

손실 유전체 쇄기에 의한 산란

서 종 화(徐宗和) 나정웅(羅正雄)

한국 과학 기술원 전기 및 전자공학과

전화 : (042) 869-5414 / 팩스 : (042) 869-3410

Scattering by a Lossy Dielectric Wedge

Chong-Hwa Seo and Jung-Woong Ra

Department of Electrical Engineering Korea Advanced Institute of Science and Technology

E-mail: chseo@mwlabl.kaist.ac.kr

Abstract

Rigorous formulation for solving the scattered fields by a lossy dielectric wedge is proposed. By employing the Kirchhoff's integrals in the physical domain and the extinction theorem in the mathematically complementary region, it is shown that the accurate solution is obtained by adding the numerically corrected fields generated by the multipole source expansions to the analytically approximated physical optics solution. Its accuracy is affirmed by the extinction behavior of the solution in the complementary region.

1. 서 론

도심에서 무선 통신을 위한 산란파 계산에 있어 빌딩의 모서리에 의한 산란파는 전파 음영 지역에서 매우 중요하다. 현재까지 손실 쇄기 구조에 의한 산란파의 정확한 계산 수단을 알려져 있지 않다. 임피던스 쇄기의 Maliuzhinets 해[1]는 거의 도체에 가까운 손실 쇄기의 회절을 계산하는데 사용될 수 있다. 이 해는 임피던스 쇄기라는 비물리적 구조를 다루기 때문에 쇄기 내부에서의 굴절과 투과 현상은 기술하지 못한다. Geometrical theory of diffraction(GTD)을 이용하는 방법에는 단순히 도체의 회절 계수에 반사 계수만을 곱하는 방법[2]과 쇄기를 투과하는 ray에 대하여 투과 계수를 도체의 회절 계수에 곱하는 방법[3]들이 있다. FDTD 방법도 비손실 쇄기와 도체 쇄기의 수치적 회

절 계수를 계산하는데 적용된 바 있다[4].

비손실 쇄기[5,6] 및 복합 쇄기 구조[7]에 대하여 엄밀한 유도 과정에 의한 접근적 해가 발표된 바 있다. 이 방법은 물리적 영역에서 Kirchhoff 적분식을 수학적 가상 공간에서 extinction 정리를 사용한다.

extinction 정리는 쇄기의 경계면에서 구한 기하 광학 해를 사용하여 Kirchhoff 적분식으로 구한 물리 광학 해와 같은 근사해를 수정하기 위한 수단이 된다.

손실 반공간 구조에서 임의의 입사각을 갖는 비균일 평면파가 입사했을 때의 해[8]는 정확히 알려져 있기 때문에 손실 쇄기의 물리 광학 해는 해석적으로 구할 수 있음을 보였다. extinction 정리를 만족하기 위한 수정 전원으로 Multipole 전개[5]가 임의의 각으로 이루어진 손실 쇄기에 대하여 빠른 수렴 특성을 나타냄을 보였다. 이 해는 쇄기 외부뿐만 아니라 내부에서도 쇄기의 회절파는 물론 굴절 및 투과파를 계산할 수 있다. 이 해의 쇄기 회절파를 Maliuzhinets의 쇄기 회절파와 비교하였다.

2. Kirchhoff 적분식과 물리 광학 해

그림 1과 같이 2차원 손실 쇄기에 입사파 u_o 가 입사한다고 가정하자. 이 그림에서 S_1 과 S_2 는 각각 쇄기의 외부 영역과 내부 영역을 나타낸다. 각각의 영역 S_j , $j=1, 2$ 에서 전체파 u_j 는 경계면 전자파를 사용한 Kirchhoff 적분식으로부터 다음과 같이 표현된다.

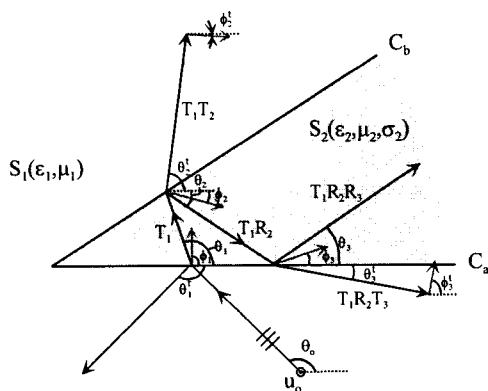


그림 1 손실 쇄기에서 ray 추적에 의한 확장된 기하 광학해

Fig. 1 Extended GO solution by ray tracing in lossy wedge

$$u_j = u_o \delta_{1j} + \oint_{C_j} \left(G_j \frac{\partial u_j}{\partial n_j} - u_j \frac{\partial G_j}{\partial n_j} \right) dl, \quad \text{in } S_j, \quad (1)$$

여기서 δ_{1j} 는 Kronecker delta 함수, C_j 는 S_j 영역의 경계, n_j 는 C_j 와 바깥을 향한 수직인 좌표 성분, G_j 는 S_j 영역의 투자율 μ_o 와 유전율 ϵ_j 로 모든 공간에 채워진 균일 매질에서의 2차원 Green 함수를 나타낸다.

임의의 입사각을 가진 입사파 u_o 가 정해졌을 때 그림 1과 같이 ray 추적법에 의하여 쇄기 경계에서의 기하 광학해 u_j^b 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_j^b = \begin{cases} u_j^g(\rho, 0), & \text{in } C_a \\ u_j^g(\rho, \theta_d), & \text{in } C_b \end{cases}, \quad (2)$$

여기서,

$$u_j^g(\rho, \theta) = \begin{cases} H_o e^{ik_1 \rho \cos(\theta - \theta_o)} + H_1 R_1 e^{ik_1 \rho \cos(\theta - \theta'_1)} \\ + \sum_{n=2}^N H'_n K_n^t e^{ik_1 \rho \cos(\theta - \theta'_n)}, & \text{in } S_1, \\ \sum_{n=1}^N H''_n K_n^r e^{ik_2 \rho \cos(\theta - \theta_n)}, & \text{in } S_2 \end{cases} \quad (3)$$

여기서 Heaviside 함수 H_o , H_1 , H'_n , 및 H''_n 은 각각의 ray가 존재하는 영역과 존재하지 않는 영역에서

각각 1 혹은 0의 값을 가지며, K_n^t , K_n^r 는 각각 $T_1 R_2 \cdots R_{n-1} T_n$ 과 $T_1 R_2 \cdots R_n$, T_n 과 R_n 은 복소 반사 및 투과 Fresnel 계수이다. θ_o , θ'_1 , θ_n^t , 및 θ_n^r 는 각각의 ray에 대한 실수 복은 복소각이며 k_1 과 k_2 는 각각 S_1 과 S_2 영역에서의 파수이다.

식 (2)의 근사적 경계면 전자파를 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 해석적인 물리 광학해 u_j^P 를 얻는다.

$$u_j^P = u_o \delta_{1j} + \sum_{m=1}^{M_j} u_{mj}^g + v_j, \quad (4)$$

여기서 u_{mj}^g 는 S_j 영역에서 총 M_j 개의 ray에 의한 기하 광학해로 식 (1)의 스펙트럼 영역의 pole에 의한 성분이며, saddle point에 의한 성분 v_j 는 다음과 같이 표현되는 물리 광학해의 쇄기 회절파 성분이다.

$$v_j = \frac{e^{i(k_j \rho + \frac{\pi}{4})}}{2\sqrt{2\pi k_j \rho}} f_j(\phi), \quad (5.1)$$

$$f_j(\phi) = \begin{cases} -D_1(\theta; \theta_o) - R_1 D_1(\theta; \theta'_1) \\ \sum_{n=1}^N (-1)^n K_n^t D_1(\theta; \theta_n^t), & \text{in } S_1, \\ \sum_{n=1}^N (-1)^{n+1} K_n^r D_2(\theta; \theta_n^r), & \text{in } S_2 \end{cases} \quad (5.2)$$

$$D_1(\theta; \theta_1) = \cot\left(\frac{\theta - \theta_1}{2}\right) F\left[2k_1 \rho \sin^2\left(\frac{\theta - \theta_1}{2}\right)\right], \quad (5.3)$$

$$F(z) = -i 2\sqrt{z} e^{-iz} \int_{-\sqrt{z}}^{\infty} e^{iu^2} du. \quad (5.4)$$

그림 2에서 식 (3)에 의해 계산된 기하 광학해와 물리 광학해의 예를 보였다.

3. Extinction 정리와 물리 광학해의 수정

S_j 영역의 정확한 경계면 전자파를 알 때 extinction 정리[7]를 적용하면 다음과 같다.

$$0 = u_o \delta_{1j} + \oint_{C_j} \left(G_j \frac{\partial u_j}{\partial n_j} - u_j \frac{\partial G_j}{\partial n_j} \right) dl, \quad \text{in } \overline{S_j}, \quad (6)$$

이 식은 식 (1)의 좌변에 있는 u_j 를 0으로 S_j 영역을 $\overline{S_j}$ 영역으로 대치한 것이다. $\overline{S_j}$ 영역은 $S_j + \overline{S_j}$ 영역이 S_j 영역의 매질로 완전히 채워진 균일 자유 공간을 의미하도록 정의된다.

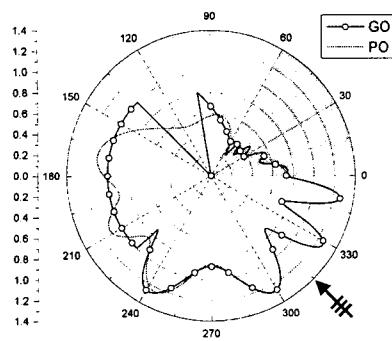


그림 2 손실 쇄기에 대한 기하 확장된 광학해와 물리 광학해의 패턴

Fig. 2 EGO solution and PO solution in lossy wedge

$$\epsilon_2 = 2\epsilon_o, \frac{\sigma}{\omega\epsilon_r\epsilon_o} = 0.1, \theta_o = 135^\circ, \theta_d = 60^\circ$$

식 (2)의 근사적 경계면 전자파 u_j^b 에 미지의 수정 전원 s_j 를 더하여 정확한 경계면 전자파 $u_j = u_j^b + s_j$ 라 가정하고 식 (5)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$0 = u_o \delta_{lj} + \oint_{C_l} \left(G_j \frac{\partial u_j^b}{\partial n_j} - u_j^b \frac{\partial G_j}{\partial n_j} \right) dl + \oint_{C_l} \left(G_j \frac{\partial s_j}{\partial n_j} - s_j \frac{\partial G_j}{\partial n_j} \right) dl, \text{ in } \overline{S_j}$$
(6)

여기서 위 식의 2번째 항은 식 (3)과 (4)에 의해 이미 결정되었다. 가상 영역 $\overline{S_j}$ 에서 모든 기하 광학해는 소멸되면 식 (4)의 쇄기 회절파 v_j 만 남는다. 따라서 식 (6)의 세 번째 항에 있는 수정 전원 s_j 는 이 적분이 $-v_j$ 가 되게 함으로써 얻을 수 있다.

Multipole 수정 방법[5]은 경계면 수정 전원 s_j 와 동적 기능을 하는, 다음의 식으로 표현되는 수정 전원 \tilde{s}_j 를 쇄기의 모서리에 두어,

$$\tilde{s}_j(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} \delta^{(m)}(x) \delta^{(n)}(y)$$
(7)

이 수정 전원에 의한 가상 영역 $\overline{S_j}$ 에서의 해가 주어진 점근적 회절파 v_j 와 일치하도록 약 21개의 미지의

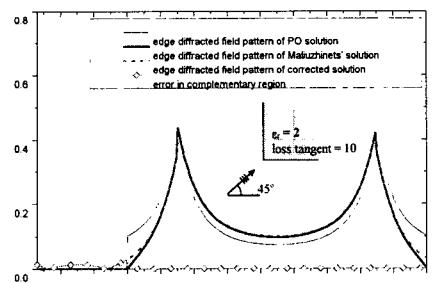
상수 a_{mn} 을 결정한다. 이 상수들이 결정되면 모든 물리적 영역 $S_j, j=1,2$ 에서 물리 광학해와 함께 수정된 해를 얻게 된다.

그림 3(a)와 (b)에 각각 loss tangent가 10과 0.1인 손실 쇄기에 대한 쇄기 회절파의 결과를 보였다. 쇄기의 각과 입사각은 각각 90° 와 45° 이고 쇄기의 상대 유전율이 2이다. 이 수정된 쇄기 회절파(점선) 패턴의 정확성은 extinction 정리에 의해 0이 되어야 하는 값(마름모)에 의해 확인되었다. 수정해의 쇄기 회절파는 두 개의 반사 각과 두 개의 굴절각에 의한 4개의 불연속 점을 가지는데 반하여 Maliuzhinets 해는 자유 공간영역에서 반사 각에 해당하는 2개의 불연속 점만을 가지는 것을 알 수 있으며 손실이 클 때의 두 해의 쇄기 회절파는 서로 유사하나, 복소 유전율의 절대값이 작아질수록 두 해는 더 큰 차이를 보임을 알 수 있었다.

4 결론 및 추후 연구

손실 쇄기의 의한 산란 문제를 풀기 위한 엄밀한 해석 방안을 제시하였다. 물리적 공간에 키르히호프 적분과 수학적인 가상 공간에 소멸 이론(extinction theorem)을 적용하여 물리 광학해에 multipole 전원에 의한 수치적 수정 전자장을 더하여 정확한 해를 계산할 수 있음을 보였다. 이 해의 정확성은 수학적 가상 공간에서 소멸 특성으로 확인하였으며 복소 유전율의 크기가 큰 경우 Maliuzhinets 해와 유사하며 복소 유전율이 작을 때는 두 해가 서로 다른 결과를 보인다.

Multipole 전개에 의한 수정은 입사파가 E-모드일 때만 적용할 수 있는데 이것은 두 수학적 가상공간에 같은 수정원을 사용하기 때문이다. H-모드의 경우 물리 광학해를 수정하기 위해서 쇄기 경계에 직접 Neumann 급수 등과 같은 수정원을 인가하는 방법을 연구하고 있다.



(a)

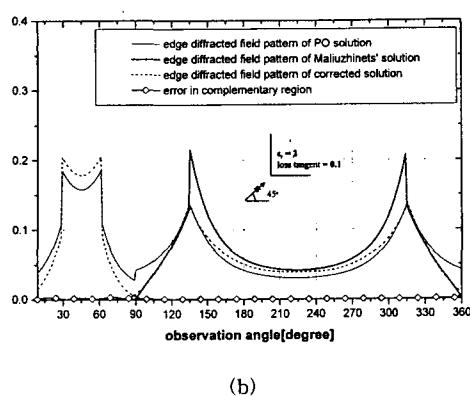


그림 3 손실 쇄기에 대한 Maliuzhinets 해와 물리 광학해 및 수정해의 쇄기 회절파 패턴

Fig. 3 Patterns of Corrcted, PO and Maliuzhinets solutions for lossy wedge

- (a) $\epsilon_r = 2$, $\sigma/(\omega\epsilon_0\epsilon_r) = 10$,
- (b) $\epsilon_r = 2$, $\sigma/(\omega\epsilon_0\epsilon_r) = 0.1$

by Right Angle Dielectric Wedge," IEEE Trans. Antenna Propagat., Vol. AP-32, No. 1, Jan. 1984, pp. 61-69.

- [6] S. Y. Kim, J. W. Ra, and S. Y. Shin, "Diffraction by an Arbitrary-Angled Dielectric Wedge: Part II-Correction to Physical Optics Solution," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-39, No. 9, Sep. 1991, pp. 1282-1292.
- [7] H. T. Ha and J. W. Ra, "Edge Diffraction by an Arbitrary-Angled Wedge Composed of Metal and Lossless Dielectric," Micro. and Opt. Tech. Lett., Vol. 16, No. 2, Oct. 1997, pp. 89-93.
- [8] R. D. Radcliff and C. A. Balanis, "Modified Propagation Constants for Nonuniform Plane wave Transmission Through Conduction Media," IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, Vol. GE-20, No. 3, July 1982, pp. 408-411.

참고 문헌

- [1] G. D. Maliuzhinets, "Excitation, Reflection and Emission of Surface Waves from a Wedge with Given Face Impedances," Mathematical Physics, March 31, 1958, pp. 752-755.
- [2] A. J. Booysen and C. W. I. Pistorius, "Electromagnetic Scattering by a Two-Dimensional Wedge Composed of Conductor and Lossless Dielectric," IEEE Trans. Antenna Propagat., Vol. AP-40, 1992, pp. 383-390.
- [3] J. F. Rouviere, N. Douchin, and P. F. Combes, "Improvement of the UTD Formulation for Diffraction of an Electromagnetic Wave by a Dielectric Wedge," Electro. Lett., Vol. 33, No. 5, Feb. 1997, pp 373-375.
- [4] G. Stratis, V. Anantha, and A. Taflove, "Numerical Calculation of Diffraction Coefficients of Generic Conducting and Dielectric Wedges Using FDTD," IEEE Trans. Antenna Propagat., Vol. AP-45, No. 10, Oct. 1997, pp. 1525-1529.
- [5] C. S. Joo, J. W. Ra, and S. Y. Shin, "Scattering