

퍼지제어구조 기반 적응 슬라이딩 제어

유 병 국, 함 운 철
전북대학교 전자정보공학부
전화 : (0652) 270-2405 / 팩스 : (0652) 270-2400

Adaptive Sliding Mode Control Based on Fuzzy Control Structure

Byung Kook Yoo, Woon Chul Ham
School of Electrical Engineering, Chonbuk National University
E-mail : wcham@moak.chonbuk.ac.kr

Abstract

In this note, we propose two methods of adaptive sliding mode control(SMC) schemes in which fuzzy systems(FS) are utilized to approximate the unknown system functions. In the first method, a FS is utilized to approximate the unknown function f of the nonlinear system $x^{(n)} = f(x, t) + b(x, t)u$ and the robust adaptive law is proposed to reduce the approximation errors between the true nonlinear function and fuzzy approximator, FS. In the second method, two FSs are utilized to approximate f and b , respectively. The robust control law is also designed. The stabilities of proposed control schemes are proved.

I. 서론

일반적으로 기존의 제어이론에서는 시스템 모델을 토대로 한 수학적인 방법을 이용하여 제어문제를 해결 한다. 그러나 대부분의 실제 시스템들은 비선형이고 복잡하여 정확한 수식으로 모델링 하기가 어렵고 따라서 기존의 제어이론만으로는 제어목적을 달성하기 어려운 경우가 많다. 이러한 문제점에 대한 대안으로서 퍼지제어는 좋은 해결방안을 제공하며 이는 전문가의

지식을 이용하고 또한 모호한 정보를 정보의 손실없이 이용할 수 있다는 장점이 있기 때문이다[1,2]. 그러나 이러한 퍼지제어는 정량화된 시스템 분석이라든가 수학적인 안정도 증명에 있어서 매우 큰 단점을 가지고 있었다. 그러나 최근 Wang과 Mendel[3-6]의 연구에서 이러한 수학적 분석을 가능하게 해주는 Universal Approximation Theorem(UAT)이 증명되었으며 이는 단일값 퍼지화, 곱추론, 무게중심법 비퍼지화를 사용하고 또한 퍼지집합으로 가우시안 소속함수를 사용한 퍼지시스템은 compact 입력공간상의 어떠한 비선형 함수도 아주 작은 오차 이내로 근사할 수 있다는 것이다. 특히 Wang은 적응퍼지제어기 설계시 일반적인 적응제어의 오차방정식을 이용하였으며 그 외에 많은 공학자들이 UAT를 토대로 퍼지제어이론과 기존의 제어방식과의 합성을 시도하였다[7-10]. 그러나 이러한 대부분의 제어방식은 다분히 수학적이지 못하였다. 특히 Wang의 적응퍼지제어방식에서는 퍼지시스템과 실제 비선형 함수와의 최소오차 w 를 처리하지 못하였다.

일반적으로 슬라이딩 모드 제어기 설계시 시스템 동력학에 대한 관성행렬과 그에 대한 역행렬을 정확히 알아야 한다[11,12]. 그러나 시스템 동력학을 정확히 모델링 하기는 그리 간단하지 않다. 본 논문에서는 이러한 비선형 시스템의 동력학에 대하여 각 비선형 함수의 경계값만을 안다는 가정하에 슬라이딩 모드 제어기를 설계하는 두가지 방식을 제안한다. 첫 번째 방식에서는 비선형 시스템 $x^{(n)} = f(x, t) + b(x, t)u$ 의 미지

의 함수 f 를 근사시키기 위하여 하나의 퍼지시스템이 사용된다. 두 번째 방식에서는 비선형 시스템의 f 와 b 에 대한 근사를 위해 두 개의 퍼지시스템이 사용된다. 또한 각각의 방식에 대한 제어시스템의 안정도 보장을 위해 적절한 적용법칙을 유도하며 퍼지시스템과 비선형 함수와의 오차를 줄이기 위해 각각에 대한 강인한 적용법칙을 제안한다. 이 때 Lyapunov 안정도 이론을 토대로 한다.

본 논문의 구성은 제 2 절에서 퍼지시스템에 대하여 소개하며 제 3 절에서 간단한 슬라이딩 모드 제어이론에 대하여 고찰한다. 제 4 절에서는 퍼지제어구조를 기반으로 하는 첫 번째 제어방식을 제안하며 두 번째 방식은 제 5 절에서 논한다. 마지막으로 제 6 절에서는 결론과 추후 연구에 대하여 논한다.

II. 퍼지 시스템

그림 1은 기본적인 퍼지시스템의 구조를 나타낸다. 여기서 각각의 구성요소의 역할에 대하여 간단히 살펴본다.

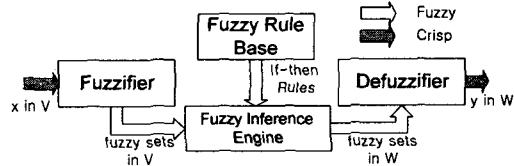


그림 1. 기본적인 퍼지 시스템 구조

A. 퍼지규칙으로 구성된 지식 베이스

지식 베이스는 다음과 같은 언어적 IF-THEN 규칙으로 이루어진 집합체로 구성되며 본 논문에서는 다입력-단일출력(MISO) 구조를 갖는다.

$$R^{(j)} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^{(j)} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^{(j)}, \quad (1) \\ \text{THEN } y \text{ is } C^{(j)}$$

여기서 $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in V \subset R^n$ 과 $y \in W \subset R$ 은 퍼지 시스템의 입력과 출력을 갖는 언어적 변수를 나타낸다. $A_i^{(j)}, C^{(j)}$ 은 각각 $V_i \subset R$ 과 $W \subset R$ 에서의 퍼지집합이다. 여기서 i 는 퍼지 논리 시스템의 입력의 수를 나타내고 j 는 퍼지 논리 시스템의 규칙의 수를 나타낸다. 즉, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, M$ 이다. 식(1)의 각각에 대한 퍼지 IF-THEN 규칙은 다음과 같은 조건명제규칙을 사용하여 정의할 수 있다.

$$A_1^j \times \dots \times A_n^j \rightarrow C^{(j)} \quad (2)$$

여기서, 퍼지집합은 꼽의 영역 $V \times W$ 에서 정의된다. 이와 같은 다입력 퍼지조건명제규칙에 대하여 여러 가지 정의가 있으나 본 논문에서는 조건명제규칙으로 t-norm연산을 사용한다. 따라서

$$\begin{aligned} &\mu_{A_1^j} \times \dots \times \mu_{A_n^j} \rightarrow C^{(j)}(x, y) \\ &= \mu_{A_1^j}(x) \star \dots \star \mu_{A_n^j}(x_n) \star \mu_{C^{(j)}}(y) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 \star 는 t-norm 연산을 나타낸다.

B. 퍼지 추론 기관

퍼지 추론 기관은 퍼지규칙 베이스의 퍼지규칙과 추론의 조합 규칙을 이용하여 입력공간 V 에서의 퍼지집합을 출력공간 W 상의 퍼지집합으로 변환(mapping) 한다. B 를 입력공간 V 에서의 임의의 퍼지집합이라 하면 퍼지 관계식은 $B \circ R^j$ 가 되며 여기서 \circ 는 sup-star조합규칙이다. 결과적으로 M 개의 퍼지집합이 결정된다. 따라서

$$\mu_{B \circ R^j}(y) = \sup_x [\mu_B(x) \star \mu_{A_1^j \times \dots \times A_n^j \rightarrow C^{(j)}}(x, y)] \quad (4)$$

이러한 M 개의 퍼지집합을 하나의 퍼지집합으로 조합하기 위하여 t-conorm연산을 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mu_{B \circ (R^1, \dots, R^M)}(y) = \mu_{B \circ R^1}(y) + \dots + \mu_{B \circ R^M}(y) \quad (5)$$

여기서 $+$ 는 t-conorm을 나타낸다. 만약 \star 로 산술곱연산을 사용한다면 꼽의 추론이 되며 식(4)는 다음과 같이 표현된다.

$$\mu_{B \circ R^j}(y) = \sup_x [\mu_B(x) \mu_{A_1^j}(x_1) \dots \mu_{A_n^j}(x_n) \mu_{C^{(j)}}(y)] \quad (6)$$

C. 퍼지화

퍼지화부분은 상태값 x 를 입력공간 V 내의 퍼지집합으로 변환하는 역할을 하며 여기서는 다음과 같은 단일값 퍼지화를 이용한다.

$$\mu_B(x') = \begin{cases} 1 & \text{for } x' = x \\ 0 & \text{for otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

D. 비퍼지화

비퍼지화는 출력공간 W 내의 퍼지집합을 하나의 단일값 ($y \in W$)으로의 변환이다. 일반적으로 비퍼지화는 최대값, 무게중심법, 개선된 무게중심법 세가지가 있으나 여기서는 다음과 같은 무게중심법을 이용한다.

$$y = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{y}^j (\mu_{B \cdot R^j}(\bar{y}^j))}{\sum_{j=1}^M \mu_{B \cdot R^j}(\bar{y}^j)} \quad (8)$$

여기서 \bar{y}^j 는 퍼지집합 C^j 의 실수축상의 중심이다.

E. 퍼지 기준함수

식(6), (7), 그리고 (8)을 이용한 퍼지시스템은 다음과 같다.

$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{y}^j (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i))}{\sum_{j=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i))} \quad (9)$$

여기서, $\mu_{A_i^j}(x_i)$ 를 고정으로 하고 \bar{y}^j 를 적용가능한 파라미터로 놓으면 식(9)은 다음과 같이 표현된다.

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (10)$$

여기서 $\theta = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^M)^T$ 는 파라미터 벡터이며 $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^M(x))^T$ 는 전제함수 벡터이다. 여기서 $\xi^j(x)$ 를 퍼지 기준함수라 하며 다음과 같다.

$$\xi^j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i))} \quad (11)$$

여기서 $\xi^j(x)$ 는 고정으로 하고 단지 θ_j 를 적용가능한 파라미터로 할 수 있다. 본 논문에서는 제어기 설계시 비선형 시스템의 함수 f 와 b 를 적용가능한 파라미터벡터 θ_f 와 θ_b 를 가진 퍼지시스템으로 각각 대치 한다. 첫 번째와 두 번째 방식 모두에서 θ_f 의 초기값은 난수(random values)로 구성되며 특히 두 번째 방식에서 θ_b 의 초기값은 양의 실수로 구성된다. 이러한 이유는 제 5 장의 Remark 1에서 논한다. 본 논문에서는 단지 비선형 함수 f 와 b 의 경계값만을 이용하게

되며 이러한 경계값은 출력공간 W 의 전체집합의 구간으로 이용된다.

III. 슬라이딩 모드 제어

다음과 같은 n 차 비선형 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= f(x, \dots, x^{(n-1)}) + b(x, \dots, x^{(n-1)})u + d(t) \\ y &= x \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 f 와 b 는 미지의 연속함수이고 $d(t)$ 는 미지의 외란이다. u 와 y 는 각각 비선형 시스템의 입력과 출력이며 측정 가능한 시스템의 상태벡터는 $x = (x_1, \dots, x_n)^T = (x, \dots, x^{(n-1)})^T \in R^n$ 로 나타낸다. 식(12)의 시스템이 제어 가능하려면 어떠한 제어 가능한 영역 $U_c \subset R^n$ 내에서 x 에 대하여 제어이득 b 가 $0 < b \leq b(x, t)$ 이고 $b(x, t) = b + \Delta b(x, t)$ 로 쓸수 있다. 또한 외란 $d(t)$ 는 상한치 D 를 갖는다. 즉, $|d(t)| \leq D$. 여기서 b 는 알고 있는 양의 상수이며 $\Delta b(x, t)$ 는 미지의 함수이다.

제어목적은 위의 가정 하에서 시스템의 상태 x 가 원하는 궤적 x_d 를 추적하도록하는 제어입력을 결정하는 것이며 추적오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\varrho = x(t) - x_d(t) = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \quad (13)$$

일반적으로 슬라이딩평면은 아래와 같이 정의된다.

$$s(\varrho) = \underline{c}\varrho = 0 \quad (14)$$

여기서 $\underline{c} = (c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 1)$ 이며 c_i 는 모두 실수이며 다항식 $p^{n-1} + c_{n-1}p^{n-2} + \dots + c_1$ 의 모든 근이 복소평면상의 좌반면에 존재하도록 설계한다. 여기서 \underline{c} 는 Laplace 연산자이다. 초기조건 $\varrho(0) = \underline{0}$ 에서 시작하면 원하는 궤적 x_d 에 대한 시스템상태 x 의 추적문제는 모든 $t \geq 0$ 에 대하여 상태오차벡터 ϱ 를 슬라이딩평면 $s(\varrho, t) = 0$ 상에 있도록 하는 문제로 생각되어질 수 있다. 이같은 문제에 대한 충분조건으로서 제어입력을 다음식이 만족되도록 선택한다.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt}(s^2(\underline{\varphi})) \leq -\eta \cdot |s|, \quad \eta > 0. \quad (14)$$

$s^2(\underline{\varphi})$ 를 Lyapunov 함수로 생각하면 식(14)로부터 제어시스템은 안정하다는 것을 알 수 있다. 위상평면상에서 기하학적으로는 제어되는 시스템의 상태는 항상 슬라이딩 평면으로 향하게 되며 또한 유한시간내에 그 평면과 만나게 된다. 슬라이딩 평면과 상태궤적오차 $\underline{\varphi}(t)$ 가 만나는 순간에 제어입력의 부호는 반대로 변화하게 된다. 이같은 방식으로 슬라이딩 평면을 슬라이딩모드로 얻을 수 있다. 식(14)의 슬라이딩 조건은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$s \cdot \dot{s} \leq -\eta \cdot |s| \text{ 또는 } \dot{s} \cdot \operatorname{sgn}(s) \leq -\eta \quad (15)$$

식(15)로부터

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-1)} + x_d^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x_d^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(\underline{x}, t) + b(\underline{x}, t)u + d(t) - x_d^{(n)} \end{aligned} \quad (16)$$

따라서 제어목적은 다음의 슬라이딩조건을 만족하는 가장 적절한 입력 u^* 을 구하는 것이다.

$$s \cdot \dot{s} = s \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(\underline{x}, t) + b(\underline{x}, t)u^* + d(t) - x_d^{(n)} \right) \leq -\eta |s| \quad (17)$$

만약 $f(\underline{x}, t)$ 를 알고 있다면 적절한 슬라이딩모드제어기를 다음과 같이 쉽게 설계할 수 있다.

$$u^* = b^{-1}(\underline{x}, t) \left(-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - f(\underline{x}, t) - d(t) + x_d^{(n)} - h \cdot \operatorname{sgn}(s) \cdot \eta_A \right) \quad (18)$$

여기서

$$h = \begin{cases} 1 & , \text{ if } s \neq 0 \\ 0 & , \text{ if } s = 0 \end{cases}$$

여기서 $\eta_A \geq \eta > 0$ 이며 iii)은 상태궤적이 슬라이딩 평면에 도달한 상태를 나타내고 있다. 이 최적 슬라이딩 제어입력은 식(14)의 슬라이딩 조건을 만족한다. 그러나 비선형 시스템의 시스템함수 $f(\underline{x}, t)$ 와 $b(\underline{x}, t)$ 는 알 수 없으므로 이러한 입력은 구현이 불가능하게 되며 이러한 문제를 해결하기 위하여 다음 절에서 적응구조를 가진 퍼지논리시스템을 이용하여 제어기를 설계한다.

IV. 퍼지제어기반 슬라이딩 모드 제어 : 방법 1

비선형 시스템의 시스템 함수를 정확히 알지 못하기 때문에 제어입력의 $f(\underline{x}, t)$ 를 그 추정치로서 퍼지시스템 $\hat{f}(\underline{x}|\theta_f)$ 로 대치하고 제어이득함수 $b(\underline{x}, t)$ 를 정확히 알지 못하기 때문에 발생되는 외란을 상쇄시키기 위하여 $\operatorname{sgn}(s)|F_1|$ 항을 추가한다. 따라서 제어입력은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} u_1 &= \underline{b}^{-1} \left(-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + x_d^{(n)} \right. \\ &\quad \left. - h \cdot \operatorname{sgn}(s) \cdot (D + \eta_A) \right) - \underline{b}^{-1} \operatorname{sgn}(s) |F_1| \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, $F_1 = -\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + x_d^{(n)} - h \cdot \operatorname{sgn}(s) \cdot (D + \eta_A)$ 이며 따라서

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) - h \cdot \operatorname{sgn}(s) \cdot (D + \eta_A) \\ &\quad + d(t) + \Delta b(\underline{x}, t) \cdot \underline{b}^{-1} F_1 \\ &\quad - b(\underline{x}, t) \cdot \underline{b}^{-1} \operatorname{sgn}(s) |F_1|. \end{aligned} \quad (20)$$

퍼지시스템의 최적 매개변수벡터를 θ_f^* 로 놓으면 최소근사오차를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\omega = f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f^*) \quad (21)$$

따라서 식(20)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \hat{f}(\underline{x}|\theta_f^*) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + \omega \\ &\quad - h \cdot \operatorname{sgn}(s) \cdot (D + \eta_A) + d(t) + \Delta b(\underline{x}, t)(22) \\ &\quad \cdot \underline{b}^{-1} F_1 - b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} \operatorname{sgn}(s) |F_1| \end{aligned}$$

또한 $\hat{f}(\underline{x}|\theta_f)$ 를 퍼지시스템으로 하였으므로 식(9)를 대입하고 $\phi_f = \theta_f^* - \theta_f$ 로 정의하면 식(22)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \phi_f^T \xi(\underline{x}) + \omega - h \cdot \operatorname{sgn}(s) \cdot (D + \eta_A) + d(t) \\ &\quad + \Delta b(\underline{x}, t) \cdot \underline{b}^{-1} F - b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} \operatorname{sgn}(s) |F_1| \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 $\xi(\underline{x})$ 는 식(11)의 퍼지 기준함수이다.

이제 제어시스템이 안정화 되도록하는 적용법칙 유도를 위하여 다음과 같은 Lyapunov함수를 고려한다.

$$V = \frac{1}{2} (s^2 + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \phi_f) \quad (24)$$

여기서 γ_1 은 양의 상수이다. 따라서

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \dot{s} + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \dot{\phi}_f \\ &= s \phi_f^T \xi(\underline{x}) + s \omega - s \cdot h \cdot \text{sgn}(s) \cdot (D + \eta_d) \\ &\quad + s \cdot d(t) + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \dot{\phi}_f \\ &\quad + s \Delta b(\underline{x}, t) \cdot \underline{b}^{-1} F_1 - |s| b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} |F_1| \\ &\leq \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\gamma_1 \cdot s \cdot \xi(\underline{x}) - \dot{\theta}_f) - |s| \cdot h \cdot \eta_d + s \omega \\ &\quad + s \Delta b(\underline{x}, t) \cdot \underline{b}^{-1} F_1 - |s| b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} |F_1| \\ &< \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\gamma_1 \cdot s \cdot \xi(\underline{x}) - \dot{\theta}_f) + s \omega - |s| \cdot h \cdot \eta_d \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 $\dot{\phi}_f = -\dot{\theta}_f$ 이다. 따라서

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 \cdot s \cdot \xi(\underline{x}) \quad (26)$$

식(26)의 적용법칙을 이용하면

$$\dot{V} < s \cdot \omega - |s| \cdot h \cdot \eta_d \quad (27)$$

여기서, $s \cdot \omega$ 항은 최소근사오차항 ω 에 대한 곱항이므로 Universal Approximation 정리[3]로부터 그 크기가 매우 작다. 즉, $s \cdot \omega \leq \epsilon$ 또는 $s \cdot \omega = 0$ 이다. 따라서 식(26)의 적용법칙을 사용하면 전체적인 폐루푸시스템이 안정하게 된다. 즉, $\underline{x} \rightarrow \underline{\Omega}$ as $t \rightarrow \infty$. 특히 제어기 설계시에 η_d 를 적절히 크게 설계하면 전체적인 안정도가 더욱 보장이 된다. 단, η_d 를 너무 크게하면 큰 값의 채터링이 발생된다.

그러나 이러한 분석은 완벽하지 않다. 따라서 다음 절에서는 강인한 제어기 설계기술을 이용하여 $s \cdot \omega$ 항을 처리할 수 있는 제어기를 설계한다.

A. 강인한 적용제어

근사오차를 해결하기 위하여 식(19)의 제어법칙을 다음과 같이 수정한다.

$$\begin{aligned} u_{1r} &= \underline{b}^{-1} \left(- \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - \hat{f}(\underline{x} | \theta_f) + x_d^{(n)} \right. \\ &\quad \left. - h \cdot \text{sgn}(s)(D + \eta_d + \hat{\rho}) \right) \\ &\quad - \underline{b}^{-1} \text{sgn}(s) |F_{1r}| \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 $\hat{\rho}$ 은 ω 의 최대치, 즉 $\rho^* = |\omega|_{\max}$ 에 대한

추정치이며 $F_{1r} = - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - \hat{f}(\underline{x} | \theta_f) + x_d^{(n)} - h \cdot \text{sgn}(s)(D + \eta_d + \hat{\rho})$ 이다. $\hat{\rho} = \rho^* - \hat{\rho}$ 로 정의하고 u_{1r} 를 식(16)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x} | \theta_f) - h \text{sgn}(s)(D + \eta_d + \hat{\rho}) + d(t) \\ &\quad + \Delta b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} F_{1r} - b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} \text{sgn}(s) |F_{1r}| \end{aligned} \quad (29)$$

다음과 같은 Lyapunov 후보함수를 고려한다.

$$V = \frac{1}{2} (s^2 + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{\gamma_2} \hat{\rho}^2). \quad (30)$$

정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\gamma_1 s \xi(\underline{x}) - \dot{\theta}_f) - s h \text{sgn}(s)(D + \eta_d) \\ &\quad + s d(t) + s \omega - h |s| \hat{\rho} + \frac{1}{\gamma_2} \hat{\rho} \hat{\rho} \\ &\quad + s (\Delta b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} F_{1r} - b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} \text{sgn}(s) |F_{1r}|) \\ &\leq \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\gamma_1 s \xi(\underline{x}) - \dot{\theta}_f) + s \omega - h |s| \rho^* \\ &\quad + h |s| (\rho^* - \hat{\rho}) + \frac{1}{\gamma_2} \hat{\rho} \hat{\rho} - |s| h \eta_d \\ &\quad + s \Delta b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} F_{1r} - |s| b(\underline{x}, t) \underline{b}^{-1} |F_{1r}| \\ &< \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\gamma_1 s \xi(\underline{x}) - \dot{\theta}_f) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_2} \hat{\rho} (\hat{\rho} + \gamma_2 h |s|) - |s| h \eta_d \end{aligned} \quad (31)$$

따라서 적용법칙을 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 \cdot s \cdot \xi(\underline{x}), \quad \hat{\rho} = \gamma_2 \cdot h \cdot |s| \quad (32)$$

따라서

$$\dot{V} \leq -|s| \cdot h \cdot \eta_d \quad (33)$$

강인한 제어기 설계기술을 이용하여 $s \cdot \omega$ 항을 처리할 수 있는 제어기를 설계하였다. 따라서 식(33)과 같은 적용법칙을 사용하면 전체 폐루푸 시스템이 안정하다.

V. 퍼지제어기반 슬라이딩 모드 제어 : 방법 2

본 절에서는 두 개의 퍼지시스템을 이용하여 $f(\underline{x}, t)$ 뿐만 아니라 제어이득함수 $b(\underline{x}, t)$ 에 대하여도 근사기

를 이용하는 또 다른 제어방식을 제안한다.

주어진 비선형 시스템 (12)에서 의란 $d(t)$ 는 $|d(t)| \leq D$ 를 만족하며 제어이득 b 는 어떤 가제 어영역 $U_c \subset R^n$ 내의 \underline{x} 에 대하여 $0 < b(\underline{x}, t)$ 이다. 이 때 제어목적은 제 3 절에서와 같으며 상태 추적오차는 식(13), 슬라이딩조건은 식(14)를 이용한다.

제어법칙 식(18)을 다음과 같이 수정한다. 즉, $f(\underline{x}, t)$, $b(\underline{x}, t)$ 를 두개의 퍼지시스템 $\hat{f}(\underline{x}|\theta_f)$, $\hat{b}(\underline{x}|\theta_b)$ 로 각각 대치하고 제어이득함수에 대한 추정오차를 상쇄시키기 위하여 u_b 를 첨가한다.

$$u_2 = u_f + u_b \quad (34)$$

여기서 $u_f = \hat{b}^{-1}(\underline{x}|\theta_f)(-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f)) + x_d^{(n)} - hsgn(s)(D + \eta_A)$, $u_b = -\Gamma_1 sgn(s)|u_f|$, 그리고 $\Gamma_1 \geq \frac{|\omega_b|_{\max}}{|b(\underline{x}, t)|_{\min}}$ 이다. 따라서

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(\underline{x}, t) + b(\underline{x}, t)u_f \\ &\quad + b(\underline{x}, t)u_b + d(t) - x_d^{(n)}(t) \\ &= f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + (b(\underline{x}, t) - \hat{b}(\underline{x}|\theta_b))u_f \\ &\quad + b(\underline{x}, t)u_b - h \cdot sgn(s) \cdot (D + \eta_A) + d(t) \end{aligned} \quad (35)$$

A. 적용법칙

두개의 퍼지시스템의 최적 매개변수벡터를 θ_f^* , θ_b^* 로 놓으면 각각의 최소근사오차를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$w_f = f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f^*), w_b = b(\underline{x}, t) - \hat{b}(\underline{x}|\theta_b^*) \quad (36)$$

식(35)을 다시쓰면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \hat{f}(\underline{x}|\theta_f^*) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + w_f - hsgn(s)(D + \eta_A) \\ &\quad + d(t) + (\hat{b}(\underline{x}|\theta_b^*) - \hat{b}(\underline{x}|\theta_b) + w_b)u_f + b(\underline{x}, t)u_b \end{aligned} \quad (37)$$

또한 $\hat{f}(\underline{x}|\theta_f)$ 와 $\hat{b}(\underline{x}|\theta_b)$ 를 퍼지시스템으로 하였으므로 식(10)을 대입하고 $\phi_f = \theta_f^* - \theta_f$, $\phi_b = \theta_b^* - \theta_b$ 로 정의하고 식(37)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \phi_f^T \xi_f(\underline{x}) + \omega_f + (\phi_b^T \xi_b(\underline{x}) + \omega_b)u_f \\ &\quad + b(\underline{x}, t)u_b - hsgn(s)(D + \eta_A) + d(t) \end{aligned} \quad (38)$$

여기서 $\xi_f(\underline{x})$, $\xi_b(\underline{x})$ 는 각각 퍼지기준함수이다.

제어시스템이 안정화 되도록 하는 적용법칙을 유도하기 위하여 다음과 같은 Lyapunov함수를 고려한다.

$$V = \frac{1}{2}(s^2 + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{\gamma_2} \phi_b^T \phi_b) \quad (39)$$

여기서 γ_1 , γ_2 는 양의 상수이다. 따라서

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \dot{s} + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T \dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2} \phi_b^T \dot{\phi}_b \\ &\leq \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\gamma_1 s \xi_f(\underline{x}) + \dot{\phi}_f) + s \omega_f - |s| h \eta_A \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_2} \phi_b^T (\gamma_2 s \xi_b(\underline{x}) u_f + \dot{\phi}_b) \end{aligned} \quad (40)$$

여기서 $\dot{\phi}_f = -\dot{\theta}_f$, $\dot{\phi}_b = -\dot{\theta}_b$ 이며 $s \omega_f$, $s \omega_b$ 는 최소 근사오차 ω_f , ω_b 에 대한 곱항이므로 UAT 정리[3]로부터 그 크기가 매우 작다. 즉, $s \cdot \omega \leq \epsilon$ 또는 $s \cdot \omega = 0$ 이다. 따라서 적용법칙을 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 \cdot s \cdot \xi_f(\underline{x}), \dot{\theta}_b = \gamma_2 \cdot s \cdot \xi_b(\underline{x}) \cdot u_f, \quad (41)$$

식(41)와 같은 적용법칙을 사용하면 전체 페루푸 시스템이 안정하게 된다. $s \omega_f$, $s \omega_b$ 항의 처리가 완벽하지 못하므로 앞절에서와 같이 강인한 제어기를 설계한다.

B. 강인한 적용법칙

시스템함수 $f(\underline{x}, t)$ 에 대한 근사오차 $s \cdot \omega$ 항을 처리하기 위해 제어법칙 식(34)를 다음과 같이 수정한다.

$$u_{2r} = u_f + u_{rob} \quad (42)$$

여기서

$$u_{rob} = -\Gamma_1 sgn(s) \cdot |u_f| - \Gamma_2 sgn(s), \Gamma_2 \geq \frac{|\omega_b|_{\max}}{|b(\underline{x}, t)|_{\min}}$$

이다. 따라서

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \phi_f^T \xi_f(\underline{x}) + \omega_f + (\phi_b^T \xi_b(\underline{x}) + \omega_b)u_f \\ &\quad + b(\underline{x}, t)u_{rob} - hsgn(s)(D + \eta_A) + d(t) \end{aligned} \quad (43)$$

Lyapunov 함수를 식(39)과 같이 선택하고 양변을 시간에 대하여 미분하면

$$\dot{V} \leq \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\gamma_1 s \xi_f(x) + \dot{\phi}_f) + \frac{1}{\gamma_2} \phi_b^T (\gamma_2 s \xi_b(x) u_b + \dot{\phi}_b) - |s| h \eta_A \quad (44)$$

따라서 적용법칙은 식(41)와 같이 선택할 수 있다.

[Remark 1] 제어법칙 식(34)과 식(42)을 실제로 구현 시에는 제어법칙에 $1/\hat{\theta}(\hat{s}\theta_b)$ 이 곱형태로 포함되었기 때문에 $\hat{\theta}(\hat{s}\theta_b)$ 가 0이 되어서는 안된다. 따라서 입력을 구현할 때 그에 대한 적절한 대책을 강구하고 입력을 설계해야한다. 본 논문에서는 그에 대한 해결로서 γ_2 를 충분히 작게 선택하고 θ_b 의 초기 매개변수 값을 양의 값으로 선택하여 시뮬레이션을 하였다. θ_b 의 초기 매개변수값을 양의 값으로 선택한다는 것은 퍼지시스템의 성질중 non-vanishes 성질을 이용하는 것이다.[3]의 Appendix 참조) ■

본 논문에서는 지면 관계상 시뮬레이션 결과와 연속 제어법칙에 관한 사항은 생략한다.[14,15]참조)

VI. 결론

본 논문에서는 어떠한 비선형 함수도 퍼지시스템이 근사할 수 있다는 UAT을 이용하여 기존의 슬라이딩 모드 제어방식에 대하여 시스템 함수의 경계값만을 이용한 두가지 제어방식을 제안하였다. 또한 퍼지시스템과 실제 시스템 함수와의 근사오차에 대한 처리로 강인한 제어법칙 또한 제안하였다. 앞으로의 연구방향은 다변수 시스템이나 고차 시스템에 제안된 제어방식을 적용하기 위하여 퍼지규칙의 수를 줄이는 방법에 대한 연구를 할 계획이다. 본 연구는 과학기술부·한국과학재단지정 지역협력연구센터인 전북대학교 메카트로닉스 연구센터의 연구비 지원에 의해 연구되었다.

참고문헌

- [1] C. C. Lee, "Fuzzy logic in control system : Fuzzy logic controller-Part I,II," IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-20, no. 2, pp. 404-435, 1990.
- [2] H. J. Zimmermann, "Fuzzy set theory and its applications," Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [3] L. X. Wang, "Adaptive fuzzy systems and contr-
- ol," Prentice-Hall International, Inc., 1994.
- [4] L. X. Wang and J. M. Mendel, "Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least squares learning," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 3, no. 5, pp. 807-814, 1992.
- [5] H. M. Kim and J. M. Mendel, "Fuzzy basis functions: comparisons with other basis functions," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 3, no. 2, pp. 158-168, May, 1995.
- [6] Driankov, Hellendoorn, and Reinfrank, "A introduction to fuzzy control," Springer Verlag, 1996.
- [7] M. B. Ghalia and A. T. Alouani, "Sliding mode control synthesis using fuzzy logic," Proceedings of the American Control Conference, Seattle, Washington, pp.1528-1532, June, 1995.
- [8] G. C. Hwang and S. C. Lin, "A stability approach to fuzzy control design for nonlinear systems," Fuzzy Sets and Systems, vol.48, pp.279-287, 1992.
- [9] R. Palm, "Sliding mode fuzzy control," Proc. IEEE Int. Confer. on Fuzzy Systems," San Diego, California, pp.519-526, 1992.
- [10] S. C. Lin and Y. Y. Chen, "Design of adaptive fuzzy sliding mode for nonlinear system control," Thied IEEE Int. Confer. on Fuzzy Systems, Orlando, Florida, pp. 35-39, June, 1994.
- [11] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," IEEE trans. Automat. Contr., vol. AC-22, no.2, April, pp.212-222, 1977.
- [12] J. E. Slotin, "Sliding controller design for non-linear systems," Int. J. Control, vol.40, no.2, pp.421-434, 1984.
- [13] W. C. Ham, "Adaptive control based on explicit model of robot manipulators," IEEE trans. Automat. Contr., vol. 38, Apr, pp.654-658, 1993.
- [14] W. C. Ham, B. K. Yoo, "Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system," IEEE trans. on Fuzzy Systems, vol. 6, no. 2, May 1998.
- [15] W. C. Ham, B. K. Yoo and S. C. Jeong, "Adaptive fuzzy sliding mode control," J. Control, Automation and Systems Engineering, vol. 2, no. 4, Dec. 1996.