \quad (10)$$

$$M_n^* = M_{AA_n} + T_{BA_n}^T M_{BA_n} + M_{AB_n} T_{BA_n} + T_{BA_n}^T M_{BB_n} T_{BA_n} \quad (11)$$

여기서 S_n^* 및 M_n^* 은 부분구조물의 강성 및 질량행렬을 나타낸다. 기둥부재의 강성 및 질량행렬은 각각 식(10)과 식(11)에서 S_{AA_n} 및 M_{AA_n} 에 위치하기 때문에 위에서 언급하였듯이 독립적으로 처리할 수 있다. 이러한 경우에는 부분구조물을 사용하지 않고 구조물 전체의 자유도에 대하여 행렬응축을 할 때보다, 비교적 작은 수의 부분구조물의 자유도만 처리하면 되기 때문에 행렬응축과정에서의 계산시간을 많이 줄일 수 있다. 또한 부분구조물을 사용할 경우에는 대상 구조물에서 부재의 크기가 같은 여러 개의 층이 존재하게 되면 모델링하는 시간과 해석시간을 더욱 줄일 수 있는 장점이 있다.

$$S_n^* = \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$M_n^* = \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \end{bmatrix} \quad (13)$$

위의 식(10)과 식(11)을 n개의 부분구조물에 대하여 적용한 후 구조물 전체에 대하여 강성 및 질량 행렬을 구성할 수 있다. 각 층에서의 기둥의 영향을 고려하면 식(12)와 식(13)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 S^* 및 M^* 은 각각 구조물 전체에 대한 강성 및 질량행렬을 나타내며, $S_{\alpha n}$ 과 $M_{\alpha n}$ 은 n층 기둥의 강성 및 질량행렬을 의미한다. 각각의 부분구조물에 대한 행렬이 겹치지 않는 이유는 기둥부재만이 부분구조물을 연결되기 때문이다. 또한 기둥의 강성 및 질량행렬은 부분구조물의 강성 및 질량행렬 안에 형성되는 이유는 기둥과 부분구조물이 만나는 곳에서는 6개의 자유도를 모두 고려하기 때문이다.

4. 예제해석 및 결과분석

4.1 모형화기법에 따른 해석결과의 비교

본 절에서 3장에서 제시한 부분구조기법의 정당성을 검토하기 위하여 그림 1에 나타낸 예제구조물에 대하여 표 2에 나타낸 것과 같이 3가지 모델에 대하여 시간이력해석 및 고유진동수를 비교하였다. 또한 해석의 효율성을 알아보기 위하여 해석에 소요된 시간을 비교하였다.

표 1 예제구조물의 부재 크기 (단위 cm)

층수 \ 부재종류	기둥	보	바닥판
1층~3층	60×60	60×40	15

각 부재의 크기는 표 1과 같고 재료는 콘크리트로 하였다. 한 개의 층에 관한 요소분할은 그림 4와 같이 기둥과 기둥으로 둘러싸인 바닥판을 4×4로 분할³⁾하였다.

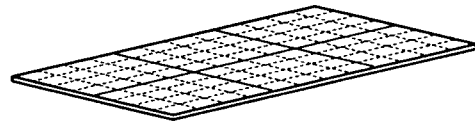
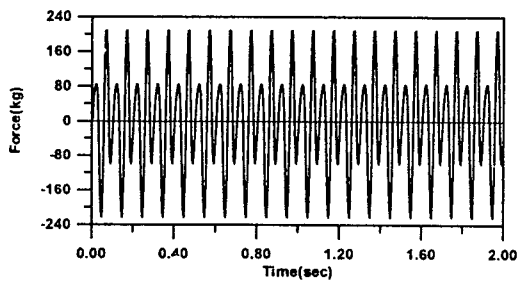


그림 4 각 층에서의 요소분할 형태

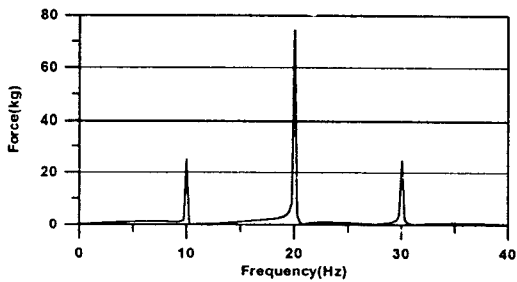
표 2 해석모델의 종류

모델명	모델의 특징	자유도수
모델 A	모든 자유도를 고려	2106
모델 B	기둥의 접합부는 6개의 자유도를 사용하고 나머지 절점에 대해서는 1개의 자유도만 사용	531
모델 C	자유도는 모델 B와 같으며 부분구조기법을 사용	531

가진하중은 그림 5에 나타낸 것과 같이 10Hz, 20Hz 및 30Hz 성분을 가지는 동적하중을 사용하였으며 그림 1에 나타낸 A점에 가진하였다.



(a) 시간 영역



(b) 진동수 영역

그림 5 입력하중

해석결과는 예제구조물의 고유진동수와 가진점인 그림 1의 A점에 대하여 가속도 시간이력을 각 모델에 대하여 비교하였다. 먼저 고유진동수를 비교하면 그림 6에 나타낸 것과 같으며 모

델 C는 모델 B와 정확히 일치하며 모델 A와는 고차모드에서 미소한 차이를 보이고 있다. 이것은 모델 A와 모델 C 및 모델 B의 자유도 선택에 의한 차이로 발생하는 것이며 매우 좋은 결과를 보이고 있다는 것을 알 수 있다. 또한 그림 1에서의 A점에 대한 가속도 시간이력을 비교하여 보면 그림 7과 같다. 모델 B와 모델 C와는 결과가 정확히 일치하였으며 이것은 부분구조물로 나누어 행렬응축을 하더라도 정확도에는 아무런 문제가 없음을 의미한다. 그러나 모델 A와는 미소한 차이를 보이고 있으며 이것은 위에서 언급한 자유도 선택에 따른 행렬응축과정에서 비롯된 오차이다.

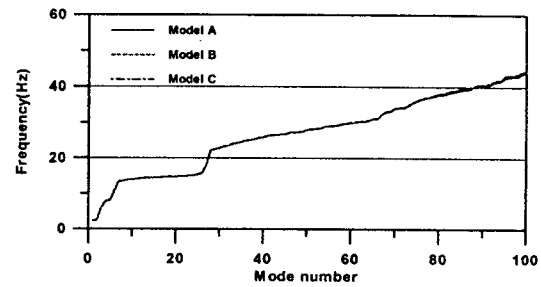


그림 6 고유진동수의 비교

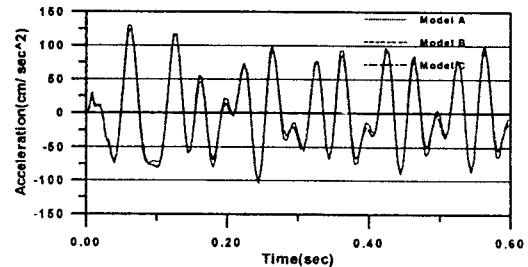


그림 7 가속도 시간이력의 비교

해석에 소요된 시간을 비교하여 보더라도 부분구조기법에 의한 해석법이 매우 효율적이라는 것을 알 수 있다. 모델 A의 경우는 강성 및 질량행렬을 구성하는데 소요되는 시간은 비교적 작은 편이지만 고유치해석 및 시간이력과정에서 매우 많은 시간이 소요된다. 그러나 모델 B

의 경우에는 강성 및 질량행렬을 구성하는 곳에서 비교적 많은 시간이 소요되는데 이것은 행렬응축하는 과정에서 소요되는 시간이 대부분을 차지한다. 그러나 전체적인 해석시간은 모델 A에 비하여 매우 적다. 본 연구에서 제안한 모델 C의 경우에는 모델 B와 비교하여 강성 및 질량행렬을 구성하는데 소요되는 시간이 현저하게 줄어들었음을 알 수 있다. 이것은 행렬응축을 각 층에 대하여 나누어 실행함으로써 얻어지는 효과이다. 따라서 본 논문에서 제안한 방법이 매우 효율적이라는 것을 알 수 있다.

표 3 계산과정에 따른 소요시간 (단위 sec)

과정 모델명	강성&질량 행렬구성	고유치 해석	시간이력 해석	Total
모델A	21.02	5046.14	76.36	5143.52
모델B	249.26	61.37	12.66	323.29
모델C	12.37	61.46	11.35	85.18

4.2 Consistent mass와 Lumped mass의 비교

일반적으로 구조물의 동적해석에서 질량에 대한 고려는 consistent mass와 lumped mass가 가장 많이 사용된다. consistent mass의 경우는 lumped mass에 비하여 더 정확한 해석이 가능하지만 행렬의 크기가 커지는 것과 이로 인하여 계산량이 많아지는 단점이 있다. 식(14)와 같이 고유치해석 과정을 살펴보면 쉽게 할 수 있다.

$$(S - \omega_i^2 M) \phi_i = 0 \quad (14)$$

식(14)는 일반적인 고유치해석의 기본형태를 나타내고 있다. 이것을 표 4와 같이 각 계산과정

별로 비교하면 lumped mass의 경우는 질량행렬이 대각행렬이 되기 때문에 consistent mass에 비하여 상대적으로 간략해진다.

표 4 고유치해석 과정의 비교

◇ Consistent mass	◇ Lumped mass
$M = U^T U$	$M = M^{1/2} M^{1/2}$
$(S_M - \lambda I) \phi_M = 0$	$(S_M - \lambda I) \phi_M = 0$
$S_M = U^{-T} S U^T$	$S_M = M^{-1/2} S M^{-1/2}$
$\phi_M = U \phi$	$\phi_M = M^{1/2} \phi$
$\phi = U^{-1} \phi_M$	$\phi = M^{-1/2} \phi_M$

그러나 lumped mass는 consistent mass에 비하여 정확도가 떨어지는 단점이 있다. 따라서 본 장에서는 각 질량에 따른 정확도와 해석에 소요되는 시간을 비교하였다. 부분구조기법을 사용하는데 있어서 정확도에 따른 효율성을 검토하기 위하여 다음과 같은 예제구조물을 이용하여 비교하였다. 예제구조물은 그림 1과 유사하지만 기둥과 기둥사이에 작은 보를 첨가하였다. 가진 하중 및 하중의 가진 위치는 4.1절과 동일하다.

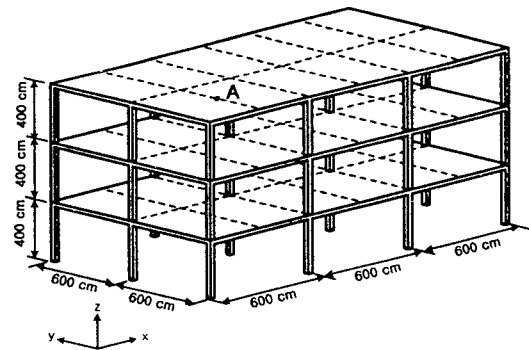


그림 8 작은 보를 첨가한 예제구조물

이를 위하여 기둥과 기둥으로 지지되는 바닥판을 4×4로 분할한 것과 6×6분할한 모델에 대하여 consistent mass를 사용하였을 때와 lumped mass를 사용하였을 때를 비교하였다. 모델의 종류와 명칭은 표 5와 같다.

표 5 모델의 종류

모델명	consistent mass		lumped mass	
	4×4	6×6	4×4	6×6
모델 C4	○	×	×	×
모델 C6	×	○	×	×
모델 L4	×	×	○	×
모델 L6	×	×	×	○

예제구조물의 진동수를 비교하면 그림 9와 같다. 모델 L4의 경우만 나머지 3개의 모델에 비하여 많은 오차를 보이고 있다. 이것은 가속도 시간이력에서도 많은 오차를 보이고 있다.

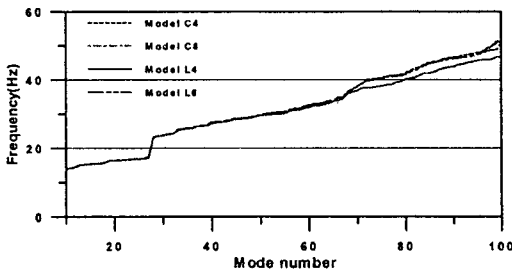


그림 9 고유진동수의 비교

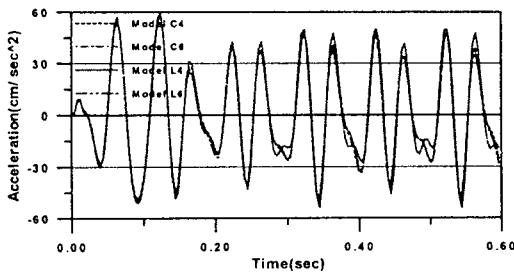


그림 10 가속도 시간이력의 비교

그림 10은 각 모델의 가속도 시간이력을 나타낸 것이다. 그러므로 consistent mass를 사용하는 것이 더 좋은 결과를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다. 또한 표 6에 나타낸 해석을 시간을 비교하여 보면 lumped mass의 경우가 약 24% 정도의 consistent mass보다 빠르다. 그러나 같은 정확도의 해석결과를 얻기 위해서는 더 많은 요소의 분할이 필요하기 때문에 결과적으로 consistent mass를 사용하는 것이 더 효율적이다.

표 6 모델에 따른 해석시간 (단위 sec)

모델명	모델 C4	모델 C6	모델 L4	모델 L6
해석시간	87.02	442.44	70.50	356.89

4.3 대형 건축구조물의 예제해석

본 장에서는 실제구조물에 대한 적용성을 알아보기 위하여 대형 건축구조물에 대하여 본 논문에서 제안한 부분구조기법을 적용하였다. 그림 11은 10층인 예제구조물을 나타낸 것이다.

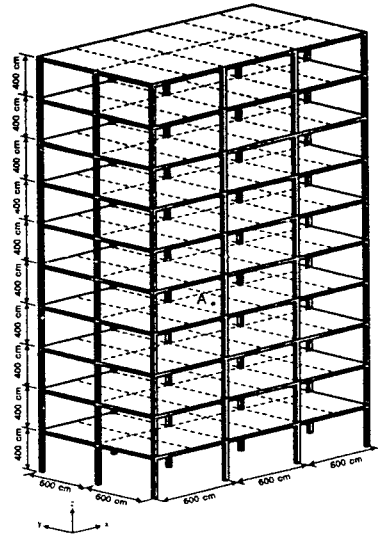


그림 11 대형 예제구조물

가진 하중은 그림 5에 나타낸 하중을 사용하였으며 그림 11의 A에 가진하였다. 각 부재의 크기는 표 7과 같다. 또한 재료는 콘크리트를 사용하였다.

표 7 예제구조물의 부재 크기 (단위 cm)

층수 \ 부재종류	기둥	보	바닥판
1층~3층	75×75	60×40	15
4층~6층	60×60	60×40	15
7층~10층	45×45	60×40	15

모델의 종류는 표 2에 나타낸 것과 같고 각각의 명칭은 모델 1, 모델 2 및 모델 3으로 하였다. 그림 12는 해석결과를 가속도 시간이력에 대하여 나타낸 것이다. 해석에 소요된 시간은 표 8에 나타내었으며 부분구조기법을 사용하는 것이 매우 효율적이라는 것을 알 수 있다.

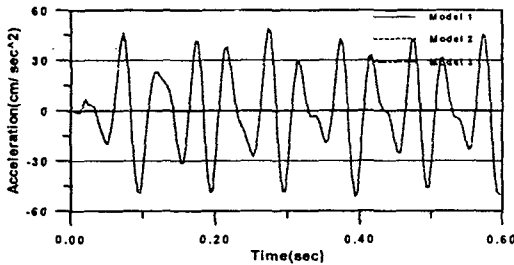


그림 12 가속도 시간이력의 비교

표 8 해석시간 비교 (단위 sec)

모델명	모델 1	모델 2	모델 3
소요시간	177702.53	11106.42	2906.96

5. 결론

본 논문에서는 바닥판을 포함하는 골조구조물의 효율적인 해석을 위하여 부분구조기법을

이용하였다. 먼저 1개 층에 대하여 보를 포함하는 바닥판을 하나의 부분구조물로 하여 이러한 부분구조물을 효과적으로 해석할 수 있도록 부분구조물에 대하여 행렬응축기법을 적용하였다. 이렇게 형성된 부분구조물을 이용하여 실제 구조물에서 동일한 조건의 바닥판에 해당하는 자유도를 찾아 배치하는 과정을 통하여 구조물 전체에 대한 강성행렬 및 질량행렬을 형성하여 동적해석을 수행하였다. 본 연구에서는 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 부분구조기법을 사용할 경우에는 바닥판과 접하는 기둥부재는 적합조건을 만족시키기 위해서는 6개의 자유도를 사용하여야 한다.
- 2) 부분구조기법을 사용하면 구조물 전체에 대하여 행렬응축을 할 때에 비하여 계산시간을 많이 줄일 수 있으며 해석결과는 정확히 일치하였다.
- 3) 해석결과의 정확성을 고려한다면 consistent mass를 사용하는 것이 lumped mass를 사용하는 것보다 더 효율적이다.

감사의 글

본 연구는 한국과학기술처의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) 안상경, 홍성일, 이동근, "3차원 골조구조물의 효율적인 연직진동해석", 한국전산구조공학회 학술 발표회 논문집, 1996.
- 2) 이동근, 안상경, 김진구, "부분구조법에 의한 건축물의 국부진동해석", 한국전산구조공학회 논문집, 1999.
- 3) William Weaver, Jr., Paul R, Johnston, FINITE ELEMENTS FOR STRUCTURAL ANALYSIS, Prentice-Hall, Inc., 1984, pp.78-82, 205-209
- 4) 안상경, 이동근, 김태호, "건축구조물의 효율적인 연직진동해석", 한국지진공학회 논문집, 1998.