

신장유동하는 필름의 연신공명현상 해석

양병길, 윤원식

영남대학교 공과대학 섬유학부

1. 서론

오늘날 필름 제품은 카드, 산업용 소재, 전자제품, 자기매체, 사진필름, 영화 제작용 필름, labels, 프린트용 필름, 식품용 포장재 등의 산업전반에 걸친 수요의 증가로 인해 생산이 확대되고 있다. 이러한 필름의 제작에는 blowing 공정과 casting 공정이 있는데, casting 공정은 아주 오래 전부터 이용되어온 방법으로 고분자 필름이나 금속판 제작에 있어서 매우 중요한 공업적 방법이다. 그러나 casting 공정시 연신공명이라는 불안정 요인이 발생되는데, 이는 1960년대 초에 Christensen 과 Miller의 연구에서 처음 소개되었으며,[1,2] 고분자 공정의 안정성에 영향을 미치고 필라멘트의 지름이나 필름의 두께에 변동을 일으키는 고분자 유체의 바람직하지 못한 거동이다. 이러한 이유로, 고분자 유변학과 공정분야에 있는 많은 연구자들에 의해 관심이 모아졌고, 연신공명의 이론적, 실험적 연구가 많이 이루어졌다. 이러한 연신공명 현상은 초창기 공업적 필라멘트 방사에 대한 안정성 분석이 많이 이루어져 왔으나 수요의 급격한 증가세를 보이며 산업전반에 걸쳐 그 용도가 다양한 필름생산 시의 연신공명에 대한 연구는 그리 많지 않았는데, 1974년 Yeow의 뉴턴유체와 1983년 Graham 의 지수법칙 유체의 등온공정 등, 일부학자들에 의한 연신공명 현상의 이론적 해석 정도가 있었다.[3,4] 이들의 연구는 대부분 선형/비선형 방정식을 단순히 수치계산을 풀어서 나온 것으로 연신공명이 왜 발생하는가의 근본적인 문제를 밝혀내지는 못했다. 따라서 일부 연구자들은 연신공명 발생 메카니즘에 대한 연구내용을 발표했었는데, 열효과(heat effect), 탄성효과(elastic effect), 운동학적 파동이론(kinematic wave theory), 그리고 단면적의 변화에 대한 방사선상의 축방향 선속도의 변화를 메타니즘의 파라메타로 이용한 연신부호(draw mode) 이론 등이 있었다.[5,6,7,8] 본 연구에서는 연신공명 불안정을 억제하기 위한 조건들을 찾는 데 있어서 맥스웰 유체를 일반화한 White-Metzner의 비선형 점탄성 조성방정식을 Hyun의 연신공명 발생 메카니즘 이론에 적용해서 신장유동하는 필름의 안정/불안정에 대한 공정조건을 찾고자 한다.

2. Draw resonance in film casting of viscoelastic fluids

2.1 Hyun's kinematic wave theory

$$2T_L \equiv t_L$$

$$T_L \equiv \int_0^L \frac{1}{U} dx \equiv \text{The travelling time of throughput wave}$$

$$t_L \equiv \int_0^L \frac{1}{u} dx \equiv \text{The travelling time of fluid element}$$

2-2 Constitutive equation

응력과 변형구배를 관계짓는 조성 방정식은 맥스웰 유체를 일반화한 White-Metzner 모델을 사용하였다. [9]

$$\boldsymbol{\tau} + \lambda(\Pi_D) \left[\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau} (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) \right] = \mu (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)^T$$

$$\Pi_D = \text{Trace} [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T] \cdot [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T]$$

$$\lambda(\Pi_D) = \frac{\lambda_0}{1 + a\lambda_0 \left(\frac{1}{2} \Pi_D\right)^{\frac{1}{2}}}$$

2.3 유동모델 근사

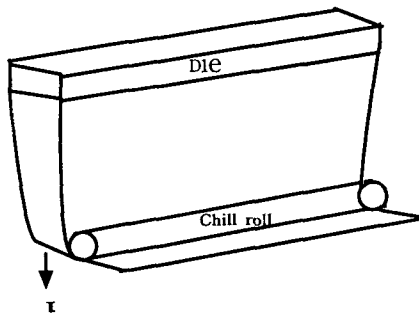


Fig. 1 Schematic of the process

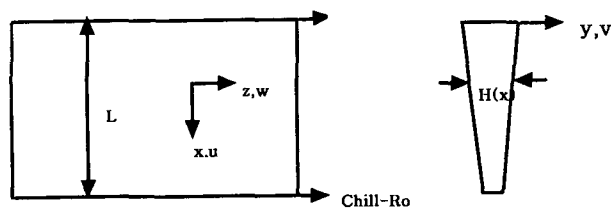


Fig. 2 The film flow

필름의 폭은 두께에 비해 매우 크며, 종종 구금에서 권취 롤러사이의 거리보다도 더욱 크기 때문에 유동의 폭 방향을 무한대로 생각할 수 있다. 결과적으로 유동은 2차원으로 될 수 있으며 필름 유동에서 모든 정상상태의 유동 양은 폭 방향에 대해 독립적으로 설정될 수 있다. 폭방향 속도 성분은 영(zero)으로 가정되며, 따라서 네킹이나 edge bead 현상은 고려되지 않는다.

$$u(x, y) = u(x)$$

2.4 지배방정식

연속방정식

$$\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_x + \left(\frac{\partial(Au)}{\partial x}\right)_t = 0$$

운동량방정식

대부분의 고분자 공정은 물질의 점도가 높고, 속도는 작아서 Reynold number, $\left(\frac{\rho u L}{\eta}\right)$, 는 작다. 이러한 조건하에서는 점성력이 주된 힘이 될 것이며, 관성력, 중력, 표면장력, 공기저항력은 그 크기가 작기 때문에 운동량 방정식에서 무시될 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(A \tau) = 0$$

3. 결과 및 고찰

필름 casting 공정 시 연신공명에 대한 안정성 해석에 있어 White의 변형률 속도에 따라 변하는 완화시간을 가지는 White-Metzner 모델을 이용해서, 이론적 수식을 전개한 결과 완화시간이 변형률 속도에 대한 의존도가 0.5를 기준으로 연신공명에 대한 거동이 완전히 서로 다른 형태를 나타내고 있다.

3.1 완화시간이 변형률 속도에 대한 의존도가 작은 유체

완화시간의 변형률 속도에 대한 의존도가 0.5보다 작은 물질의 경우, 완화시간이 작은 값에서 뉴턴 유체와 비슷한 거동을 보여주며, 의존도 상도 “a”값이 작아질수록 연신공명에 대한 임계 연신비가 증가되는 경향을 보여준다. 이 임계 완화시간을 기준으로 임계연신비는 급격히 증가되는 경향을 보여주는데, 이는 물질의 탄성이 연신공명에 대한 안정성을 높여준다는 기존의 연구결과와 부합한다. 그리고 완화시간의 변형률 속도에 대한 의존도가 작은 유체의 경우, 방사가능한 영역 내에서 제 2의 안정한 영역이 나타나는데, 이때의 임계값은 표1 와 같다.

Table 1. Critical values of draw ratio and dimensionless relaxation time

Draw ratio	Dimensionless relaxation time			
	a = 0.1	a = 0.2	a = 0.3	a = 0.4
39.3	0.0141916	0.0189221	0.0283833	0.0567665
39.4	0.0141918	0.0189223	0.0283835	0.0567670
39.5	0.0141917	0.0189222	0.0283834	0.0567669

3.2 완화시간이 변형률 속도에 대한 의존도가 큰 유체

완화시간이 변형률 속도에 대한 의존도 0.5보다 큰 유체에서는 전체적으로 불안정성에 대한 임계 연신비가 작은 유체가 비해 매우 낮은 연신비(뉴턴유체보다도 낮은)에서, 연신공명에 대한 불안정성을 보여주고 있으며, 의존도가 0.5보다 작은 유체와 마찬가지로 의존 상수 “a” 값이 커질수록 동일 연신비에서 완화시간의 값은 크게 나타났다.

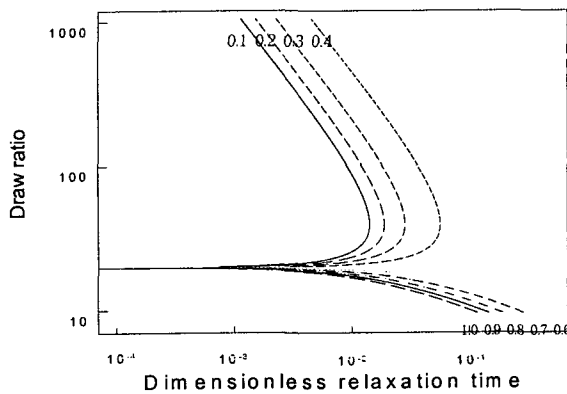


Fig.3. Plot of dimensionless relaxation time vs draw ratio

4. 결론

필름 casting 시 일어나는 주기적인 두께 변동 불안정성인 연신공명 현상을 해석하기 위해 구성방정식으로 변형률 속도에 따라 변하는 완화시간을 가지는 White-Metzner 모델을 Hyun's kinematic wave theory에 적용해서 해석적 연구를 하였으며, 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 필름 유동 시 연신 공명에 대한 수치적 전개의 최종식은 Weissenberg number 와 연신비의 함수로서 나왔으며, 그 결과식은 다음과 같다.

$$\frac{\lambda_0 u_0}{L} = \frac{2(\ln \Psi)^2 \Psi - (\Psi - 1)^2}{(1 - 2a)(\Psi - 1)[(\ln \Psi)^2 \Psi - (\Psi - 1)^2]}$$

2. 완화시간의 변형률 속도에 대한 의존도를 나타내는 상수 “a”의 값이 연신공명 현상에 대한 중요한 물질 파라메타로 작용했고, 의존상수 값이 0.5보다 작을 때가 클 때 보다 공정안정성이 더 크게 나타났으며, 제 2의 안정성 영역이 나타났다.

기 호

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| A = 유체의 단면적 | |
| a = 유체 완화시간의 변형률 속도에 대한 의존도 | |
| D = 변형 구배 | F = 유동라인에 작용하는 힘 |
| G = 유체의 탄성계수 | L = 구름에서 chill-roll 까지의 거리 |

t = 시간	x = 축방향 좌표
y = 두께 방향 좌표	z = 폭방향 좌표
λ = 유체의 완화시간	λ_0 = 변형이 없을 때의 무차원 완화시간
T_L = 토출 파동의 전파시간	t_L = 유체입자의 전파시간
u = 유체입자의 주행 속도	u_0 = 토출 속도
u_L = Take-up 속도	U = 토출 파동 속도
W = 필름의 폭	H = 필름 두께
β = reciprocal tension force	τ = 유체 응력
μ = 유체 점도	
Π = second invariant of $\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T$	
Ψ = 연신비	

참고문헌

1. R. E. Christensen, *SPE J.* **18**, 571 (1962)
2. J. C. Miller, *SPE Trans.*, **3**, 134 (1963)
3. Y. L. Yeow, *J. Fluid Mech.*, **66**, 3, 613-622 (1974)
4. G. R. Aird and Y. L. Yeow, *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **22**, 7-10 (1983)
5. H. I. Freeman and M. J. Coplan, *J. Appl. Polym. Sci.*, **8**, 2389 (1964)
6. C. D. Han and Y. W. Kim, *J. Appl. Polym. Sci.*, **20**, 1555 (1976)
7. J. C. Hyun, *AIChE J.*, **24**, 418 (1978)
8. C. Jinan, *J. Appl. Polym. Sci.*, **42**, 143-151 (1991)
9. Y. Ide, and J. L. White, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **2**, 281 (1977)