

점정합법에 의한 반원형 광도파로 벡터 해석

라 경 태* · 김 상 덕** · 김 종 빈*

* : 조선대학교 전자 · 정보통신공학부

** : 동아인재대학 정보통신과

전화:(062) 230-7062 / 팩스: (062) 232-3369

The Vector Analysis by Point Matching Method for Semicircular Optical Waveguide

Kyoung Tae Ra* · Sang Duk Kim** · Jong Bin Kim*

* : School of Electronics and Information&Communication Engineering, Chosun University

** : Information&Communication Engineering, DongA-InJae College

Abstract

This paper describes a point matching method that is based on an expansion of the electromagnetic field in terms of a series of Bessel and modified Bessel functions multiplied by trigonometric functions. In this method, the electric and magnetic fields inside the waveguide core are matched to those outside the core at matching points on the boundary to yield matrix equations.

As an example applying this method, the paper presents the results of the computation in the form of curves of the propagation constants in a semicircular optical waveguide, be formed by annealing for reduced insertion(radiation) loss when connected to optical fiber. The propagation curves are presented in a form of refractive index independent. Also, it presents relative energy distributions between inside the core and outside the core of various modes and presents field distributions.

I. 서 론

정확한 특성을 갖는 저 손실의 광도파로 제작 기술은 각종 광소자의 제작에 있어 필수 불가결한 근간 기술이다. 고속 광통신을 위한 특정 광 파장대에서의 다중 채널 통신 방식에 이용할 수 있는 다채널 광필터,

분기기, 고밀도 FDM/WDM 등의 광소자가 다량으로 요구되고 있다. 이러한 광소자를 설계하고 제작하는데 가장 기본적인 것이 광도파로에 대한 해석이다.^[1] 현재 광도파로 해석 방법으로는 Marcatili의 방법^[2], 유효 굴절률법^[3], 모드 정합법^[4], 조화함수전개법^[5], 점정합법^[6] 등의 해석법이 이용되고 있다.

본 논문에서는 임의의 모양을 갖는 도파로 내의 실제 전자기장을 표현할 수 있는 도파모드의 벡터 해석 방법으로서 편광특성과 관련된 도파로의 해석에 사용할 수 있는 점정합법을 이용하여 광섬유와의 접속시 손실을 줄이기 위해 BPSG박막을 이용하여 제작한 사각형 광도파로를 열처리할 경우 제작되는 반원형 도파로에서의 전파상수 곡선과 전파상수 곡선에서 나타나는 각 모드의 전기장과 자기장의 벡터 해 및 에너지 분포를 구하여 광신호의 전송특성을 구하고자 한다.

II. 벡터해석

본 연구에서 고찰된 반원형 도파로는 클래드의 두께를 높게 쌓을 경우 그림 1과 같이 각각 ϵ_i 의 유전체 상수(dielectric constant)를 가지는 코어와 이를 무한하게 둘러싸고 있는 ϵ_o 의 값을 갖는 클래드로 구성할 수 있으며, 이 두 매질은 등방성(isotropic)이고, 두 영역에서의 투자율(permeability)은 자유공간에서의 값 μ_0 를 갖는다고 가정한다. 도파로의 좌표는 원통좌표계 (r, θ, z) 로 표현하며 광의 전파방향은 $+z$ 방향이다. 도파로의 전자기장의 z 성분은 식(1)과 같은 형태의

해를 갖는다^[7].

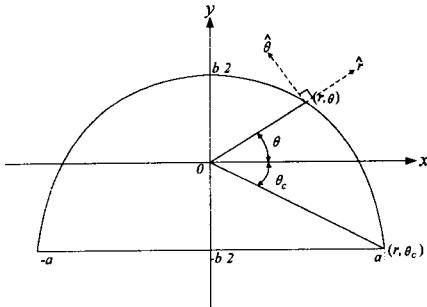


그림 1. 반원형 도파로의 기하학적 형태

Fig 1. Geometric shape of semicircular waveguide

코어 내부에서 : (1-a)

$$E_{zi} = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n \sin(n\theta) + B_n \cos(n\theta)] J_n(hr) \exp(i(k_z z - \omega t))$$

$$H_{zi} = \sum_{n=0}^{\infty} [C_n \sin(n\theta) + D_n \cos(n\theta)] K_n(pr) \exp(i(k_z z - \omega t))$$

코어 외부에서 : (1-b)

$$E_{zo} = \sum_{n=0}^{\infty} [S_n \sin(n\theta) + T_n \cos(n\theta)] J_n(hr) \exp(i(k_z z - \omega t))$$

$$H_{zo} = \sum_{n=0}^{\infty} [U_n \sin(n\theta) + V_n \cos(n\theta)] K_n(pr) \exp(i(k_z z - \omega t))$$

여기서 A_n, B_n, C_n, D_n 은 코어 내부에서의 임의의 진폭계수이며, S_n, T_n, U_n, V_n 은 코어 외부에서의 임의의 진폭계수이다. J_n 과 K_n 은 n 차 Bessel함수와 modified Bessel 함수이며, ω 는 광의 주파수이고, k_z 는 전파상수의 z 방향 성분이다. 전자기장의 r 과 θ 성분은 식(1)의 전자기장의 z 성분과 식(2)로 표현된 Maxwell 방정식에서 구할 수 있다.

$$E_r = \frac{ik_z}{k^2 - k_z^2} \left[\frac{\partial E_z}{\partial r} + \left(\frac{\mu_0 \omega}{k_z r} \right) \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \quad (2-a)$$

$$E_\theta = -\frac{ik_z}{k^2 - k_z^2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \left(\frac{\mu_0 \omega}{k_z} \right) \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \quad (2-b)$$

$$H_r = \frac{ik_z}{k^2 - k_z^2} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{-k^2}{\mu_0 \omega k_z} \right) \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \quad (2-c)$$

$$H_\theta = -\frac{ik_z}{k^2 - k_z^2} \left[\left(\frac{k^2}{\mu_0 \omega k_z} \right) \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \quad (2-d)$$

이때, 식(2)의 k 는 코어에서는 k_i 의 값을 가지며 클래드에서는 k_o 의 값을 갖는다. 전파상수의 $x-y$ 단면성분으로서 $h = \sqrt{k_i^2 - k_z^2}$, $p = \sqrt{k_z^2 - k_o^2}$ 로 정의하고, $k_i = \omega \sqrt{\epsilon_i \mu_0}$, $k_o = \omega \sqrt{\epsilon_o \mu_0}$ 로 정의한다.

코어와 클래드의 경계면에서 유한한 개수의 경계점 (r_m, θ_m)들을 선택한 후 이 점들에서 식(1)의 전자기장의 z 성분 E_z, H_z , 그리고 $x-y$ 평면에서의 전자기장의 접선성분 E_t, H_t 들이 연속이어야 하는 경계조건(boundary condition)을 사용하여 코어의 해와 클

래드의 해 사이에 관계식은 식(3)과 같다.

$$E_{zi}(r_m, \theta_m) = E_{zo}(r_m, \theta_m) \quad (3-a)$$

$$H_{zi}(r_m, \theta_m) = H_{zo}(r_m, \theta_m) \quad (3-b)$$

$$E_t(r_m, \theta_m) = E_o(r_m, \theta_m) \quad (3-c)$$

$$H_t(r_m, \theta_m) = H_o(r_m, \theta_m) \quad (3-d)$$

이 관계식으로부터 도파로의 전파상수와 전자기장의 벡터 해 및 에너지 분포가 구해진다. 물론 벡터 해는 방정식(1)에서 유한한 개수의 항을 취하여 근사한다. 이때 취하는 항의 개수와 방정식의 개수는 서로 일치하도록 유한한 개수의 경계점(matching point)을 선택해야 한다. 반원형 도파로의 경우 y 축에 대칭이므로 대칭축을 기준으로 한쪽 면에서의 벡터 해를 구하면 나머지 한면에서의 벡터 해를 구할 수 있으므로 한쪽의 분면만을 해석하며 전자기장의 각 성분은 대칭축에 대하여 Even이나 Odd 성질 중 하나를 반드시 가져야 한다^[2].

Maxwell 방정식(2)로부터 E_z 가 y 축에 대해 Even일 때 E 라고 나타내면 그 대칭성에 의해 구해진 각 성분은 2가지 특성을 가지며 <표 1>과 같은 특성을 나타낸다.

<표 1> E_z 의 대칭성에 따른 각 성분의 특성

<Table 1> Characteristics of each element with symmetry of E_z

E_z	H_z	E_x	E_y	H_x	H_y
E	O	O	E	E	O
O	E	E	O	O	E

따라서 식(1)에서 나타나는 각각의 무한 급수에서 대칭성을 고려하여 N개의 삼각함수 항까지를 취하면 미지수 $A_n, B_n, C_n, D_n, S_n, T_n, U_n, V_n$ 의 총 개수는 $n=0$ 일 때의 $\cos(n\theta_m)$ 항을 포함하여 $8N+2$ 개이며, 이 방정식들의 해를 구하기 위해 코어와 클래드의 경계면에서의 E_z 와 E_t 에 관한 식에서 M개의 경계점을 선택하고, H_z 와 H_t 에 관한 식에서 $M=M-1$ 의 경계점을 선택하여 2개의 m 에 대한 식을 제외한 후 $M=2N+1$ 의 삼각함수 항까지 취하면 미지수의 개수와 식이 각각 $8N+2$ 개인 제차 연립 선형 방정식이 된다. 무한급수에서 N개의 항들을 선택하여 미지수들을 column 행렬 X로 표시하면 경계조건을 이용한 식은 $(8N+2) \times (8N+2)$ 의 행렬 G가 되며 식(4)의 행렬 방정식이 된다.

$$GX = 0 \quad (4)$$

여기서 G는 각각의 미지수에 해당하는 계수들을 원소로 갖는 정방행렬이다. 식(4)의 해가 모두 0이 아닌 해를 갖기 위해서는 행렬 G의 행렬식 값이 0이 되어야 하며, 식(5)와 같다.

$$\det G = 0 \quad (5)$$

식(5)로부터 특정한 B 값을 대입하면 P^2 의 값을 얻는다. 이때 방정식의 근은 이분법(bisection method)을 이용하여 구하였다. 이와 같은 계산을 B 를 변화시키면서 P^2 을 구하면 P^2 의 분산곡선을 얻을 수 있다. 구해진 분산곡선에서 특별한 (B, P^2) 값 하나를 선택한 후에, 그 값으로 식(4)를 계산하여 column 행렬 X 의 값을 구하고, 이로부터 전기장과 자기장의 벡터 해를 구한다. 이때 도파로의 전파상수 k_z 와 도파로의 높이 b 에 관계되는 정규화 전파상수(normalized propagation constant) P^2 과 정규화 주파수(normalized frequency) B 는 식(6)과 같이 정의한다.^[6]

$$P^2 = \frac{(k_z/k_o)^2 - 1}{n_r^2 - 1} \quad (0 < P^2 < 1) \quad (6-a)$$

$$B = \frac{2b}{\lambda_o} \sqrt{n_r^2 - 1} \quad (6-b)$$

이때 $n_r^2 = \epsilon_i/\epsilon_o$, $\lambda_o = 2\pi/k_o$, $k_z = k_0 n_{eff}$ 이다.

III. 결과 및 검토

그림 2는 반원형 단면 도파로에서 비굴절률(n_r)의 변화에 따른 분산곡선이다. 식(6)에 나타낸 바와 같이 B 는 사각형 도파로의 높이 b 와 관계되는 도파로의 크기와 관계된 변수이고, P^2 은 전파상수 k_z 와 관계되는 변수이다. E_{om}^x 은 전기장의 x 성분 E_x 가 y 축에 관하여 Odd 특성을 가질 때 구해진 해로서 cutoff 주파수가 m 번째에 나타나는 모드를 표시한다. 마찬가지로 E_{em}^x 은 E_x 가 Even일 때 구해진 해로서 cutoff 주파수가 m 번째에 나타나는 모드를 표시한다.

$n_r \rightarrow 1$ 의 극한에서 반원형 도파로의 E_{om}^x 모드와 E_{em}^x 모드는 서로 축퇴되며 계산한 결과는 그림 2(a)이고, 코어와 클래드의 비굴절률이 1이 아닐 경우 축퇴는 깨지게 되며 이때 구해진 결과는 그림 2(b)이다. 그림 2(b)는 $n_r \rightarrow 1.5$ 일 때 각각의 모드에 관한 분산곡선을 구한 예로 전파상수곡선이 $n_r \rightarrow 1$ 인 경우보다 (B, P^2) 평면에서 오른쪽에 분포한다.

그림 3은 $a/b=1$, $n_r \rightarrow 1$, $B=2.5$ 일 때 모드를 9개 항까지 급수전개하여 계산한 결과로써 E_x 가 y 축에 대하여 0인 특성을 갖는 경우의 각 모드별 상대적인 에너지 분포를 나타낸 것으로 이는 $x-y$ 평면 내의 전자기장 x, y 성분의 제곱으로부터 구한 결과이다. 이 때, x 축과 y 축은 그림 1에서 $\theta_m = \pi/2$ 일 때 $r_m/b = 0.5$ 인 경우로 도파로의 형태에 따른 좌표를 가지며, z 축은 클래드에서의 에너지의 크기에 대한 코어에서의 상대적인 크기를 갖는다. 에너지 분포도를 해석한 결과 비굴절률 n_r 이 1에 가까워지면 도파로 내의 광의 진행은 균일한 자유매질 내의 광의 진행과 유

사해지며 이때 $E_x = E$ 인 경우의 에너지 분포는 $E_x = 0$ 의 에너지 분포와 일치함을 확인하였다. $n_r \rightarrow 1$ 일 때 본 연구의 반원형 도파로에서의 각 모드성분을 Marcaliti^[2]에 의한 사각형 도파로에서의 각 모드와 비교해 보면 E_{el}^x 모드는 사각형 도파로의 E_{11}^y 모드의 경향을 보이고, E_{el}^x 모드는 E_{21}^x 모드의 경향을 보인다. 반원형 단면 도파로의 경우 E_{el}^x 모드는 도파로의 모양에 의한 영향으로 사각형 단면 도파로의 E_{21}^y 모드와 상당히 다른 분포를 보였다.

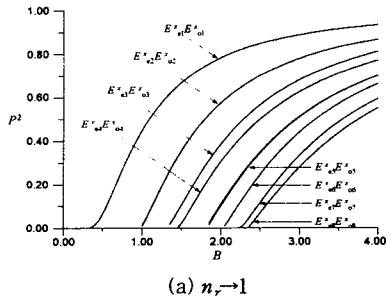
그림 4과 5에서 $n_r \rightarrow 1$ 일 때 반원형 도파로의 E_{el}^x 모드와 E_{el}^x 모드의 E_x, E_y, H_x, H_y 필드분포이다. 이로부터 전기장과 자기장의 대칭성에 의해 전자기장과 에너지 분포에서 E 가 H 로, $-H$ 가 E 로 전기장과 자기장이 서로 바뀐다는 것만 제외하고는 거의 구별할 수 없었으며, 실제로 전자기장과 에너지 분포를 계산한 결과 이와 같은 대칭성을 확인하였다.

IV. 결 론

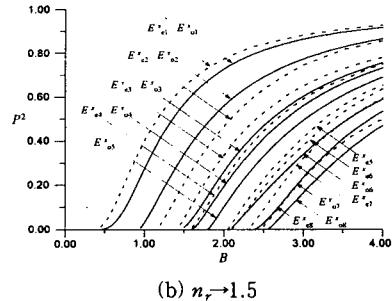
본 논문에서는 파이버와의 패키징시에 손실을 줄이기 위해 열처리하는 과정에서 나타날 수 있는 도파로 모양의 반원화에 의한 굴절률의 변화와 필드 분포의 변화를 해석하였다. 이를 해석하기 위한 방법으로 도파로의 모양이 사각형이 아닐 경우 굴절률과 필드분포를 구할 수 있는 방법에는 점정합법, 조화함수전개법 등이 있으나 수식의 간략성과 해석의 편의성을 위해 점정합법을 선택하였다. 점정합법은 임의의 모양을 갖는 광도파로에 대해 베셀함수와 삼각함수의 합으로 광도파로를 해석하는 원형 조화 확장식(circular harmonic expansion)에 기초를 두고 있으며, 본 연구에서는 PC를 이용하여 도파로의 폭과 전파상수 사이의 분산곡선을 해석하였으며, 특정한 도파로의 폭에서의 필드분포를 구하여 $x-y$ 단면에서의 에너지분포를 구하였다.

분산곡선을 해석한 결과 $n_r \rightarrow 1$ 인 경우 Odd모드와 Even모드는 서로 축퇴되었으며, $n_r \rightarrow 1$ 인 경우 축퇴는 깨지게 되고, $n_r \rightarrow 1$ 인 경우에 비해 (B, P^2) 평면에서 오른쪽에 분포하였다. 또한 반원형 도파로에서의 에너지 분포를 구한 결과 사각형 광도파로의 에너지 분포와 상당히 다른 분포를 보였으며 이로부터 도파로 형태에 따라 에너지 분포도 달라짐을 확인하였다. 이때 Even모드와 Odd모드의 전자기장 필드는 대칭성에 의해 E 가 H 로, $-H$ 가 E 로 전자기장이 서로 바뀐다는 것만 제외하고는 거의 구별할 수 없었다.

따라서, 반원형 도파로에서의 필드 분포와 에너지 분포의 해석 결과 광도파로가 다중 모드일 경우 2차, 3차 이상의 모드 에너지 분포가 코어 중심으로부터 멀리 집중되어 파이버와의 접촉시 비정렬에 의한 손실이 커짐으로 인하여 광도파로는 단일모드로 사용할 경우 가장 손실이 적은 특성을 가짐을 알 수 있었다.



(a) $n_r \rightarrow 1$



(b) $n_r \rightarrow 1.5$

그림 2. 반원형 도파로에서의 분산 곡선
Fig. 2. Dispersion curve in a semicircular waveguide

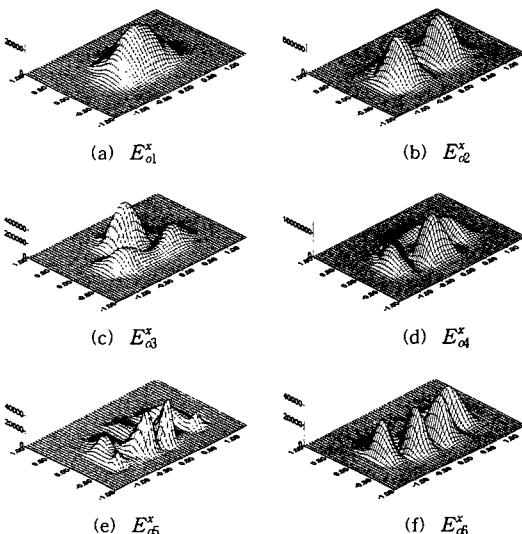


그림 3. 각 모드별 에너지 분포도
Fig. 3. Energy distributions for each mode

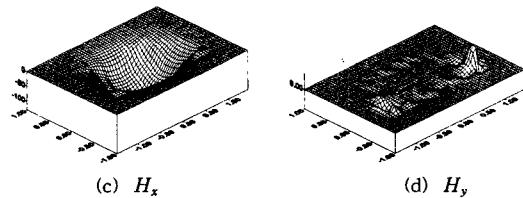
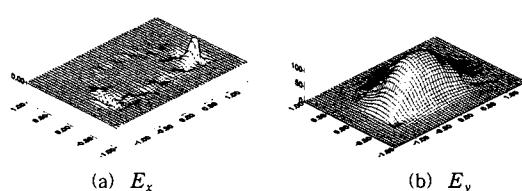


그림 4. E_{el}^x 모드의 필드 분포

Fig. 4. Field distributions for E_{el}^x mode

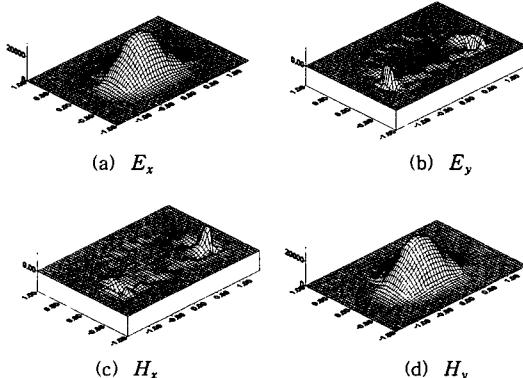


그림 5. E_{el}^x 모드의 필드 분포

Fig. 5. Field distributions for E_{el}^x mode

참 고 문 헌

1. L. D. Hutcheson, *Integrated optical circuits and components*, New York, pp.1, 1987.
2. E. A. J. Marcatili, "Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics", Bell Syst. Tech. J. 48(7), 2071 (1969).
3. K. H. Schelreth and M. Tacke, "The complex propagation constant of multilayer waveguide", IEEE Journal of Quantum Electronics, QE-26, pp.627-630, 1990.
4. Song Tsuen Peng, Arthur A. Oliner, "Guidance and leakage properties of a class of open dielectric waveguides", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.33, pp.843-854, 1981.
5. C. H. Henry and B. H. Verbeek, "Solution of the scalar wave equation for arbitrarily shaped dielectric waveguides by two dimensional fourier analysis", Journal of Lightwave Tech. vol.7, p.308, 1989.
6. J. E. Goell, "A circular-harmonic computer analysis of rectangular dielectric waveguides", Bell Syst. Tech. J. 48(7), 2133 (1969).
7. Amnon Yariv, *Optical Electronics*, Saunders College Publishing, pp.74-105, 1991.