

유전체 쇄기에 의한 물리광학해를 수정하기 위한 새로운 급수

전재영(全在永) 서종화(徐宗和) 나정웅(羅正雄)

한국 과학 기술원 전기 및 전자공학과

대전 광역시 유성구 구성동 373-1, 305-701

E-mail: jyjeon@mwlab1.kaist.ac.kr

Fast Converging Correction Current for the Physical Optics Edge Diffraction by a dielectric Wedge

Jae-Young Jeon, Chong-Hwa Seo and Jung-Woong Ra

Department of Electrical Engineering

Korea Advanced Institute of Science and Technology

373-1, Kusung-dong, Yusung-gu, Taejon, 305-701 Korea

E-mail: jyjeon@mwlab1.kaist.ac.kr

Abstract

A rigorous formulation is suggested[1,2,3] in solving the scattering of plane waves by a dielectric wedge. Correcting surface currents are expanded in a Neumann series of fractional orders to meet the edge condition of static limit[4].

For the better converging series, the modified Neumann series satisfying the static limit edge condition and the radiation condition are suggested here for the surface currents having two different wave numbers of air and dielectric[4]. This representation gives accurate solutions over the whole region including the grazing incidence of the plane waves upon the dielectric wedge of large permittivities.

1. Introduction

유전체 쇄기구조에 대하여 염밀한 유도 과정에 의한 점근적 해가 발표된 바 있다[1,2,3]. 이 방법은 물리적 영역에서 Kirchhoff 적분식을 수학적 가상 공간에서 extinction 정리를 사용한다.

extinction 정리는 쇄기의 경계면에서 구한 기하 광학해를 사용하여 Kirchhoff 적분식으로 구한 근사해, 즉 물리 광학해를 수정하기 위한 수단이 된다. extinction 정리를 만족하기 위한 수정 전원으로 Neumann 전개[3]가 사용되었다. 이는 완전급수로서 모서리 조건을 포함시키며 빠른 수렴 특성을 보였다. 그러나 Neumann 급수의 기저함수가 Bessel 함수이므로 복사조건 (radiation condition) 을 만족하지 않으며 유전율이 큰 경우나 그레이징 입사시는 수렴특성이 저하됨을 알 수 있었다.

본고에서는 수렴특성의 향상을 위해 정전기적 극한에서의 모서리 조건[4]과 복사조건을 동시에 만족 시키며 공기에서의 파수와 유전체에서의 파수를 동시에 갖는 변형 Neumann 전개에 의한 물리광학해의 수정을 제안하였다. 두 개 파수를 갖는 근거는 유전체 반공간 경계상에 위치하는 선전류에 의한 경계면상의 전계가 공기에서의 파수와 유전체에서의 파수를 동시에 갖는다는 사실에 두었다[6]. 변형 Neumann 전개는 유전체의 유전율이 매우 크고 평면파가 그레이징 입사하는 경우를 포함한 모든 경우 정확한 해를 주었다. 또한 모서리에 매우 근접한 경우 구한 수정해는 정전기에서의 모서리 조건을 만족함을 보였다. 수정해의 정확성은 수학적 가상 공간에서의 해의 크기가 작음으로 보여 주었다.

2. Neumann 전개에 의한 물리 광학 해의 수정

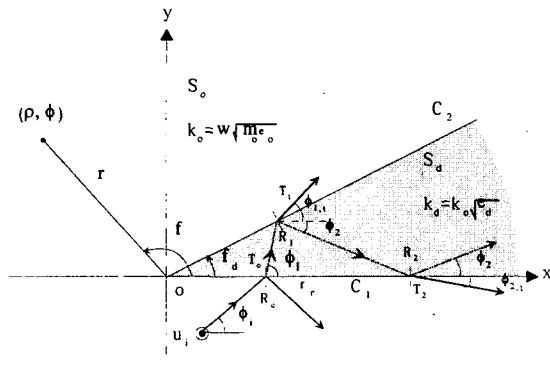


그림 1 2차원 유전체 쇄기
Fig. 1 2D dielectric wedge

그림 1과 같이 2차원 유전체 쪘기에에 입사파 u_i 가 입사한다고 가정하자. 이 그림에서 S_o 과 S_d 는 각각 쪽기의 외부 영역과 내부 영역을 나타낸다. 각각의 영역 S_j , $j = o, d$ 에서 전체파 u_j 는 경계면 전자파를 사용한 Kirchhoff 적분식으로부터 다음과 같이 표현된다.

$$u_j = u_i \delta_{1j} + \oint_{C_j} \left(G_j \frac{\partial u_j}{\partial n_i} - u_j \frac{\partial G_j}{\partial n_i} \right) dl, \quad \text{in } S_j, \quad (1)$$

여기서 δ_{ij} 는 Kronecker delta함수, C_i 는 S_i 영역의 경계, n_j 는 C_i 와 바깥을 향한 수직인 좌표 성분, G_i 는 S_i 영역의 투자율 μ_i 와 유전율 ϵ_i 로 모든 공간이 채워진 군일 매질에서의 2차원 Green 함수를 나타낸다.

임의의 입사각을 가진 입사파 u_i 가 정해졌을 때 그림 1과 같이 ray 추적법에 의하여 빼기 경계에서의 기하 광학해 u_i^b 는 쉽게 구할 수 있다[1]. 근사적 경계면 전자파 u_i^b 를 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 해석적인 물리 광학해 u_i^P 를 얻는다.

$$u_j^P = u_i \delta_{oj} + \sum_{m=1}^{M_i} u_{mj}^g + v_j, \quad (2)$$

여기서 u_m^g 는 S_j 영역에서 총 M_j 개의 ray에 의한 기학 광학해로 식 (1)의 스펙트럼 영역의 pole에 의한 성분이며, steepest descent path 적분에 의한 성분 v_j 는 다음과 같이 표현되는 물리 광학해의 췌기 회절파 성분이다.

S_j 영역의 정확한 경계면 전자파를 알 때 extinction

정리를 적용하면 다음과 같다

$$0 = u_i \delta_{oi} + \oint_{C_i} \left(G_j \frac{\partial u_i}{\partial n_j} - u_i \frac{\partial G_j}{\partial n_j} \right) dl, \quad \text{in } \overline{S_j},$$

이 식은 식 (1)의 좌변에 있는 u_i 를 0으로 S_i 영역을 \overline{S}_i 영역으로 대체한 것이다. \overline{S}_i 영역은 $S_i + \overline{S}_i$ 영역이 S_i 영역의 매질로 완전히 채워진 균일 자유 공간을 의미하도록 정의된다.

식 (2)의 근사적 경계면 전자파 u_j^b 에 미지의 수정 전원 s_j 를 더하여 정확한 경계면 전자파 $u_j = u_j^b + s_j$ 라 가정하고 식 (3)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$0 = u_i \delta_{ij} + \oint_{C_i} \left(G_j \frac{\partial u^b}{\partial n_j} - u^b_j \frac{\partial G_j}{\partial n_j} \right) dl + \oint_{C_i} \left(G_j \frac{\partial s_j}{\partial n_j} - s_j \frac{\partial G_j}{\partial n_j} \right) dl, \quad \text{in } \overline{S}_i \quad (4)$$

여기서 위 식의 2번째 항은 물리광학 회절파로 이미 식 (2)에서 결정되었다. 가상 영역 \overline{S} ,에서 모든 기하 광학 해는 소멸되며 쇄기 회절파 v_j 만 남는다. 따라서 식 (4)의 세 번째 항에 있는 수정 전원 s_j 는 이 적분이 $-v_j$ 가 되게함으로써 얻을 수 있다.

경계면 수정 전원 s_j 은 다음과 같이 완전한 Neumann 굽수 전개할 수 있다.

$$s_j = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^j J_{\nu+n}(k\rho) \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial s_j}{\partial n_+} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^j(\nu + n) \frac{1}{\rho} J_{\nu+n}(k\rho) \quad (5.2)$$

여기서 k 는 임의로 선택된 상수이다. 이 수정 전원에 의한 가상 영역 $\overline{S_i}$ 에서의 해가 주어진 점근적 회절파 v_j 와 일치하도록 약 40개의 미지의 상수 a_n^j , b_n^j 을 결정한다. 이 상수들이 결정되면 모든 물리적 영역 S_j , $j=1, 2$ 에서 물리 광학해와 함께 수정된 해를 얻게 된다.

3. 물리 광학해의 수정을 위한 변형 Neumann 전개 재안

condition) 을 만족하지 않으며 식(5)에서 파수 k 의 선택에 있어 물리적 의미가 고려되지 않고 선택된 것으로 사료되어진다. 유전체 반공간 경계상에 위치 하는 선전류에 의한 경계면상의 전계가 공기에서의 파수와 유전체에서의 파수를 동시에 갖는다[6]. 따라서 본고에서는 수렴특성의 향상을 위해 정전기적 극한에서의 모서리 조건과 복사조건을 동시에 만족 시키며 공기에서의 파수와 유전체에서의 파수를 동시에 갖는 변형 Neumann 전개에 의한 물리광학해의 수정을 제안하였다.

복사조건 만족을 위해 서로 다른 계수의 두 Bessel함수를 결합하고 공기에서의 파수와 유전체에서의 파수를 동시에 갖는 변형 Neumann 전개의 형태는 다음과 같다.

$$s_j = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^j [J_{\nu+n}(k_o\rho) + i \cdot J_{\nu+n+1}(k_o\rho)] \quad (6.1)$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} b_n^j [J_{\nu+n}(k_d\rho) + i \cdot J_{\nu+n+1}(k_d\rho)]$$

$$\frac{\partial s_j}{\partial n_j} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n^j \frac{1}{\rho} [J_{\nu+n}(k_o\rho) + i \cdot J_{\nu+n+1}(k_o\rho)] \quad (6.2)$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} d_n^j \frac{1}{\rho} [J_{\nu+n}(k_d\rho) + i \cdot J_{\nu+n+1}(k_d\rho)]$$

그림 2(a)와 (b)에 전계가 모서리와 나란한 파가 유전체 쇄기에 입사할 때 Neumann 전개 및 변형 Neumann 전개에 의한 전체 전계 결과를 쇄기 모서리에서 2λ 떨어진곳에 대해 보였다. 그림 2(a)에서 쇄기의 각과 입사각은 90° 와 45° 이고 쇄기의 상태 유전율은 10^4 이고 그림 2(b)에서 쇄기의 각과 입사각은 45° 와 43° 로서 그림 2(a)에서 쇄기의 상태 유전율은 10^4 이다. 사용된 미지의 상수 갯수는 각각 40개씩으로 동일하다.

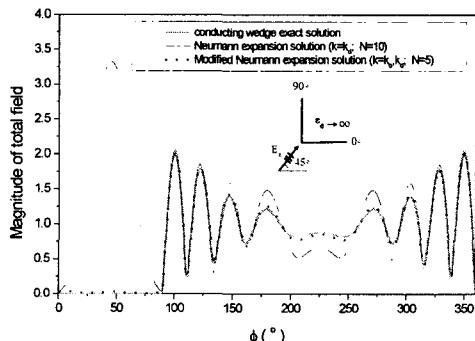


그림 2(a) 유전체 쇄기에 대한 전체 전계 패턴

Fig. 2(a) Total field pattern for dielectric wedge

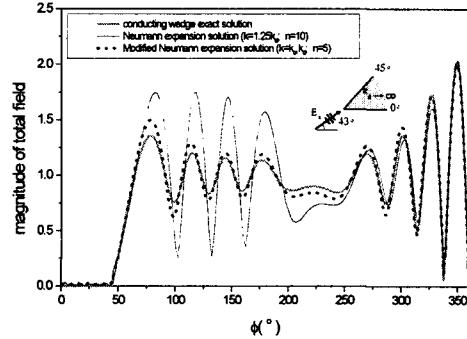


그림 2(b) 그레이징 입사시 전체 전계 패턴

Fig. 2(b) Total field pattern for grazing incidence

이 수정된 전체전계의 정확성은 도체 쇄기 정확해화 extinction 정리에 의해 0이 되어야 하는 값에 의해 확인되었다. 그림 3에 전계가 모서리와 나란한 파가 쇄기각 90° 입사각 45°인 유전체 쇄기에 입사할 때 변형 Neumann 전개에 의한 전체 전계 결과를 보였다.

그림 3(a)에는 쇄기 모서리에서 0.001λ 떨어진곳에서 ϕ 에 대한 전체 전계 패턴을 그림 3(b)에는 자계 H_ρ 의 패턴을 보였다. 이 결과는 전계패턴 $|E_z|$ 는 ϕ 에 대해 일정하고 단면성분 자계패턴 $|H_\rho|$ 는 ϕ 에 대해 sinusoidal하게 변하는 정전기적 극한의 모서리 조건과 일치한다[4,5].

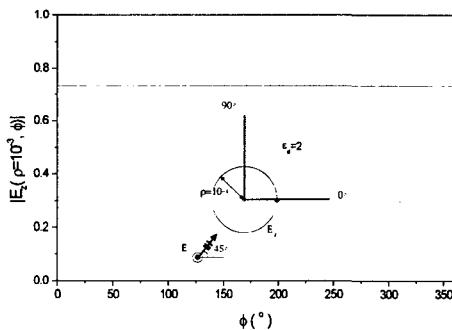


그림 3(a) 쇄기 모서리에서 0.001λ 떨어진곳에서의 전체 전계 패턴

Fig. 3(a) Total electric field pattern at $\rho = 0.001\lambda$

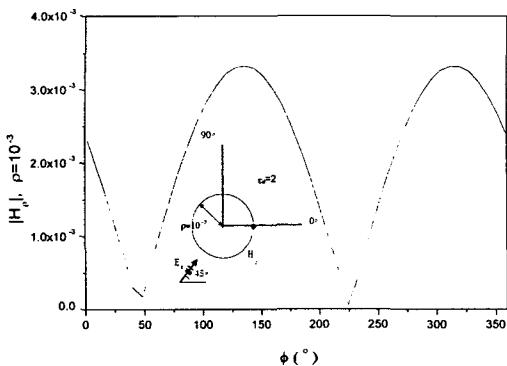


그림 3(b) 쇄기 모서리에서 0.001λ 떨어진곳에서 차
계 H_ρ 의 패턴

Fig. 3(b) Radial component magnetic field pattern at
 $\rho=0.001\lambda$

참고 문헌

- [1] C. S. Joo, J. W. Ra, and S. Y. Shin, "Scattering by Right Angle Dielectric Wedge," *IEEE Trans. Antenna Propagat.*, Vol. AP-32, No. 1, Jan. 1984, pp. 61-69.
- [2] S. Y. Kim, J. W. Ra, and S. Y. Shin, "Diffraction by an Arbitrary-Angled Dielectric Wedge: Part II-Correction to Physical Optics Solution," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-39, No. 9, Sep. 1991, pp. 1282-1292.
- [3] H. T. Ha and J. W. Ra, "Edge Diffraction by an Arbitrary-Angled Wedge Composed of Metal and Lossless Dielectric," *Micro. and Opt. Tech. Lett.*, Vol. 16, No. 2, Oct. 1997, pp. 89-93.
- [4] J.B.Andersen and V.V.Solodukhov, "Field behavior near a dielectric wedge," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol.AP-26, 1978, pp.598-602.
- [5] J.Meixner, "The behavior of EM fields at edges," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol.AP-20, 1972, pp.442-446.
- [6] R.W.P.King, M.Owens and T.T.Wu, *Lateral Electromagnetic Waves*. Springer-Verlag New York, Inc., 1992, Chap.4.