

# 직물의 비선형적 굽힘 거동

서장일\*, 정관수,

서울대학교 섬유고분자공학과, \*삼양사

## 1. 서론

직물의 드레이프 거동은 의복의 미적 형상에 있어서 중요한 요소이다. 굽힘 성질이 드레이프 거동에 가장 큰 영향을 미친다. 그래서 직물의 굽힘 성질을 잘 파악하는 것이 필요하다. 직물의 굽힘 거동을 모사하기 위해, 직물을 얇은 solid beam 인 연속체로 보고 계산한 결과와 cantilever beam 실험과 비교하였다. 직물은 자중에 의해서 복잡한 대변형을 하게 된다. 직물의 대변형(대회전)에 의해 야기되는 기하학적 비선형성 때문에 수학적으로 "closed form" 형태로 직물의 거동을 모델링하기는 매우 어렵다. 그래서 수치해석을 이용한다. 직물의 굽힘 강성을 측정하는 장치로는 FAST(호주), KES-FB2(일본) 두 가지를 많이 쓴다. FAST는 pure bending을 주면서 측정하는 게 아니라 cantilever beam을 이용하여 측정하기 때문에 직물들간의 상대평가를 하기에는 쉽게 사용할 수 있다. 직물의 굽힘 강성을 구하기 위해서는 pure bending을 주면서 측정이 이루어져야 하는데, 굽힘 강성 값은 KES-FB2 (Pure Bending Tester) 에서 측정한 값을 사용하였다. 그러나 KES-FB2 의 굽힘강성값을 보면 비선형적이다. KES-FB2에서는 곡률에 대한 모멘트를 측정하고 여기에서의 기울기가 굽힘 강성이다. KES-FB2는 곡률이  $0.5 \text{ cm}^{-1}$  에서  $1.5 \text{ cm}^{-1}$  까지의 기울기를 굽힘 강성으로 상수 값을 준다. 본 연구의 목적은 KES-FB2 의 측정 상수인 굽힘 강성과 모멘트에 대한 함수인 굽힘 강성으로 두 가지 경우에 대해 모사를 하여 실제 실험과 비교하여, 직물의 굽힘 강성의 비선형적인 면을 고찰하였다.

## 2. 실험 및 방법

### 2.1 재료

실험재료는 종이와 woven fabric을 사용하였다. 종이는 A4 복사용지 이고, fabric은 다섯 가지 종류의 시료를 사용하여 KES-FB2 측정을 하였다.

### 2.2 KES-FB2 측정과 Cantilever beam 실험

KES-FB2로 실험적인 방법에 의해 종이와 천의 굽힘 강성을 측정하였다. KES-FB2는 과거에 사용되었던 cantilever 방법과 다른 점은 전체 시료에 대해 순수 굽힘이 일어난다는 것이다. 시료의 크기는 가로, 세로 20cm 이다. Fig.1 에서 보듯이 1cm의 폭에 굽힘이 가해진다. 곡률(K)은  $-2.5$ 와  $2.5 \text{ cm}^{-1}$ 의 사이에서 일정한 곡률 변화율에 따라 순수 굽힘이 일어난다. 곡률 변화율은  $0.50 \text{ cm}^{-1}/\text{sec}$  이다. 중력의 영향을 방지하기 위해 Fig.1과 같이 시료를 수직으로 놓는다.

B(굽힘 강성)는 M-K곡선의 기울기로부터 얻을 수 있으며 이때 M은 시료의 단위길이당의 굽힘 모멘트이다. 굽힘 거동을 알아보기 위해 cantilever beam 실험을 하였다. 한쪽 끝을 눌러서 꼭 잡고 있고, calibration이 가능하게 장치하였다. "Image Analyzer"로 찍어 계산 값과 비교를 위해 deflection을 X-Y 좌표계로 바꾸었다. 시료인 직물과 종이는 온도, 습도등 조건에 따라 굽힘 거동이 달라질 수 있다. 그러면 KES-FB2로 굽힘 강성을 측정할 때와 cantilever beam 실험을 할 때가 달라지면 결과의 비교가 안 된다. 그래서 항온 항습실에서 측정과 실험이 이루어졌다. 찍은 image를 좌표 계로 옮길 때는 Fig. 2 의 프로그램을 사용하였다. 큰 오차 없이 비교적 빠르게 사용할 수 있는 방법이다.

### 2.3 관계식과 수치해석

Bernoulli-Euler equation을 적용하면 다음과 같다. 곡률(Curvature)은 고체역학에서의 small deformation과는 다르게 정의 그대로 사용해주어야 한다. 모멘트도 deflection에 대한 함수이기 때문에 간단하게 표현될

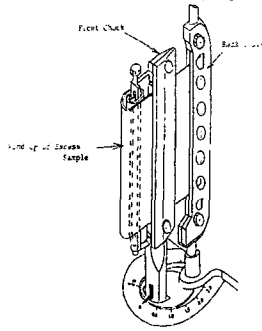


Fig. 1 KES-FB2,  
Pure bending Tester

수는 없다. 그리고 하중분포는 자중에 의한 변형만을 생각한다.

$$K = \frac{d\theta}{ds} = \frac{y''}{[1+y'^2]^{3/2}} = -\frac{M_x}{EI}, \quad y=y(x) \text{ deflection, } EI(=B) \text{ 굽힘}$$

강성, K 곡률,  $M_x$  모멘트.

우선 Fig.2와 Fig.3에서 직물의 단면에 작용하는 모멘트를 구한다. 여기서,  $w_o$ 는 load per unit area,  $L_o$ 는 fabric total length,  $ds$  는 line segment를 의미한다. 또한, line segment는 다음과 같이 표현될 수 있고  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1+y'^2} dx$  고정된 쪽( $x=0$ )의 모멘트와 횡력 (shear force)는 다음 식과 같다.

$$M^* = \int_0^{L_o} x dF = \int_0^{L_o} x w_o ds = \int_0^L \xi w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi$$

$$V^* = \int_0^{L_o} dF = \int_0^{L_o} w_o ds = \int_0^L w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi = w_o L \quad \dots\dots\dots(1)$$

입의 단면에 작용하는 횡력을 구하면,  $V_x = \int_0^x w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi - V^*$  이다. 입의 단면에 작용하는 모멘트

를 구하기 위해 모멘트 평형식을 구하면  $M_x - M^* + V^* x - \int_0^x \xi w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi = 0$

이 되어서, 식(1)를 대입시킨 결과는 다음과 같다.

$$M_x = \int_0^L \xi w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi - w_o L_o x + \int_0^x \xi w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi \quad \dots\dots\dots(2)$$

식(2)는 직물의 자중에 의한 처짐시 직물의 단면에 작용하는 모멘트의 분포에 대한 조건식이다. 이 식은 합해져서  $M_x = f(K)$ 가 되고, 이때 K는 처음식에서 주어진다.

$$\text{즉, } f\left(\frac{y''}{[1+y'^2]^{3/2}}\right) = \int_0^L \xi w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi - x w_o L_o + \int_0^x \xi w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi \quad \dots\dots\dots(3)$$

식(3)을 직물의 처짐을 나타내는  $y(x)$ 에 대한 비선형 관계식이 된다. 이 식의 경계조건은 다음과 같다.

$y(0) = 0, y'(0) = 0$  처짐이 매우 작은 고전적 보 이론에서는 식(3)은 다음과 같이 간단히 된다. 즉,

$$(EI)y'' = \frac{w_o L_o^2}{2} - x w_o L_o + \frac{w_o x^2}{2}$$

가 되어 2차 선형 상미방이 되어 쉽게 풀리게 된다.

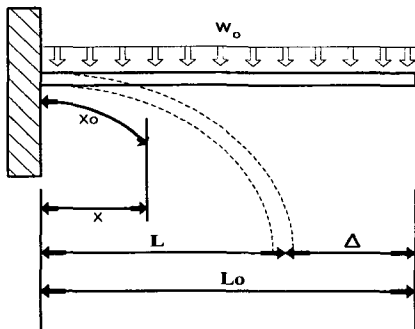


Fig. 2 Cantilever beam의 내변형

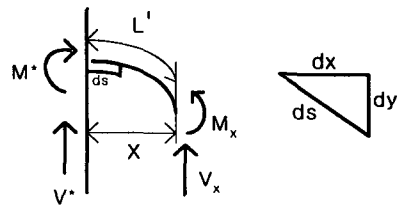


Fig. 3 Free body diagram of a beam element

### 3. 결과 및 고찰

앞으며 직물보다는 균일한 재료인 종이를 함께 실험해 보았다. 우선 종이의 KES-FB2(Tester)의 모멘트와

굽힘 강성의 모습을 보면 전체적으로 비선형이다. 그러나 Tester는 일정한 상수 값을 굽힘 강성으로 제공하게 된다. 곡률이  $0.5 \text{ cm}^{-1}$  에서  $1.0 \text{ cm}^{-1}$  일 때의 기울기를 주는 것이다. 그러나 모멘트에 변화에 대해서 굽힘 강성이 전체적으로 비선형을 보이는데 상수 값이 대표하기에는 부정확하다. 그래서 다음 결과들의 그림을 보면 상수 B(굽힘 강성) $=0.8454 \text{ gfc}m^2/cm$ 을 넣었을 때와 B를 모멘트의 함수로 넣어준 비선형인 경우가 더 실제 실험과 비슷함을 알 수 있다. 그러나, 종이가 워낙 가볍고 cantilever beam 실험에서 고정시키는 것에 대해 민감하여 굽힘 강성의 비선형을 고려하더라도 실험과 차이가 남을 볼 수 있다. 종이의 길이가 길어짐에 따라 알 수 있는 것은 굽힘 강성 값이 상수일 때와 비선형일 때의 차이가 줄어드는 경향을 알 수 있다. 이것은 cantilever beam에서는 초기 굽힘 거동이 전체 deflection에 대해 영향을 미치지 때문에 그 부분의 굽힘 강성 값이 상수일 때와 비선형일 때 차이가 적어지기 때문에 발생하는 것이다. Fig.4,5는 KES의 데이터들이고 Fig.6,7은 계산과 실험과의 비교이다.

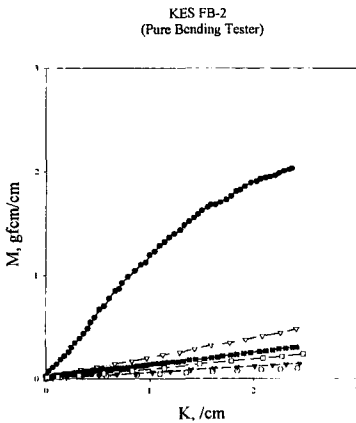


Fig.4 종이와 섬유 KES-FB2 데이터

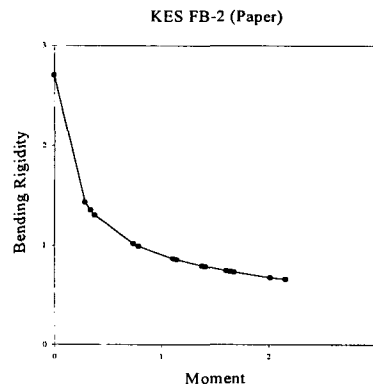


Fig. 5 종이의 KES-FB2의 데이터

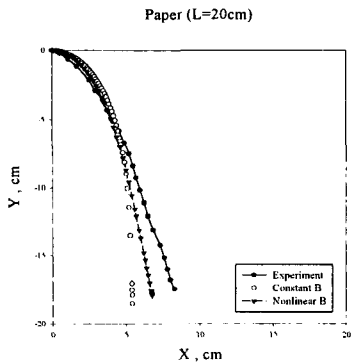


Fig. 6 Deflection curves of paper strip

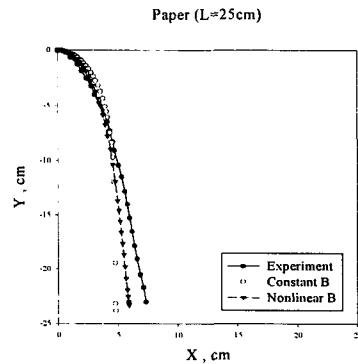


Fig. 7 Deflection curves of paper strip

직물의 경우에 KES-FB2 데이터 그래프를 보면 전체적으로 비슷하다. 초기에 모두가 비선형성을 보인다. 그리고 초기부분만 지나면 약간의 변화들은 있지만 거의 상수로 수렴한다. 그래서 직물의 경우에는 굽힘 강성을 상수로 보는 것이 의미가 있기도 하다. 직물의 경우도 종이와 마찬가지로 굽힘 강성을 상수일 때

와 굽힘 강성이 모멘트의 함수일 때를 비교하였다. 그래서 결과를 보면 비선형일 때의 영향은 모멘트가 작은 부분에 미친다. 즉, cantilever 실험에서 끝부분의 모사에 굽힘 강성이 비선형일때가 더 정확하다는 것이다. 섬유에 경우에 초기의 비선형성이 나타나는 이유는 경사 위사 방향으로 얽혀 있는 직물이 굽힘이 시작될 때 굽힘의 변형에 대한 저항이 시작하기 전에 자신들간의 마찰력을 이기는데 에 모멘트가 쓰이기 때문에 초기에 굽힘 강성이 큰 값이 나타나게 되는 것이다. 다음 그림들을 보면 직물의 초기부분의 굽힘 강성이 비선형임을 확인할 수 있다. 그래서 이 중에 지 직물에 대해 계산과 실험을 비교하여 보았다. Fig.8은 KES 데이터이고 Fig.9는 직물 8cm 시료에 대한 계산과 실험의 비교이다.

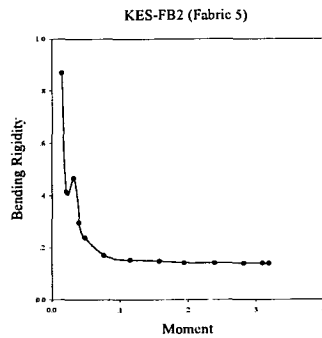


Fig. 8 직물 5에 대한 모멘트와 굽힘 강성과의 관계

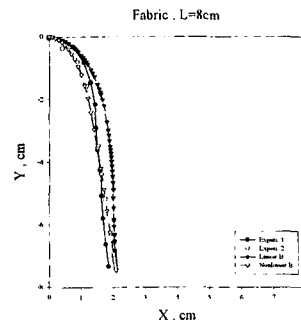


Fig.9 Deflection curves of Fabric5 strip

#### 4. 결론

얇은 재료인 직물이나 종이의 경우에 굽힘 거동을 알아보려 할 때 굽힘 강성은 실험적인 방법이 의해 구한다. 대표적인 순수 굽힘 측정기인 KES-FB2에 의해 굽힘 강성을 구한다. KES-FB2의 데이터를 보면 모멘트의 변화에 대해 굽힘 강성이 비선형임에도 불구하고 상수 값을 측정값으로 주게 된다. 직물의 경우는 종이에 비해 비선형성이 덜 심하기는 하지만 정확한 직물의 굽힘 거동을 보고자 한다면 정확한 굽힘 강성의 데이터가 필요하므로 본 논문에서는 굽힘 강성을 KES 데이터에 근거하여 모멘트의 함수로 만들어서 cantilever beam 계산과 실험을 비교하여 보았다. 종이의 경우는 비선형성이 강하여 비선형을 고려하여 줄 때 좀 더 정확한 모사가 가능하였다. 직물의 경우는 모멘트, 굽힘 강성 관계에서 초기 부분이 비선형성이 있는데 이 부분이 cantilever beam에서 직물의 끝부분의 거동을 사실과 가깝게 모사해 준다. 직물 한 경우에 대해서만 계산하였지만 모멘트와 굽힘 강성과의 그래프만 본다면 다른 직물도 충분히 예측이 가능하다. 즉, 직물은 위의 직물과 비슷한 경향을 보일 것이다. 직물의 KES data만 보고도 예상할 수 있다. 따라서, 얇은 재료인 종이와 직물은 실험적인 방법을 통하여 굽힘 강성을 측정해서, beam으로 가정하고 계산했을 때 상당히 실제와 비슷하게 모사할 수 있었고 결과적으로 KES Data의 측정 데이터들도 신뢰할 수 있는 값이었다.

#### 5. 참고문헌

1. T.K.Ghosh, S.K.Bartra, and R.L.Barker, "The Bending Behavior of Plain-woven Fabrics, Part I: A Critical Review", *Journal of the Textile Institute*, Vol.81, No.3, pp.245-253, 1990.
2. S. Kawabata, "The Standardization and Analysis of Hand Evaluation", The Textile Machinery Society of Japan, Osaka, 1980.
3. 유용렬, "직물의 삼차원 드레이프 모사에 관한 연구", pp.110-112, 1998.
4. T.G.Clapp, H.Peng, "A comparison of Linear and Non-linear Bending Models for Predicting Fabric Deformation in Automated Handling", *Journal of the Textile Institute*, Vol.82, No.3, pp.341-352, 1991.